

L'INGEGNERIA CIVILE

B

LE ARTI INDUSTRIALI

PERIODICO TECNICO MENSILE

Si discorre in fine del Fascicolo delle opere e degli opuscoli spediti franchi alla Direzione dai loro Autori od Editori.

COSTRUZIONI IDRAULICHE

LA ROTTURA DEL SERBATOIO DI SONZIER PRESSO MONTREUX.

(V. Tav. I).

In questi ultimi tempi sono avvenute diverse rotture di serbatoi d'acqua che hanno giustamente suscitato un sentimento d'inquietudine nel pubblico. Sebbene queste rotture non sieno che fatti speciali i quali trovano la loro spiegazione in circostanze locali, pur tuttavia l'inquietudine manifestatasi deve attirare l'attenzione degli ingegneri, poichè estendendosi, potrebbe ispirare delle apprensioni contro il sistema dei serbatoi; e ciò sarebbe di gravissimo nocumento, specialmente oggi che da ogni parte si fanno sforzi immensi per rendere popolari e ben accette queste costruzioni, le quali, e per la loro novità, e per l'apparente pericolo che possono offrire, e specialmente pei gravissimi danni che sarebbero la conseguenza di una rottura, hanno bisogno di tutta la fiducia non solo dei tecnici, ma anche delle masse e così pure dei capitalisti, senza di cui la loro esecuzione sarebbe impossibile. Egli è dunque dovere degli ingegneri l'allontanare tali dubbî e dimostrare che le rotture avvenute furono causate da circostanze che, o per trascuratezza, o per imperizia, o per altra ragione, si lasciarono sussistere, mentre sarebbe stato facilissimo il toglierle, e quindi evitare le disgrazie avvenute.

Le principali rotture di serbatoi manifestatesi in questi ultimi anni sono quelle dell'Habra in Algeria, provincia d'Oran, del serbatoio inferiore della condotta d'acqua di Zurigo, e quella del serbatoio di Sonzier, presso Montreux, pure nella Svizzera.

*

Della prima ne abbiamo parlato lungamente in questo stesso Periodico nel marzo 1882, anno VIII, fasc. 4°, ossia tre mesi dopo l'avvenuta catastrofe, e abbiamo accennato alle cause discutendole singolarmente e dimostrando, che le cattive condizioni delle fondazioni fecero sì che il muro cedette in una parte per la compressione di uno strato d'argilla sottoposto rammollito dall'acqua. Questo cedimento produsse una fenditura dove già se n'erano manifestate altre, occasionate allo stesso modo, e le quali, dando passaggio all'acqua nell'interno del masso murale, contribuirono all'aumento delle fenditure stesse, e staccando il masso superiore, facilitarono la sua rotazione, che aiutata dalla pressione dell'acqua sulla faccia a monte, provocò la rovina della traversa e quindi del serbatoio.

In seguito l'ingegnere-capo delle miniere dell'Algeria, signor Pouyane, incaricato dal Governo francese di indagare le cause della rottura, arrivò alle stesse conclusioni nostre, per cui è dimostrato che il difetto principale di quella traversa stava nelle fondazioni, difetto che si avrebbe potuto evitare, e che anzi si presentò e per poca avvedutezza e diligenza non si è curato. In tali condizioni la stabilità di qualsiasi manufatto si troverebbe compromessa.

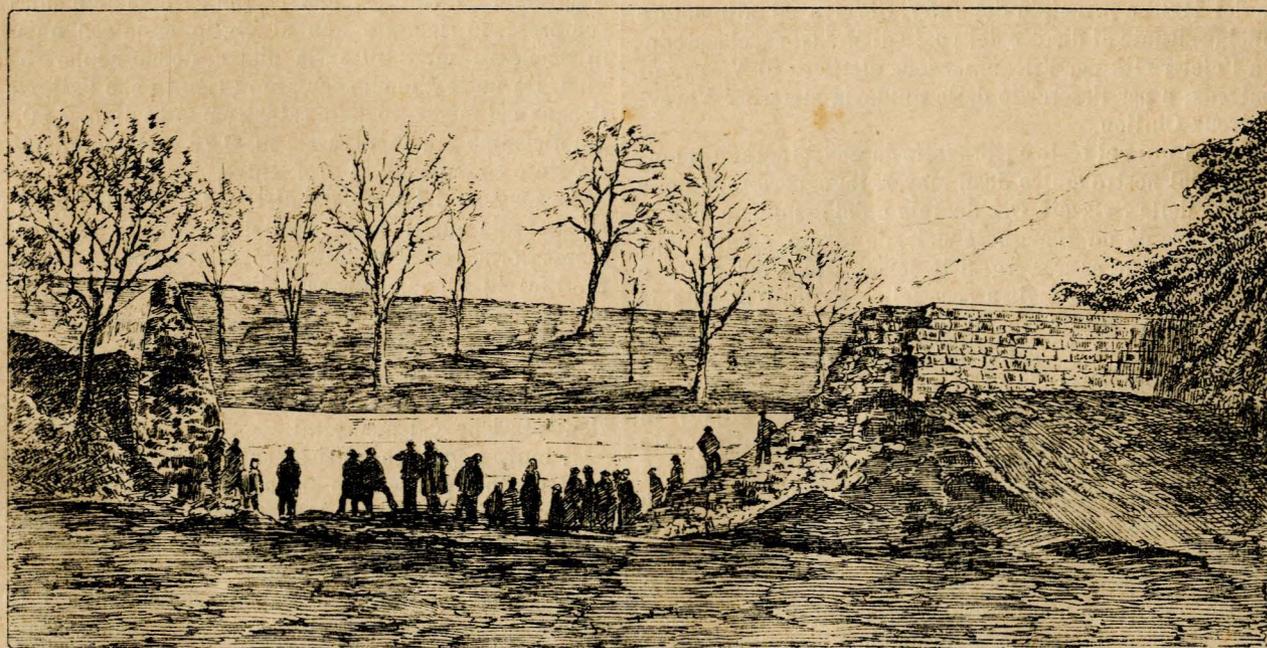


Fig. 1. — Rottura del serbatoio di Sonzier presso Montreux.

*

La rottura del muro a valle del serbatoio inferiore della condotta d'acqua di Zurigo avvenne il mattino del 1° aprile 1886; e dando passaggio all'acqua contenuta nel serbatoio, capace di soli 2368 metri cubi, produceva un danno di 250000 lire, relativamente considerevole, quando si considerano le condizioni locali in cui la rottura è avvenuta.

Il muro era costruito solidamente, ma una parte della sua stabilità la doveva al terreno naturale in cui si trovava affondato, e che esercitava esternamente a valle una spinta passiva sul medesimo favorevole alla sua stabilità. Dovendosi ingrandire il serbatoio, si era scavato tutto il terreno a valle del muro sopra una certa lunghezza e per una notevole profondità, mettendo così a nudo il muro, il quale, oltre la spinta dell'acqua, doveva sopportare anche la spinta degli archi che coprivano il serbatoio; questa circostanza fece sì che la muratura si trovasse cementata con sforzi di trazione imprevisti e a cui non era predisposta, per cui cedette, donde la rottura.

Un esame bellissimo delle condizioni statiche del muro nelle circostanze in cui dovette trovarsi al momento della rottura fu fatto dall'amico nostro professor Ritter W., e pubblicato nel N. 18 del vol. VII della *Schweizerische Bauzeitung*, a cui rimandiamo il lettore. Dal medesimo e da quanto esponemmo più sopra, risulta che anche questa rottura potevasi evitare facilmente, se si fosse proceduto con maggior cura e attenzione allo scavo a valle del muro.

*

Il terzo serbatoio è quello di Sonzier, al disopra di Montreux (Svizzera), la cui rottura ebbe luogo nel mattino del 6 novembre scorso, alle 5 1/4, ed ha cagionato la morte di 9 persone, sepolte sotto le case cadute o corrose e trasportate dalla corrente, arrecando un danno materiale di oltre 200000 lire.

Questo serbatoio aveva una capacità di 5300 metri cubi circa, ed un'altezza d'acqua all'estremità a valle di m. 8,30; la sua forma era quella di un pentagono, come lo mostra la planimetria (fig. 6, tav. I), con una lunghezza media da vivo a vivo di m. 31,50, ed una larghezza di circa m. 21,60 pure da vivo a vivo; l'altezza media dell'acqua era di m. 7,80. La sua costruzione era recentissima, non risalendo che alla fine del 1886 e principio del 1887. Serviva ad alimentare l'officina situata al disotto del ponte di Montreux, che produceva l'elettricità per l'illuminazione elettrica di Vevey, di Montreux, e per l'esercizio della guidovia elettrica Vevey-Montreux-Chillon.

La fig. 1 qui nel testo è riprodotta da una fotografia comunicataci dal nostro amico Jean Meyer, ingegnere-capo delle Ferrovie della Svizzera Occidentale e del Sempione, che la fece rilevare da un ingegnere del suo ufficio, subito dopo la catastrofe; da essa scorgesi la forma tipica del muro e la posizione, l'una e l'altra poco felici. Primitivamente la località scelta era tale che in caso di rottura le acque si sarebbero scaricate nel Chauderon o nella Baie de Montreux.

Prima di immettere le acque nel serbatoio, l'autorità tutoria lo fece esaminare da tre periti, fra i quali si trovava appunto l'ing. Meyer, da cui avemmo gentilmente tutte queste notizie. Il rapporto dei periti, tenute presenti le dimensioni del muro e le condizioni locali, fissò a m. 6,20 l'altezza a cui si avrebbe potuto fare salire le acque, senza pericolo per la stabilità del manufatto; poichè aumentando quest'altezza, le murature sarebbero state cementate da sforzi di tensione cui esse non potevano resistere; perciò si consigliava nel medesimo rapporto di far uno sfioratore a questa altezza per garantire in ogni circostanza il serbatoio, smaltendo tutta l'acqua sovrabbondante.

Il rapporto fu consegnato il 13 aprile 1888, ma pare non sia stato osservato da chi ne aveva l'obbligo, poichè al momento della rottura l'altezza dell'acqua nel serbatoio raggiungeva i m. 7,90, ossia m. 0,75 al disotto del ciglio.

Dallo stesso ing. Meyer abbiamo ricevuto tutti i disegni relativi al serbatoio ed al suo muro, e ci preparavamo a fare uno studio statico del medesimo, quando l'egregio professore O. Intze di Aquisgrana, ci mandò un suo bellissimo articolo (1), autorizzandoci con squisita cortesia a servircene, per cui riproduciamo dal medesimo i calcoli relativi.

Il muro del serbatoio è costruito in muratura di pietrame ordinario, a corsi irregolari, con un paramento a conci disposti per strati orizzontali, e commessure riempite di cemento; la sua parete interna fu intonacata di cemento. Le figure 10 e 11 (tav. I) indicano le sezioni del muro, con tutte le dimensioni in due diversi punti della sua lunghezza.

Il danno considerevole prodotto da un serbatoio di così piccole dimensioni si spiega facilmente, quando si consideri che nel breve spazio di 15 minuti un volume di circa m³ 5000 di acqua si precipitò dall'altura dove si trovava il serbatoio, nel sottoposto lago di Ginevra, distante solo 1250 m., e situato a 350 m. più basso. Convertendo in cavalli-vapore il lavoro che si poteva avere da questa massa d'acqua nelle condizioni date, potremo formarci un'idea più chiara della sua potenza distruttrice.

Sia N in media il numero assoluto di cavalli-meccanici che agirono per 15 minuti continuamente sopra un piccolo spazio, si avrà:

$$N \cdot 75 \cdot 60 \cdot 15 = 5000 \cdot 1000 \cdot 300,$$

ossia:

$$N = \frac{1\ 500\ 000\ 000}{67\ 500} = 22\ 222 \text{ cavalli-meccanici;}$$

e arrotondando, 22 000 cavalli-meccanici.

*

Il serbatoio fu riempito la prima volta nel dicembre 1887, però lo sfioratore si trovava a m. 8,30 al disopra della platea, contrariamente alle prescrizioni dei periti di cui parliamo più sopra.

Per la durata di quasi un anno l'altezza d'acqua nel serbatoio non superò mai quella prescritta dai periti; solo il 5 novembre, dicesi per una comunicazione telefonica mal compresa, fu riempito fino al ciglio, ossia con un'altezza di acqua di m. 8,30 sulla platea, donde ne derivò la rovina. Da un testimonio oculare ci risulta che l'altezza dell'acqua nel momento della catastrofe fosse di m. 7,90, come già dicemmo più sopra, ossia m. 0,75 meno di quanto pare sia stato comunicato al prof. Intze.

Lo spessore del muro, dai disegni trasmessi al prof. Intze ed anche da quelli inviati a noi direttamente, sarebbe verso mezzogiorno, ossia a valle, dove avvenne la rottura, di m. 4,50 in corrispondenza della platea, e di m. 0,60 al ciglio; l'inclinazione del suo paramento interno sarebbe del 30 p. 0/0 e del 17 p. 0/0 quella della faccia esterna.

In base a questi dati si costruirono i profili delle figure 1, 3 e 7 (tav. I), e si esaminarono graficamente le condizioni statiche dei medesimi.

Il muro a valle, e precisamente quello che ha rovinato, era fondato sopra terreno ordinario, mentre gli altri muri del serbatoio sarebbero stati maggiormente incassati nel suolo naturale, il quale, nello studio che stiamo facendo, supporremo sia di natura roccioso.

La sezione del muro indicata nella figura 1, tav. I, fu esaminata supponendo che l'altezza dell'acqua nel serbatoio si

(1) Pubblicato nella *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure*, Band xxxiii, pag. 2.

trovasse a m. 6,20 sulla platea, ossia al limite prescritto dai periti. Si sono quindi indagati gli sforzi a cui la parte inferiore del masso di fondazione si trovò esposta in queste condizioni, e quelli che cimentarono il sottosuolo. Il peso della muratura fu considerato in Chg. 2200 per metro cubo, e ciò avuto riguardo all'irregolare esecuzione della medesima.

Dalla figura 2, tav. I, corrispondente alla figura 1 risulta che il peso G sulla superficie inferiore ab di fondazione proveniente dalla muratura è di Chg. 59 620 per metro lineare di muro; e quello prodotto dalla pressione del prisma di acqua, compreso fra la parete interna del muro e il piano verticale passante per b $V = 7290$ Chg., cosicchè la pressione verticale complessiva gravitante sulla superficie inferiore di fondazione è:

$$G + V = 66\ 910 \text{ Chg.}$$

Supponiamo dapprima che la sua linea d'azione coincida colla mediana passante pel punto m , ne verrebbe una pressione unitaria:

$$S_1 \cdot 1,00 \cdot 4,9 = 66\ 910 \text{ Chg.}$$

ossia:

$$S_1 = 13\ 655 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato.

Ora la linea d'azione di questa pressione in realtà non passa pel punto m , ma lateralmente al medesimo; ne segue che sulla superficie in quistione agirà un momento di flessione, al quale si aggiunge pure quello prodotto dalla componente orizzontale $H = 19\ 220$ Chg. della spinta dell'acqua; per cui, tenendo presenti i bracci di leva indicati nella fig. 2 e considerando come positivo il senso verso sinistra di m , si avrà il momento:

$$M = G \cdot 0,18 + H \cdot 3,27 - V \cdot 1,74$$

ossia:

$$M = 59\ 620 \cdot 0,18 + 19\ 220 \cdot 3,27 - 7290 \cdot 1,74,$$

donde:

$$M = 60\ 900 \text{ Chg.}$$

Designamo con S_2 lo sforzo massimo di flessione per metro quadrato prodotto dal momento M ; esso si manifesterà come sforzo di compressione sullo spigolo esterno a e come sforzo di tensione su quello interno b . Il momento di resistenza pel rettangolo inferiore delle fondazioni avente una larghezza di m. 1 ed una profondità $ab = 4,90$ sarà:

$$W = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot (4,90)^2,$$

donde:

$$W = 4,002.$$

Per lo sforzo di flessione S_2 si deve avere, perchè il muro sia stabile:

$$W \cdot S_2 = M;$$

donde:

$$S_2 = \frac{M}{W} = \frac{60\ 900}{4,002} = 15\ 220 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato.

Sullo spigolo a gli sforzi S_1 e S_2 essendo di uguale natura, si sommeranno, ed avremo:

$$S = S_1 + S_2 = 13\ 655 + 15\ 220 = 28\ 875 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato; e arrotondando 2,89 Chg. per centimetro quadrato. In b , invece i due sforzi avranno segni opposti, perchè quello derivante dal momento di flessione è uno sforzo di tensione, quindi:

$$s = S_2 - S_1 = 15\ 220 - 13\ 655;$$

donde:

$$s = 1565 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, ossia Chg. 0,16 per centimetro quadrato.

Benchè non si possa ammettere che l'aderenza della muratura al suolo sia tale da vincere la tensione trovata, ossia lo sforzo tendente a staccarla, pur tuttavia è presumibile che la resistenza allo scorrimento trasversale fra il masso di fondazione e quello della platea presentante una superficie di aderenza di 0,50 sulla lunghezza di un metro di muro, possa resistere alla trazione totale che si sviluppa sulla porzione $bd = m. 0,25$ (fig. 1) e che può calcolarsi come segue:

$$Z = 1565 \frac{1,00 \cdot 0,25}{2} = 196 \text{ Chg.}$$

per metro lineare di muro.

La compressione di 2,89 Chg. per centimetro quadrato sopra un terreno naturale ordinario è già considerevole; quindi se il suolo sotto questa pressione dovesse cedere e il muro con esso nel punto a , ne verrebbe di conseguenza una rotazione del muro intorno al punto g , donde una fessura tra il masso di fondazione e la platea dal lato interno, ossia in b .

Se quindi risulta già probabile una rottura fra fondazione e platea per un'altezza d'acqua nel serbatoio di m. 6,20, quale è indicata nella fig. 1, la superficie inferiore del masso di fondazione non sopporterà che sforzi di compressione.

Dalla posizione del punto p , dove la curva delle pressioni incontra la base di fondazione, ossia a m. 1,50 dallo spigolo esterno, la pressione si distribuisce secondo la nota legge del triangolo da a verso g , ossia sopra una larghezza:

$$ag = 3 \cdot ap = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ m.}$$

Chiamando d la pressione massima per metro quadrato di fondazione sullo spigolo esterno a , e considerando che la pressione verticale complessiva in p è:

$$G + V = 66\ 910 \text{ Chg.,}$$

si ha:

$$d \frac{4,5 \cdot 1,0}{2} = 66\ 910,$$

donde:

$$d = \frac{2 \cdot 66\ 910}{4,5} = 29\ 740 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, ossia 2,97 per centimetro quadrato.

È evidente che il sottosuolo compresso dalla pressione ora trovata dovette, condensandosi, aumentare la propria resistenza; questa veniva maggiormente accresciuta dal terreno a valle, che, come si vede dalle fig. 10 e 11, si eleva di qualche metro al disopra della base e che esercitava una spinta passiva contro il masso inferiore; quindi è evidente che il muro nelle condizioni in cui si trovava, e supponendo che avesse realmente e dappertutto le dimensioni indicate e che l'esecuzione fosse stata condotta secondo tutte le regole d'arte, poteva considerarsi come sufficientemente stabile, qualora non si fosse oltrepassata l'altezza di m. 6,20 nel serbatoio prescritta dai periti.

*

Vediamo ora in che condizioni il muro si dovette trovare per un'altezza d'acqua di m. 8,30, ossia quando il serbatoio fosse stato pieno fino al ciglio. La fig. 3 rappresenta questo caso, e dà le costruzioni grafiche relative; la fig. 4 indica le forze esterne agenti sul muro e corrispondenti alle con-

dizioni suddette coi bracci di leva che vi si riferiscono. Il calcolo delle pressioni sviluppate sulla superficie di fondazione si farà in modo analogo a quello già esposto; quindi la pressione verticale complessiva sarà:

$$G + V = 59\,620 + 11\,370 = 70\,990 \text{ Chg.};$$

donde:

$$S_1 = \frac{70\,990}{4,9} = 14\,488 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato. Lo sforzo di flessione S_2 si calcolerà così:

$$W = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot (4,9)^2 = 4,002$$

$$M = 59\,620 \cdot 0,18 + 34\,450 \cdot 3,97 - 11\,370 \cdot 1,60$$

$$S_2 = \frac{129\,326}{4,002} = 32\,320 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato. Per lo spigolo estremo a si avrà il massimo sforzo di compressione:

$$S = S_1 + S_2 = 14\,488 + 32\,320,$$

ossia:

$$S = 46\,810 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, oppure 4,68 Chg. per centimetro quadrato. E il massimo sforzo di tensione sullo spigolo interno b :

$$s = S_2 - S_1 = 32\,320 - 14\,488,$$

da cui si ricava:

$$s = 17\,830 \text{ Chg.,}$$

ossia 1,78 Chg. per centimetro quadrato.

Cimentato da questi sforzi, il muro non poteva resistere, e ne doveva risultare una separazione del suo masso di fondazione dalla platea, ed è ciò che difatti avvenne, come si rileva dalla relazione pubblicata nella *Schweizerische Bauzeitung*, su tutta la lunghezza del muro a valle; dopo ebbe luogo la rottura.

Verificandosi questa rottura, ossia non potendo più sopportare sforzi di tensione la parte staccata, ne viene di conseguenza che il massimo sforzo di compressione d Chg. per metro quadrato sullo spigolo a esterno deve calcolarsi partendo dalla posizione del punto q (fig. 3), dove la curva delle pressioni interseca la superficie ab , ossia per:

$$aq = 0,60 \text{ m.}$$

Avremo quindi:

$$d \frac{0,6 \cdot 3}{2} = 70\,990,$$

donde:

$$d = \frac{2 \cdot 70\,990}{1,80} = 78\,880 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, ossia 7,89 Chg. per centimetro quadrato.

La compressione non si ripartisce secondo la nota legge del triangolo che fino al punto g , ossia sulla lunghezza:

$$ag = 3 \cdot aq = 3 \cdot 0,6 = 1,8 \text{ m.}$$

Mentre da g a b invece, ossia sopra una lunghezza di:

$$4,9 - 1,8 = 3,10 \text{ m.}$$

il masso di fondazione doveva avere la tendenza a sollevarsi, quindi a rompersi. Conseguenza di questa rottura dovette essere la penetrazione dell'acqua, la quale dovette raggiungere il tratto gb della fondazione, risultandone così una spinta idrostatica dal basso all'alto di:

$$3,1 \cdot 9,5 \cdot 1000 = 29\,450 \text{ Chg.}$$

per metro lineare di muro. Il muro cementato da questa nuova forza, dovette abbassarsi nuovamente, finchè in un punto debole si è manifestata la rottura che fu causa della rovina del serbatoio.

*

La rottura è avvenuta secondo la linea ab (fig. 7) a circa un metro al disopra della platea, dove il muro, secondo le dimensioni assegnategli dal progetto, avrebbe dovuto avere ancora uno spessore di metri 4.

All'altezza dove avvenne la rottura, esternamente si trova ancora il terreno naturale, il quale sorpassa di poco questo punto, per cui alla contropinta esercitata dal medesimo si deve ascrivere se il masso inferiore restò sopra luogo.

Esaminiamo ora le condizioni statiche dello strato ab (fig. 7) dove avvenne la rottura; le forze agenti sul muro si rilevano dalla fig. 8 coi relativi bracci di leva, per cui il calcolo si potrà fare in modo perfettamente analogo a ciò che si è fatto nei due casi precedenti, e cioè:

$$S_1 \cdot 1 \cdot 4,0 = 37\,136 + 7994 = 45\,130$$

da cui:

$$S_1 = \frac{45\,130}{4,0} = 11\,280 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato.

$$S_2 \cdot 1 \cdot \frac{(4,0)^2}{6} = 26\,645 \cdot 2,43 + 37\,136 \cdot 0,16 - 7994 \cdot 1,3$$

$$S_2 = 22\,645 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato. Il massimo sforzo di compressione in a sarà:

$$S = S_1 + S_2 = 11\,280 + 22\,645 = 33\,925 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, ossia 3,39 Chg. per centimetro quadrato.

Il massimo sforzo di tensione in b :

$$s = S_2 - S_1 = 22\,645 - 11\,280 = 11\,365 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, ossia 1,14 Chg. per centimetro quadrato.

Tosto però che si verifica una tendenza ad aprirsi nello strato ab , il che naturalmente ha luogo se appena il materiale impiegato non è ottimo o il lavoro eseguito lascia a desiderare, si ha una pressione d nello spigolo a calcolata in base alla posizione r del punto d'incontro della curva delle pressioni collo strato stesso, dove $ra = 0,60$ m. Il valore di d si calcola come segue:

$$d \cdot \frac{0,6 \cdot 3}{2} = 45\,130$$

$$d = \frac{2 \cdot 45\,130}{1,8} = \frac{90\,260}{1,8} = 50\,144 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, vale a dire 5,01 Chg. per centimetro quadrato.

La pressione si ripartisce sulla larghezza:

$$ag = 3 \cdot 0,6 = 1,8 \text{ m.}$$

diventando zero nel punto g . Mentre ha luogo uno sforzo di tensione nell'altra parte:

$$gb = 4,0 - 1,8 = 2,2 \text{ metri}$$

il quale va aumentando da g verso b , il che ha per conseguenza un'apertura nello strato, dove penetrando l'acqua ne verrà una spinta idrostatica (fig. 12, tav. I):

$$2,2 \cdot 7,3 \cdot 1000 = 16\,060 \text{ Chg.}$$

per metro lineare di muro, la quale produrrà uno spostamento del punto d'applicazione della risultante di tutte le

forze agenti sopra di esso, da r in x obbligandolo ad uscire dal tratto ag (fig. 12), al che naturalmente terrà dietro una rotazione istantanea del masso murale soprastante il tratto ag .

Da quanto si venne esponendo risulta che, anche senza arrivare al limite estremo, una semplice lesione nello strato ab e l'azione della spinta idrostatica che ne consegue avrebbero bastato per spostare il punto d'applicazione della compressione fino nello spigolo esterno a , e con ciò schiacciare la muratura e costringere così la parte di muro soprastante a capovolgere.

Gli sforzi che dovettero agire sul muro, e che noi abbiamo trovati coi calcoli precedenti, erano già per se stessi sufficienti a compromettere la stabilità dell'opera; ora si consideri che il sottosuolo rammollito dall'acqua di cui era pieno il serbatoio dovette comprimersi alquanto e quindi aumentare gli sforzi suddetti in grado ancora molto più sfavorevole.

Egli è probabile che la tensione complessiva a cui si trovò esposto lo spigolo interno dello strato ba (fig. 7) per $bd = 1,0$ metro, ossia:

$$z = \frac{1,0 + 1,0}{2} \cdot 11\,400 = 5700 \text{ Chg.}$$

per metro lineare di muro, non agì che sull'intonaco di cemento, poichè la muratura interna fu eseguita molto male e con materiale cattivo, quindi non era certamente atta a sopportare sforzi di tensione. A seconda dello spessore di questo intonaco di alcuni centimetri, la tensione dovette essere di 15 a 20 Chg. per centimetro quadrato, la quale è prossima al limite di resistenza, anzi si può ammettere che lo oltrepassi. Appena l'intonaco di cemento si fu spezzato, il muro, non potendo resistere, dovette rovinare.

Che si possa realmente ammettere essersi manifestata una tensione di 5700 Chg. per metro lineare di muro sull'intonaco in b risulta dalla esistenza di porzioni di muro rimaste intatte nell'immediata vicinanza di b inferiormente, su cui agì la pressione idrostatica fino al limite delle fondazioni.

*

Dall'esposizione, e dalle indagini fatte, risulta che ammesso il muro costruito colle dimensioni indicate nella sezione della fig. 7 si trovava però sempre in uno stato prossimo al limite dell'equilibrio, e che una semplice circostanza locale sfavorevole, o un punto debole nella muratura per difetto di costruzione o di materiale impiegate, unitamente alla natura poco conveniente del sottosuolo, avrebbero bastato per produrre la rottura verificatasi. Ma sembra invece, dalla relazione già citata, riferita dalla *Schweizerische Bauzeitung* che il muro non fosse stato eseguito colle dimensioni del progetto, ma che nel luogo della rottura, ossia a un metro al disopra della platea, non avesse che uno spessore di m. 3,30 a m. 3,60 in certi punti, invece di m. 4,00 che avrebbe dovuto avere.

Siccome tutte le altre dimensioni riportate dal suddetto giornale corrispondono perfettamente con quelle comunicate al professore Intze ed anche a noi, così non v'è ragione alcuna di dubitare della realtà di questo spessore inferiore a quello che dal progetto sarebbe stato assegnato.

Rifacendo adunque i calcoli con questa nuova dimensione si ha la sezione indicata nella fig. 5 colle forze e bracci di leva disegnati nella fig. 13. L'altezza d'acqua, supponendo il serbatoio pieno, sarebbe di m. 7,30 al disopra dello strato dove avvenne la rottura. Gli sforzi S_1 e S_2 si calcoleranno come precedentemente:

$$S_1 = \frac{G + V}{f} = \frac{31\,526 + 5475}{3,3 \cdot 1} = 11\,212 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato;

$$S_2 = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot (3,3)^2 = 26645 \cdot 2,43 + 31\,526 \cdot 0,03 = 5475 \cdot 1,17$$

donde:

$$S_2 = 32\,714 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato. Per cui il massimo sforzo di compressione sullo spigolo esterno a sarà:

$$S = S_1 + S_2 = 11\,212 + 32\,714 = 43\,926 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, e il massimo sforzo di tensione sullo spigolo interno:

$$s = S_2 - S_1 = 32\,714 - 11\,212 = 21\,502 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, oppure 2,15 Chg. per centimetro quadrato.

La massima pressione per metro quadrato sullo spigolo esterno dopo avvenuta la lesione, e facendo astrazione per un istante della pressione idrostatica diretta dal basso all'alto si ottiene facendo:

$$d \cdot \frac{3 \cdot 0,033}{2} = 31\,526 + 5475$$

donde:

$$d = \frac{2 \cdot 37\,001}{0,099} = 74\,000 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, dove 0,033 è la distanza del punto di incontro della risultante (fig. 5) dallo spigolo esterno. Questo sforzo di 7,4 Chg. per centimetro quadrato dovette produrre uno schiacciamento del materiale, tanto più che sulla larghezza restante internamente di m. 3,201 = 3,3 - 3,0,033 dove si dovette produrre un'apertura, agì la pressione idrostatica che dovette aumentare la pressione sullo spigolo davanti fino al limite di rottura e provocare una rotazione del muro.

La direzione della linea d'azione della risultante s'allontana dalla verticale nello strato considerato ab (fig. 5) di una quantità determinata dalla tangente dell'angolo β che è uguale a 0,7; per cui si vede che, avendo oltrepassato il coefficiente di attrito limite dovette verificarsi anche uno scorrimento del masso murale sullo strato ab , contemporanea allo schiacciamento ed alla rotazione.

Tutte queste condizioni sfavorevoli dovettero concorrere alla rovina della parte debole del muro, e quindi appena incominciato a vuotarsi il serbatoio, le altre parti si trovarono meno cimentate, e coadiuvate dalla spinta passiva del terrapieno esterno potettero rimanere immuni.

*

Nella fig. 9 (tav. I) si sono studiate graficamente le condizioni statiche della sezione di muro già considerate nella fig. 5 per le fondazioni e per un'altezza d'acqua di m. 6,20 al disopra della platea, come era stata prescritta dai periti. La fig. 14 dà i valori delle pressioni e dei relativi bracci di leva.

Gli sforzi S_1 e S_2 si trovano in modo analogo a quanto si è già esposto:

$$S_1 = \frac{49\,104 + 5425}{4,1 \cdot 1,0} = 13\,300 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato; e:

$$S_2 = \left(\frac{19\,220 \cdot 3,27 + 49\,104 \cdot 0,08 - 5425 \cdot 1,55}{\frac{1 \cdot (4,1)^2}{6}} \right)$$

ed eseguendo le operazioni:

$$S_2 = 20\,850 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato.

Dagli sforzi trovati si deduce lo sforzo massimo di compressione sullo spigolo a:

$$S = S_1 + S_2 = 34\,150 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, oppure 3,42 Chg. per centimetro quadrato, e lo sforzo massimo di tensione:

$$s = S_2 - S_1 = 7550 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, oppure 0,76 Chg. per centimetro quadrato.

La pressione sullo spigolo esterno, dopo avvenuto lo stacco nella parte dove agisce trazione, si calcola dalla formola:

$$d \frac{3 \cdot 0,95}{2} = 49\,104 + 5425$$

ossia:

$$d = 38\,400 \text{ Chg.}$$

per metro quadrato, oppure 3,84 Chg. per centimetro quadrato.

Questo sforzo di compressione sul sottosuolo, coadiuvato dalla contropinta delle terre addossate esternamente al muro, può ritenersi ancora quasi sicuro, purchè l'altezza dell'acqua nel serbatoio non oltrepassi l'altezza prescritta dai periti, ammesso però che l'acqua non riesca a penetrare dalla parte interna sotto le fondazioni nel tratto:

$$bg = 4,1 - 3 \cdot 0,95 = 1,15 \text{ m.}$$

dove ha luogo trazione, poichè in allora subentrerebbe la pressione idrostatica che comprometterebbe tutto. Se poi, ad onta della minore grossezza assegnata al muro nel punto dove avvenne la rottura, le fondazioni fossero state eseguite con lo spessore previsto dal progetto, ossia con m. 4,90 e non m. 4,10, è probabile che non si sarebbero manifestati sforzi di trazione, quindi la stabilità dell'opera a m. 6,20 d'altezza dell'acqua poteva ritenersi assicurata.

Per farci un'idea del pericolo grandissimo a cui si esponeva il muro oltrepassando l'altezza d'acqua nel serbatoio di m. 6,20 prescritta dai periti e portandola a m. 8,30, basta paragonare l'andamento della curva delle pressioni nell'uno (fig. 9) e nell'altro caso (fig. 5); essa viene avvicinata assai al paramento a valle e nel giunto dove avvenne la rottura, passa per lo spigolo estremo, mentre nella fig. 9 si mantiene ancora vicino al terzo medio.

*

Il professore Intze paragona l'andamento della curva delle pressioni nel muro di Sonzier con la parte superiore della traversa che deve costruirsi a Remscheid e ne fa risultare i vantaggi di quest'ultima; a noi piace fare un paragone analogo coi tipi di traverse da noi proposti (1); così troviamo che per una traversa muraria di m. 10 d'altezza a m. 8 di profondità si ha uno spessore di m. 4,693 e una pressione massima di Chg. 3,045 a valle, e di Chg. 2,392 a monte, mentre questa di Sonzier non avrebbe a m. 7,30 di profondità che m. 3,30 di spessore (fig. 5) secondo l'esecuzione, e m. 4,00 a sezione conforme ai disegni (fig. 7) e una tensione di Chg. 2,15 per centimetro quadrato nel primo caso sullo spigolo a monte e rispettivamente di Chg. 1,14 nel secondo caso.

Da tutto quanto precede si conchiude che anche il muro di Sonzier si trovava in condizioni difettose, e che per conseguenza la sua rovina non poteva mancare; che ad onta delle prescrizioni dei periti, dirette a diminuire le circostanze compromettenti la solidità, esse non furono osservate, quindi la caduta del muro fu ancora aiutata da chi

avrebbe potuto evitare ciò, certo involontariamente. Egli è dunque necessario di usare ogni cautela nella costruzione delle traverse murarie per grandi e piccoli serbatoi, e noi non possiamo che raccomandare le istruzioni già indicate nel nostro lavoro *Sui muri di sostegno*, ecc., ossia solidità perfetta del sottosuolo di fondazione, esclusione di ogni sforzo di trazione nella muratura, specialmente a serbatoio pieno. Il limite della compressione da farsi sopportare alla muratura non dovrebbe oltrepassare i 6 Chg. per centimetro quadrato e per muri di piccola altezza, mentre si può arrivare ad 8 Chg. per centimetro quadrato per muri di 20 metri e più, calcolando senza tenere conto dell'obliquità della risultante; se, invece, si tiene conto di questa obliquità (1) si può salire fino a 9 Chg. L'esecuzione della muratura dev'essere fatta con tutte le regole d'arte rigorosamente osservate e la forma iconografica della traversa, possibilmente ad arco di circolo colla convessità verso monte, ossia dal lato delle acque.

Qualora si osservino tutte queste condizioni non v'è pericolo alcuno a temere, e si potranno costruire con tutta sicurezza quanti serbatoi si vorranno, facendo così godere del beneficio di questo sistema popolazioni intiere.

Teramo, 17 gennaio 1889.

GAETANO CRUGNOLA.

GEOMETRIA PRATICA

SULLA COMPENSAZIONE SIMULTANEA DI PIU' POLIGONALI COLLEGATE FRA LORO.

Nota dell'ing. G. B. MAFFIOTTI.

1. Le poligonali che si tracciano in un Comune per rilevarne il territorio non hanno tutte i loro due estremi su punti trigonometrici; spesso esse sono collegate fra di loro, un vertice dell'una servendo di appoggio ad un'altra, alla quale si attacca una terza, e così di seguito.

I lati e gli angoli di tutte queste poligonali sono misurati d'ordinario da uno stesso operatore, cogli stessi strumenti e colle stesse cautele; quindi la distinzione che si fa di poligonali principali e poligonali secondarie non è sempre sostanziale; e il sistema di compensare le poligonali una per volta separatamente, incominciando da quelle che si considerano come principali, è consigliato unicamente da ragioni di comodità. Qualche volta però questo sistema dà luogo ad inconvenienti, perchè gli errori vanno accumulandosi sulle poligonali secondarie, per le quali si è costretti ad accettare errori superiori ai limiti di tolleranza stabiliti per le poligonali principali.

Quando per una determinata poligonale secondaria si verifica quest'inconveniente, vi si può rimediare compensando simultaneamente il gruppo formato dalla poligonale secondaria e dalle poligonali principali alle quali essa si appoggia. Lo scopo del presente scritto è appunto quello di esporre un metodo che si potrebbe seguire per operare questa compensazione, metodo che ha il vantaggio di essere generale, cioè applicabile qualunque sia il numero delle poligonali, e qualunque sia il modo con cui sono collegate.

2. Per compensare una poligonale si possono seguire vari metodi: enumeriamo i principali:

a) Le proiezioni dell'errore della poligonale sui due assi coordinati si ripartiscono in parti eguali sulle proiezioni corrispondenti dei lati;

b) Le proiezioni dell'errore si ripartiscono in parti proporzionali alla lunghezza dei lati;

(1) *Sui muri di sostegno delle terre e sulle traverse dei serbatoi d'acqua*, pag. 349. — Torino, 1883.

(1) Libro citato, *Sui muri di sostegno*, ecc., § 7 e 8.

c) Le proiezioni dell'errore si ripartiscono proporzionalmente ai valori assoluti delle proiezioni corrispondenti dei lati. È il metodo suggerito in molti trattati di topografia; ma è da respingersi, poichè conduce a correzioni che, nel loro complesso sono maggiori di quelle che darebbero i due metodi precedenti, e sono inoltre dipendenti dall'orientamento degli assi;

d) Si moltiplicano tutti i lati per un fattore costante $1 + \lambda$, e si aumentano gli angoli, ciascuno di una quantità α , determinando λ ed α in modo che la poligonale risultante sia compensata (1);

e) La compensazione dei lati si fa in modo da non alterarne l'orientamento già compensato. Ciò si può ottenere o con procedimenti empirici, come ha proposto il ch.mo ing. V. Soldati in una memoria letta alla Società degli ingegneri ed industriali di Torino; ovvero razionalmente col metodo dei minimi quadrati, come ha osservato l'illustre prof. Siacci in una nota presentata all'Accademia delle scienze di Torino.

È certo che quando la compensazione avesse per scopo di correggere unicamente errori accidentali commessi nella misura degli elementi della poligonale, il metodo dei minimi quadrati indicato in ultimo sarebbe il più razionale come quello che condurrebbe alla determinazione dei valori *più probabili* delle correzioni incognite che si cercano. Ma le discrepanze fra gli elementi di una poligonale e quelli dei punti trigonometrici, fra i quali essa corre, non dipendono esclusivamente da errori di misura dei lati e degli angoli della poligonale. Le coordinate dei punti trigonometrici catastali non sono mai rigorosamente esatte, e gli errori da cui sono affette sono qualche volta di un ordine di grandezza eguale o di poco inferiore a quello degli errori presumibili della poligonale, specialmente se i lati di questa sono ottenuti colla misura diretta, in condizioni favorevoli del terreno, e gli angoli sono misurati con teodoliti sui quali si leggono direttamente i 10". Per questa considerazione anche il metodo dei minimi quadrati citato più sopra è da ritenersi come empirico e convenzionale; e siccome i calcoli che esso richiede sono assai lunghi, così manca ogni ragione per adottarlo. Che anzi la condizione di mantenere invariati gli angoli, alla quale con quel metodo si soddisfa, ha per conseguenza di concentrare sui lati tutte le correzioni, anche quelle che si rendono necessarie in causa degli inevitabili spostamenti relativi dei punti trigonometrici. Invece negli altri metodi concorrendo tanto i lati quanto gli angoli a procurare la compensazione, questa si può ottenere con minori variazioni degli elementi misurati: coi metodi a) e b) gli angoli subiscono è vero variazioni diseguali da angolo ad angolo, il che non è un pregio, ma sul complesso le posizioni relative dei vertici variano meno che con qualunque altro metodo.

Riterrei quindi che riservando l'impiego del metodo razionale e) a casi specialissimi in cui si può fare assegnamento sopra una grande esattezza delle coordinate dei punti trigonometrici, sia lecito nei casi ordinari servirsi di metodi empirici, ma più speditivi (2).

(1) Le Istruzioni del Catasto Prussiano prescrivono questo metodo, ovvero quello di cui alla lettera b) secondochè gli errori sono superiori o inferiori a certi limiti, e il numero dei lati della poligonale è maggiore di tre, o no (V. *Anweisung vom 25 oktober 1881, für die trigonometrischen und polygonometrischen Arbeiten*, ecc., Berlin, 1881, n° 94, pagina 286).

(2) L'applicazione della teoria dei minimi quadrati alla compensazione delle poligonali era stata proposta fin dal 1858 dal VORLÄNDER in un opuscolo col titolo *Über die Ausgleichung der Fehler polygonometrischer Messungen*. Leipzig, Teubner. Nel *Zeitschrift für Vermessungswesen* l'argomento della compensazione delle poligonali è trattato più volte dal già citato VORLÄNDER (anno 1874, pag. 390),

Per la compensazione simultanea di più poligonali collegate fra loro mi servirò dell'uno o dell'altro dei metodi indicati alle lettere a) e b) i quali sono i più semplici e servono allo scopo meglio di ogni altro.

3. Comunque si compensi una poligonale la somma algebrica delle correzioni delle proiezioni dei lati rispetto ad un asse è costante, quindi la somma dei quadrati di queste correzioni sarà minima se esse sono eguali fra loro, cioè se la compensazione si fa col metodo indicato alla lettera a) del numero precedente. Questa proprietà può servire come definizione di quel metodo, il quale così definito si presta per essere senz'altro applicato alla compensazione simultanea di più poligonali collegate fra loro.

Per brevità di linguaggio chiamiamo *punti fissi* i punti trigonometrici, o i vertici di poligonali già compensate; *nodi* i vertici di una rete di poligonali, nei quali concorrono tre o più lati; *rami* le porzioni di poligonali comprese fra due nodi successivi, o fra un nodo e un punto fisso, in guisa che nessuno fra i vertici del ramo, all'infuori degli estremi, sia un nodo. Se noi compensiamo una rete di poligonali rendendo minima la somma dei quadrati delle correzioni delle proiezioni dei lati, troveremo a compensazione finita che le correzioni riguardanti i lati di uno stesso ramo sono eguali fra loro. Se non lo fossero si potrebbe difatti sostituire ad esse altre correzioni eguali fra loro, ed eguali alla media aritmetica delle prime senza distruggere la compensazione nè alterare la somma dei quadrati delle correzioni relative agli altri rami; ma si diminuirebbe la somma analoga per il ramo considerato, e perciò anche la somma complessiva per tutta la rete, la qual'ultima somma, contrariamente all'ipotesi, non sarebbe minima.

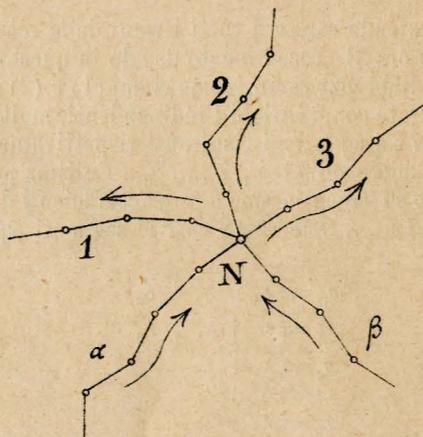


Fig. 2.

Ciò posto, sia N (fig. 2) un nodo di una rete qualunque di poligonali. Fra i rami che vi s'appoggiano, alcuni α, β, \dots saranno diretti verso N, altri, come 1, 2, 3... avranno una direzione che si allontana da N. Noi potremo sempre scegliere le direzioni delle poligonali in modo che, se un ramo è comune a più poligonali, sia sempre contato nello stesso verso; e così faremo sempre. Ogni ramo che va verso N, combinato con un ramo che si allontana da N, farà parte di una poligonale, cui corrisponderà una equazione di condi-

dal JORDAN (anno 1884, p. 373, e 1886, p. 332), dal FENNER (anno 1887, p. 249 e 287).

Il JORDAN nel suo trattato di topografia e geodesia (*Handbuch des Vermessungskunde* 1887, pag. 300) dà, a scopo puramente didattico, il metodo di compensazione coi minimi quadrati, ma non lo consiglia nella pratica.

zione, alla quale dovranno soddisfare le correzioni relative ai rami che a quella poligonale appartengono. Si avranno così, per ogni nodo N, tante equazioni di condizione, distinte o non, quante sono le combinazioni di ciascuno dei rami α, β, \dots con ciascuno dei rami 1, 2...

Diciamo x_i la correzione della proiezione sull'asse delle x di ciascun lato del ramo i ; n_i il numero dei lati di questo ramo; a_x, b_x, c_x, \dots rispettivamente gli errori, secondo l'asse delle x , delle poligonali A, B, C... passanti per il nodo N. Nel caso della fig. 2 queste poligonali sono sei; e le sei equazioni di condizione corrispondenti, quando ci limitiamo ai termini contenenti le correzioni relative ai rami $\alpha, \beta, 1, 2, 3$, si possono scrivere così:

$$\left. \begin{aligned} \dots + n_\alpha x_\alpha + n_1 x_1 + \dots &= a_x \\ \dots + n_\alpha x_\alpha + n_2 x_2 + \dots &= b_x \\ \dots + n_\alpha x_\alpha + n_3 x_3 + \dots &= c_x \\ \dots + n_\beta x_\beta + n_1 x_1 + \dots &= d_x \\ \dots + n_\beta x_\beta + n_2 x_2 + \dots &= e_x \\ \dots + n_\beta x_\beta + n_3 x_3 + \dots &= f_x \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

Si osserverà che non tutte queste equazioni possono essere distinte (ad esempio la 5ª dev'essere una conseguenza delle equazioni 1ª, 2ª, 4ª; la 6ª una conseguenza delle equazioni 1ª, 3ª, 4ª); ma noi conserveremo le equazioni superflue per la simmetria dei risultati.

Per completare la serie delle equazioni di condizione di tutta la rete s'immagineranno aggiunte alle equazioni (1) quelle che riguardano le poligonali non passanti per N.

Per ultimo vi ha l'equazione del minimo:

$$\Sigma n x^2 = \min. \dots (2)$$

la somma Σ essendo estesa a tutti i rami della rete.

Applicando ora il procedimento usuale in questo genere di questioni, differenzieremo le equazioni (1) e (2) rispetto alle x considerate come variabili indipendenti, moltiplicheremo le prime sei equazioni risultanti rispettivamente per i coefficienti indeterminati $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_6$ e l'ultima per -1 , le sommeremo ed eguaglieremo a zero i coefficienti dei differenziali dx_1, dx_2, \dots . Otterremo così le seguenti equazioni correlate:

$$\begin{aligned} x_\alpha &= \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \\ x_\beta &= \lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_6 \\ x_1 &= \lambda_1 + \lambda_4 \\ x_2 &= \lambda_2 + \lambda_5 \\ x_3 &= \lambda_3 + \lambda_6 \end{aligned}$$

da cui:

$$x_\alpha + x_\beta = x_1 + x_2 + x_3 \dots (3)$$

Questa equazione che possiamo chiamare equazione al nodo dimostra la seguente proposizione:

La somma delle correzioni, rispetto ad un asse, relative ai rami diretti verso un nodo, è eguale alla somma corrispondente relativa ai rami che partono da quel nodo.

Questa proposizione è generale. Essa si può anche esprimere dicendo che, se si cambia il segno alle correzioni dei rami diretti verso il nodo, le correzioni relative ai rami di un nodo si fanno equilibrio.

L'equazione (3) dà il mezzo di completare per qualunque rete di poligonali il numero delle equazioni necessarie per la soluzione del problema propostoci. Basterà aggiungere alle equazioni di condizione, alle quali le correzioni x debbono soddisfare, tante equazioni analoghe alla (3) quanti sono i nodi della rete; poichè è facile il dimostrare che detto π il numero delle equazioni di condizione distinte, ν il numero

dei nodi, ρ il numero dei rami, cioè il numero delle incognite (per ogni asse) da determinarsi si ha (1):

$$\pi + \nu = \rho$$

Le ρ equazioni si possono ridurre a π , eliminando ν incognite col mezzo delle equazioni ai nodi. Siccome i coefficienti di queste ultime equazioni sono numerici, e quelli delle equazioni di condizione sono lineari rispetto ad n_1, n_2, \dots così i coefficienti delle π equazioni risultanti saranno pure lineari rispetto a quelle quantità. Ne segue che le incognite x si potranno ottenere sotto la forma seguente:

$$x = \frac{A a_x + B b_x + C c_x + \dots}{\Delta}$$

ove Δ è un polinomio di grado π rispetto ad n_1, n_2, \dots e i coefficienti A, B, C... sono funzioni analoghe del grado $\pi - 1$.

4. Abbiamo supposto finora che la ripartizione degli errori si faccia col metodo a), cioè in parti eguali sui lati di uno stesso ramo. Ma i ragionamenti fatti e le formole, alle quali essi conducono, servono anche per il caso in cui si voglia (metodo b)) che le correzioni delle proiezioni dei lati di un ramo siano proporzionali alle lunghezze dei lati stessi.

Difatti i due metodi coincidono se i lati della poligonale hanno lunghezze eguali. Se le lunghezze non sono eguali si ridurranno a esserlo dividendo i lati in parti tutte eguali fra loro, per es., in metri (se ogni lato comprende un numero intero di metri) e considerando ogni latercolo di un metro come un lato di poligonale, giacchè questa scomposizione, evidentemente, non altera il risultato della compensazione. Quindi sia con un metodo, sia coll'altro, le equazioni di condizione e l'equazione del minimo si possono scrivere sotto una forma identica, e conducono a valori delle incognite espressi in forma identica, solo che non sarà lo stesso il significato delle lettere. Intendendo con n_1, n_2, \dots il numero dei lati dei rami 1, 2... e con x_1, x_2, \dots le correzioni delle proiezioni dei lati di quei rami, le formole daranno la compensazione col metodo a); intendendo invece che n_1, n_2, \dots rappresentino le lunghezze sviluppate dei rami 1, 2... ed x_1, x_2, \dots le correzioni delle proiezioni dell'unità di lunghezza dei lati dei rami corrispondenti, avremo la compensazione col metodo b).

Quando la rete da compensare ha lati di lunghezze sensibilmente diverse dall'uno all'altro, e gli errori delle poligonali non sono piccolissimi, è preferibile l'ultimo metodo, poichè il primo potrebbe disorientare troppo i lati corti. Adottando il metodo b), i numeri n_1, n_2, \dots rappresentanti la lunghezza sviluppata dei rami, si potranno, senza inconvenienti, arrotondare, esprimendoli in decine intere di metri, o in centinaia intere. Con questi valori approssimati si calcoleranno le correzioni $n_1 x_1, n_2 x_2, \dots$ dei rami: invece, il calcolo del riparto di queste correzioni sui vari lati dei rami si potrà fare tenendo conto dei metri o delle decine di metri.

5. Esamineremo ora alcuni casi particolari. Negli esempi che seguiranno, i rami della rete da compensare avranno sempre in figura una freccia che indicherà la direzione, in cui sono contate, e saranno distinti coi numeri 1, 2... Le lettere x ed n , aventi come indice il numero distintivo del ramo cui appartengono, avranno il significato già dichiarato. Le let-

(1) Se i nodi fossero punti fissi, le π equazioni di condizione basterebbero per determinare le ρ incognite, ossia sarebbe $\pi = \rho$; ora stabilire una condizione (per ognuno dei due assi coordinati) cui debbano soddisfare le correzioni dei rami concorrenti in un nodo, equivale a fissare questo nodo, dunque ecc.

tere $a_x, b_x, c_x \dots$ con o senza indice, rappresenteranno gli errori delle poligonali A, B, C... che si tratta di compensare, rispetto all'asse delle x . Noi formeremo queste poligonali partendo per tutte da uno stesso punto fisso, dall'origine del ramo 1, cosicchè questo ramo sarà comune a tutte.

Di regola, limiteremo la ricerca alla determinazione delle correzioni x relative all'asse delle ascisse. Le correzioni y si otterranno con sostituzioni di lettere nelle formole che danno x .

Alcuni casi particolari.

6. — 1° CASO. — *Tre o più rami di poligonali passanti per un nodo.* — Nel caso di tre rami (fig. 3) si hanno due equazioni di condizione, e perciò due poligonali A, B: le equazioni sono:

$$\begin{aligned} n_1 x_1 + n_2 x_2 &= a_x \\ n_1 x_1 + n_3 x_3 &= b_x \end{aligned}$$

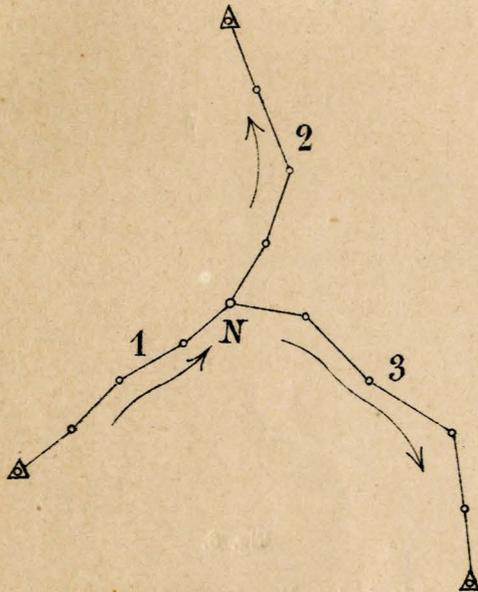


Fig. 3.

Si ha poi un'equazione al nodo:

$$x_1 = x_2 + x_3.$$

Ne dedurremo:

$$\begin{aligned} x_1 \cdot \Delta &= n_2 a_x + n_3 b_x \\ x_2 \cdot \Delta &= (n_1 + n_3) a_x - n_1 b_x \\ x_3 \cdot \Delta &= -n_1 a_x + (n_1 + n_2) b_x \end{aligned}$$

ove:

$$\Delta = n_1 n_2 + n_2 n_3 + n_3 n_1.$$

Se si calcolano le y_1, y_2 , ponendo nelle formole precedenti a_y, b_y al posto di a_x, b_x , si otterrà dividendo:

$$\frac{n_1 x_1}{n_1 y_1} = \frac{a_x + \frac{n_2}{n_3} b_x}{a_y + \frac{n_2}{n_3} b_y} \quad \frac{n_2 x_2}{n_2 y_2} = \frac{a_x - \frac{n_1}{n_3} (b_x - a_x)}{a_y - \frac{n_1}{n_3} (b_y - a_y)}$$

Queste equazioni suggeriscono per la determinazione delle incognite $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$ la seguente costruzione grafica assai semplice (fig. 4): Assunti due assi coordinati OX, OY, si costruiscano nella scala di 1:10, ad esempio, le rette OA, OB che rappresentano in grandezza e in di-

rezione gli errori delle due poligonali; ossia si segnino i punti A e B aventi per coordinate $\begin{cases} a_x \\ a_y \end{cases}, \begin{cases} b_x \\ b_y \end{cases}$; e condotte le rette indefinite Aβ, Oβ', parallele l'una ad OB, l'altra ad AB, si prenda sulla prima:

$$Am = \frac{n_2}{n_3} \cdot OB,$$

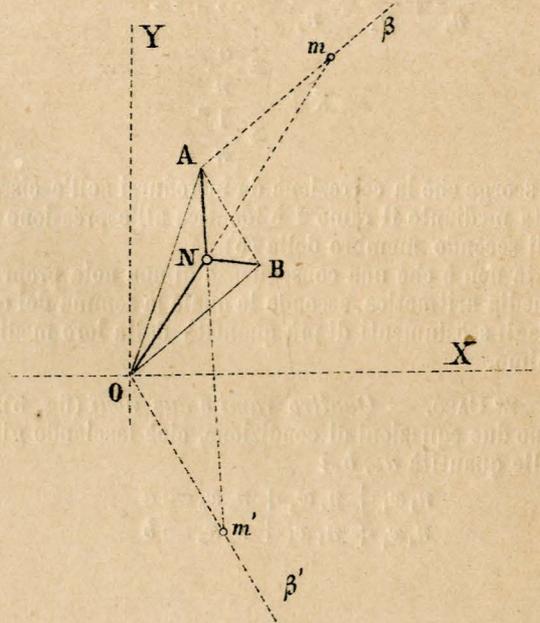


Fig. 4.

sulla seconda:

$$Om' = \frac{n_1}{n_3} \cdot AB.$$

Le trasversali Om, Am' s'incrocieranno in un punto N. Le rette ON, NA, NB rappresenteranno in grandezza e in direzione le totali correzioni cercate, e non si avrà che a proiettarle sugli assi per avere $n_1 x_1, n_2 x_2, n_3 x_3, n_1 y_1, n_2 y_2, n_3 y_3$.

7. Quando i rami di una rete, qualunque sia poi il loro numero, passano tutti per un nodo solo, il valore $n x$ della correzione complessiva d'un ramo qualsiasi si può mettere sotto una forma notevole. Si troverà, ad esempio, per il ramo n. 1:

$$n_1 x_1 = \frac{\frac{a_x}{n_2} + \frac{b_x}{n_3} + \frac{c_x}{n_4} + \dots \sum \frac{a}{n}}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \dots \sum \frac{1}{n}} \dots (4)$$

Quindi l'espressione di $n_1 x_1$ ha la forma d'una media. Si può difatti giungere alla formola (4) col seguente ragionamento. Si calcoli l'ascissa del nodo successivamente partendo da ciascuno dei punti fissi del sistema per mezzo degli elementi dei rami che si appoggiano a quei punti. Troveremo altrettanti valori diversi quanti sono i rami, cioè, detta X l'ascissa ottenuta cogli elementi del ramo 1, troveremo per i rami:

$$1, 2, 3, \dots$$

rispettivamente i valori:

$$X, X + a_x, X + b_x, \dots$$

Questi valori non hanno lo stesso peso; possiamo ritenere che il peso vari inversamente al numero n e sia perciò:

$$\frac{1}{n_1}, \frac{1}{n_2}, \frac{1}{n_3} \dots$$

Quindi la *media aritmetica ponderata* dell'ascissa del nodo sarà:

$$\frac{\frac{1}{n_1} X + \frac{1}{n_2} (X + a_x) + \frac{1}{n_3} (X + b_x) + \dots}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \frac{1}{n_3} + \dots} = X + \frac{\sum \frac{a}{n}}{\sum \frac{1}{n}}$$

onde si scorge che la correzione da introdursi nell'ascissa X calcolata mediante il ramo 1 è identica all'espressione che forma il secondo membro della (5).

Questa non è che una conseguenza di una nota proprietà della media aritmetica, secondo la quale la somma dei quadrati degli scostamenti di più quantità dalla loro media è un minimo.

8. — 2° CASO. — *Quattro rami e due nodi* (fig. 5). — Si hanno due equazioni di condizione, cioè lasciando gli indici delle quantità a_x, b_x :

$$\begin{aligned} n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 &= a \\ n_1 x_1 + n_4 x_4 + n_3 x_3 &= b \end{aligned}$$

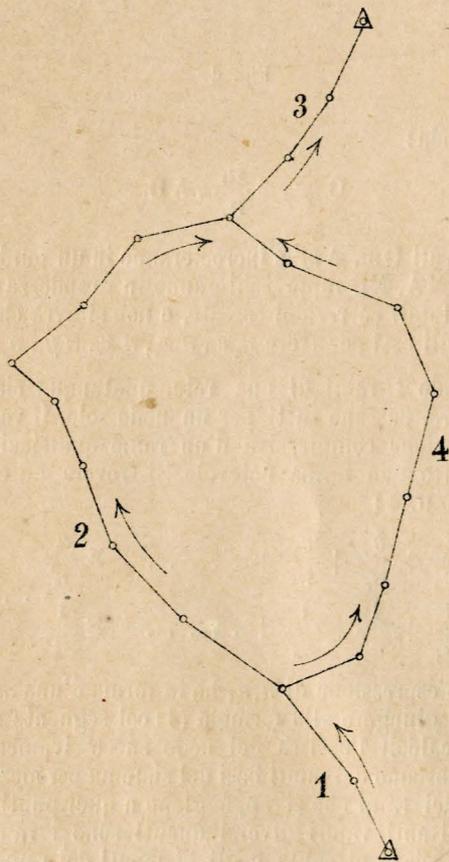


Fig. 5.

si hanno poi le equazioni ai nodi:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 + x_4 \\ x_3 &= x_2 + x_4. \end{aligned}$$

Si otterrà:

$$\begin{aligned} x_1 \cdot \Delta &= x_3 \cdot \Delta = n_4 a + n_2 b \\ x_2 \cdot \Delta &= n_4 a + (n_1 + n_3) (a - b) \\ x_4 \cdot \Delta &= n_2 b - (n_1 + n_3) (a - b) \end{aligned}$$

ove:

$$\Delta = (n_1 + n_3) (n_2 + n_4) + n_3 n_4.$$

9. — 3° CASO. — *Cinque rami e due nodi* (fig. 6, fig. 7 e fig. 8). — Nel caso della fig. 6, cioè quando i punti fissi sono tre, si hanno le tre equazioni di condizione seguenti:

$$\begin{aligned} n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 &= a \\ n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_5 x_5 &= b \\ n_1 x_1 + n_4 x_4 + n_5 x_5 &= c \end{aligned}$$

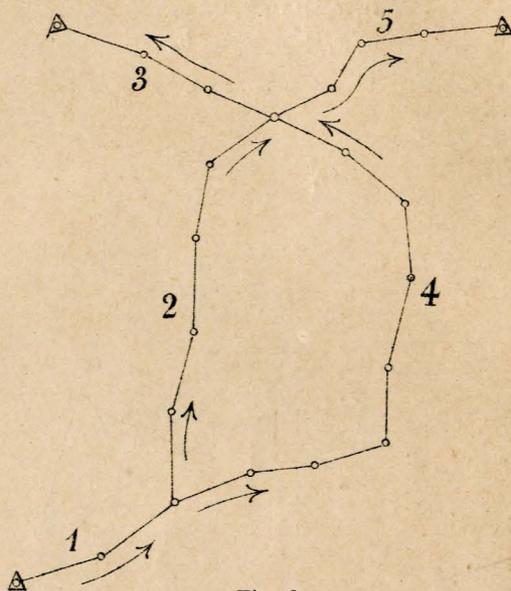


Fig. 6.

e le due equazioni ai nodi:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 + x_4 \\ x_3 + x_5 &= x_2 + x_4. \end{aligned}$$

Si ricaverà:

$$\begin{aligned} x_1 \cdot \Delta &= n_5 (n_2 + n_4) a + (n_3 n_4 - n_2 n_5) b + n_2 (n_3 + n_5) c \\ x_2 \cdot \Delta &= n_4 n_5 a + \left\{ n_3 (n_1 + n_4 + n_5) + n_1 n_5 \right\} b - \\ &\quad - \left\{ n_5 (n_1 + n_3) + n_1 n_3 \right\} c \end{aligned}$$

ove:

$$\Delta = n_3 n_5 (n_2 + n_4) + (n_3 + n_5) [n_2 n_4 + n_1 (n_2 + n_4)].$$

Non occorre cercare l'espressione delle altre incognite, che, noti x_1 ed x_2 , si ricaveranno più facilmente dalle equazioni ai nodi, e dalle equazioni di condizione.

Nel caso della fig. 7, quando i punti fissi sono 4, si ha:

$$\begin{aligned} n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 &= a \\ n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_5 x_5 &= b \\ n_1 x_1 + n_4 x_4 &= c \\ x_1 &= x_2 + x_4 \\ x_2 &= x_3 + x_5. \end{aligned}$$

Si ricaverà:

$$\begin{aligned} x_1 \Delta &= n_4 n_5 a + n_3 n_4 b + \left\{ n_3 n_5 + n_2 (n_3 + n_5) \right\} c \\ x_4 \Delta &= -n_1 n_5 a - n_1 n_3 b + \left\{ n_3 n_5 + (n_1 + n_2) (n_3 + n_5) \right\} c \end{aligned}$$

ove:

$$\Delta = (n_1 + n_4) \left\{ n_3 n_5 + n_2 (n_3 + n_5) \right\} + n_1 n_4 (n_3 + n_5).$$

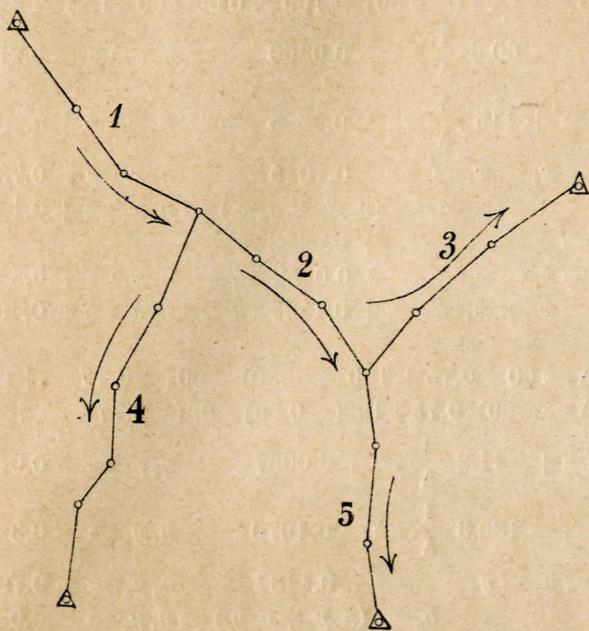


Fig. 7.

Noti x_1, x_4 , si ricaveranno le altre incognite dalle equazioni ai nodi e dalle equazioni di condizione.

Nel caso della fig. 8, quando i punti fissi sono 2, si ha :

$$\begin{aligned} n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 &= a \\ n_1 x_1 + n_4 x_4 + n_3 x_3 &= b \\ n_1 x_1 + n_5 x_5 + n_3 x_3 &= c \\ x_1 &= x_2 + x_4 + x_5 \\ x_3 &= x_2 + x_4 + x_5 = x_1 \end{aligned}$$

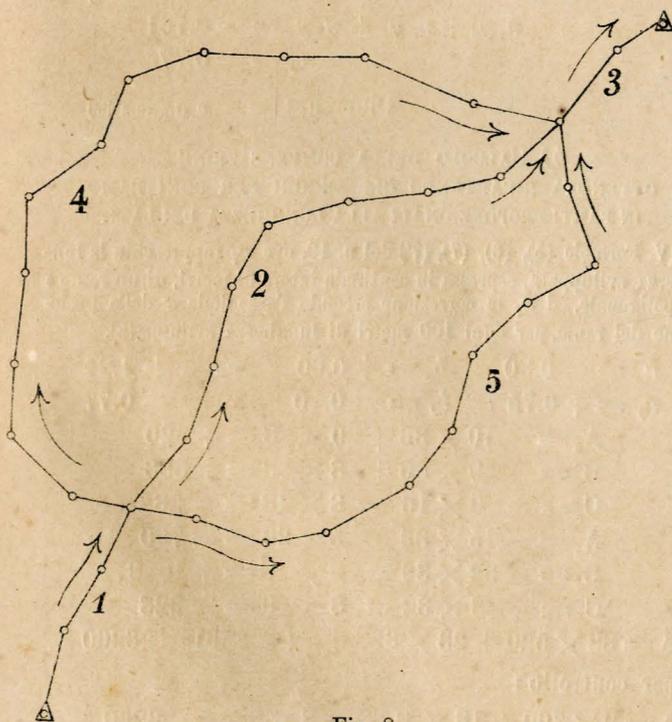


Fig. 8.

e si troverà, risolvendo:

$$x_2 \Delta = \begin{cases} n_1 n_5 + (n_1 + n_3)(n_4 + n_5) \} a \\ - (n_1 + n_3)(n_5 b + n_4 c) \end{cases}$$

ove:

$$\Delta = (n_1 + n_2 + n_3) n_4 n_5 + n_2 (n_1 + n_3) (n_4 + n_5).$$

Nota x_2 , le equazioni ai nodi e le equazioni di condizione somministreranno le altre incognite.

10. — 4° CASO. — Sei rami e tre nodi, disposti come nella fig. 9. — Si hanno le equazioni di condizione:

$$\begin{aligned} n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_3 x_3 &= a \\ n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_4 x_4 + n_5 x_5 &= b \\ n_1 x_1 + n_6 x_6 + n_5 x_5 &= c \end{aligned}$$

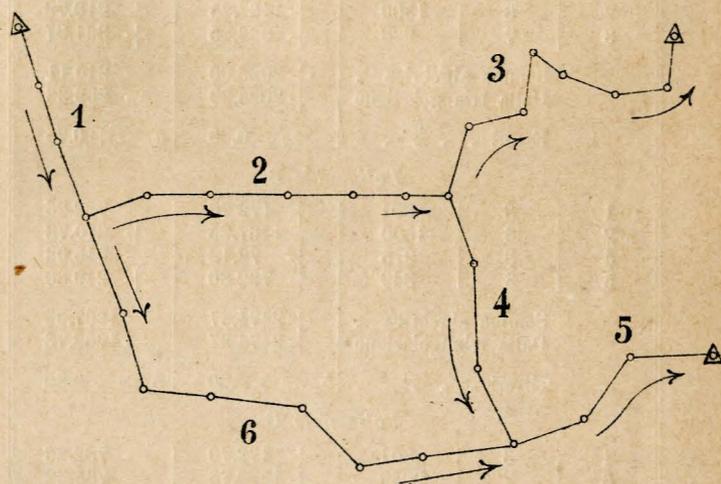


Fig. 9.

e le equazioni ai nodi:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 + x_6 \\ x_2 &= x_3 + x_4 \\ x_5 &= x_4 + x_6 \end{aligned}$$

Eliminati x_1, x_3, x_5 , si ricaveranno per x_2, x_4 i seguenti valori:

$$(5) \dots \begin{cases} x_2 \Delta = A_2 a + B_2 b + C_2 c \\ x_4 \Delta = A_4 a + B_4 b + C_4 c \end{cases}$$

ove:

$$(6) \dots \begin{cases} A_2 = n_1 (n_1 + n_5 + n_6) + n_5 n_6 \\ B_2 = n_3 (n_1 + n_5 + n_6) + n_1 n_5 \\ C_2 = -n_3 (n_1 + n_5) - n_1 (n_1 + n_5) \\ A_4 = -n_2 (n_1 + n_5 + n_6) - n_1 n_6 \\ B_4 = (n_1 + n_2 + n_3)(n_1 + n_5 + n_6) - n_1^2 \\ C_4 = -n_5 (n_1 + n_2 + n_3) - n_1 n_5 \end{cases}$$

$$(7) \dots \Delta = (n_1 + n_2 + n_3) A_2 + (n_1 + n_3) B_2 + n_1 C_2$$

ovvero:

$$(7') \dots \Delta = -n_3 A_4 + (n_4 + n_5) B_4 + n_5 C_4$$

il doppio calcolo di Δ servirà a controllare tanto Δ quanto $A_2, B_2, C_2, A_4, B_4, C_4$. Note x_2, x_4 , le equazioni ai nodi e quelle di condizione daranno le altre incognite.

11. Daremo un *esempio numerico* per dimostrare che lo sviluppo dei calcoli necessari per l'applicazione delle formule non è eccessivo neppure nel più complicato fra i casi particolari considerati, che è l'ultimo.

Sia da compensare la rete delle tre poligonali A, B, C, formata da sei rami disposti come nella fig. 9.

Dal registro dei calcoli delle poligonali si ricaveranno gli elementi numerici, che supporrò essere quelli dati dal seguente specchietto:

Numero distintivo dei rami	Numero dei lati di ciascun ramo	Lunghezza sviluppata di ciascun ramo metri	PROIEZIONI DEI RAMI	
			X	Y
<i>Poligonale A</i>				
1	3	801	+ 172.70	- 782.26
2	6	1500	+ 1467.25	+ 210.78
3	7	928	+ 386.25	+ 361.37
Somma algebrica . Dalla triangolazione			+ 2026.00	- 210.11
Errori			$a_x = -0.80$	$a_y = +0.75$
<i>Poligonale B</i>				
1	3	801	+ 172.70	- 782.26
2	6	1500	+ 1467.25	+ 210.78
4	3	975	+ 72.12	- 946.08
5	3	849	+ 762.30	+ 249.60
Somma algebrica . Dalla triangolazione			+ 2474.37	- 1267.96
Errori			$b_x = +0.60$	$b_y = -0.80$
<i>Poligonale C</i>				
1	3	801	+ 172.70	- 782.26
6	7	2049	+ 1538.76	- 735.33
5	3	849	+ 762.30	+ 249.60
Somma algebrica . Dalla triangolazione			+ 2473.76	- 1267.99
Errori			$c_x = +1.21$	$c_y = -0.77$

Mediante questi elementi si procederà al calcolo della compensazione che, sia col metodo a), sia col metodo b), si può svolgere in identico modo, come segue:

a) CALCOLO DELLA COMPENSAZIONE,

OTTENUTA RIPARTENDO GLI ERRORI IN PARTI EGUALI SUI LATI DI UNO STESSO RAMO.

(V. Formole (5), (6), (7), (7') del n. 10, ove n_i rappresenta il numero dei lati di un ramo i di poligonale, ed x_i la correzione della proiezione sull'asse delle x di ciascun lato del ramo).

$$a_x = -0.80 \quad b_x = +0.60 \quad c_x = +1.21$$

$$a_y = +0.75 \quad b_y = -0.80 \quad c_y = -0.77$$

$$A_2 = 3 \times 13 + 7 \times 3 = + 60$$

$$B_2 = 7 \times 13 + 3 \times 3 = + 100$$

$$C_2 = -7 \times 6 - 3 \times 6 = - 60$$

$$A_4 = -6 \times 13 - 3 \times 7 = - 99$$

$$B_4 = 16 \times 13 - 3 \times 3 = + 199$$

$$C_4 = -3 \times 16 - 3 \times 7 = - 69$$

$$\Delta = 16 \times 60 + 9 \times 100 - 3 \times 60 = 1680$$

e per controllo:

$$\Delta = -7(-99) + 6 \times 199 + 3(-69) = 1680$$

$$x_2 \Delta = 60(-0.80) + 100 \times 0.60 - 60 \times 1.21 = -60.6$$

$$x_4 \Delta = -99(-0.80) + 199 \times 0.60 - 69 \times 1.21 = +115$$

$$x_2 = -60.6 \frac{1}{\Delta} = -0.0360 \quad n_2 x_2 = -0.2160$$

$$x_4 = +115 \frac{1}{\Delta} = +0.0685 \quad n_4 x_4 = +0.2055$$

$$x_3 = x_2 - x_4 = -0.1045 \quad n_3 x_3 = -0.7315$$

$$a_x - (n_2 x_2 + n_3 x_3) = n_1 x_1 = +0.1475$$

$$x_1 = +0.0492$$

$$x_6 = x_1 - x_2 = +0.0852 \quad n_6 x_6 = +0.5965$$

$$x_5 = x_4 + x_6 = +0.1537 \quad n_5 x_5 = +0.4610$$

$$y_2 \Delta = 60 \times 0.75 + 100(-0.80) - 60(-0.77) = +11.2$$

$$y_4 \Delta = -99 \times 0.75 + 199(-0.80) - 69(-0.77) = -180.3$$

$$y_2 = +11.2 \frac{1}{\Delta} = +0.0067 \quad n_2 y_2 = +0.0400$$

$$y_4 = -180.3 \frac{1}{\Delta} = -0.1070 \quad n_4 y_4 = -0.3210$$

$$y_3 = y_2 - y_4 = +0.1137 \quad n_3 y_3 = +0.7960$$

$$a_y - (n_2 y_2 + n_3 y_3) = n_1 y_1 = -0.0860$$

$$y_1 = -0.0287$$

$$y_6 = y_1 - y_2 = -0.0354 \quad n_6 y_6 = -0.2480$$

$$y_5 = y_4 + y_6 = -0.1424 \quad n_5 y_5 = -0.4270$$

Verificazioni.

$$n_1 x_1 + n_2 x_2 + n_4 x_4 + n_5 x_5 = +0.5980$$

$$b_x = +0.60$$

Differenza = » (trascurabile)

$$n_1 x_1 + n_6 x_6 + n_5 x_5 = +1.2050$$

$$c_x = +1.21$$

Differenza = » (trascurabile)

$$n_1 y_1 + n_2 y_2 + n_4 y_4 + n_5 y_5 = -0.794$$

$$b_y = -0.80$$

Differenza = » (trascurabile)

$$n_1 y_1 + n_6 y_6 + n_5 y_5 = -0.761$$

$$c_y = -0.77$$

Differenza = » (trascurabile)

b) CALCOLO DELLA COMPENSAZIONE

OTTENUTA RIPARTENDO GLI ERRORI PER OGNI RAMO IN PARTI PROPORZIONALI ALLA LUNGHEZZA DEI LATI.

(V. Formole (5), (6), (7), (7') del n. 10, ove n_i rappresenta la lunghezza sviluppata, espressa in centinaia intere di metri, di un ramo i di poligonale, ed x_i la correzione secondo l'asse delle x della proiezione del ramo, per ogni 100 metri di lunghezza sviluppata).

$$a_x = -0.80 \quad b_x = +0.60 \quad c_x = +1.21$$

$$a_y = +0.75 \quad b_y = -0.80 \quad c_y = -0.77$$

$$A_2 = 10 \times 36 + 20 \times 8 = +520$$

$$B_2 = 9 \times 36 + 8 \times 8 = +388$$

$$C_2 = -9 \times 16 - 8 \times 18 = -288$$

$$A_4 = -15 \times 36 - 8 \times 20 = -700$$

$$B_4 = 32 \times 36 - 8 \times 8 = +1088$$

$$C_4 = -8 \times 32 - 8 \times 9 = -328$$

$$\Delta = 32 \times 520 + 23 \times 388 + 8(-288) = 23260$$

e per controllo:

$$\Delta = 9 \times 700 + 18 \times 1088 - 8 \times 328 = 23260$$

DISPOSIZIONI REGOLAMENTARI

Regolamento ed istruzioni tecnico-igieniche per la costruzione di edifici scolastici.

Con Decreto Reale dell'11 novembre 1888 è stato approvato il Regolamento per la esecuzione della legge 8 luglio stesso anno in quanto riguarda la costruzione di edifici scolastici.

Il Regolamento si riferisce essenzialmente alle modalità delle domande di mutui che le Provincie od i Comuni per mezzo del Ministero di Pubblica Istruzione intendono contrarre alla Cassa dei Depositi e Prestiti per la costruzione, l'ampliamento ed il restauro di edifici, o parte di edifici, *esclusivamente* destinati ad uso di Scuole elementari, e di Istituti educativi dell'infanzia dichiarati corpo morale.

Il Regolamento stesso stabilisce che nel caso in cui si tratti di costruire edifici nuovi, debbano essere seguite le seguenti norme:

Istruzioni tecnico-igieniche intorno alla compilazione dei progetti di costruzione di nuovi edifici scolastici.

Art. 1. La *località* da scegliersi per un edificio scolastico deve avere facile e sicuro accesso per la popolazione, a cui la scuola è destinata; e nello stesso tempo deve essere il più possibile libera d'ogni intorno da altri edifici, dai quali si procurerà di tenere in ogni caso la scuola da erigere distante di almeno 10 metri per ogni lato. Si preferisca all'uopo un sito elevato, alla aperta campagna, o adiacente a giardini, piazze o grandi strade, non troppo frequentate; lontano da mercati, da caserme, da officine, da luoghi di ritrovi pubblici, e da spettacoli sconvolgenti alla scolarità.

Tale località deve sempre essere a distanza di almeno 200 metri dal cimitero, e così posta che l'edificio scolastico resti sottratto, per quanto è possibile, all'influenza di venti freddi, umidi, e soprattutto di venti che attraversino paludi, risaie o altre regioni di malaria.

Art. 2. Il *terreno*, sul quale si ha da erigere un edificio scolastico, deve essere, sempre che sia possibile, permeabile e secco, e quindi preferibilmente ghiaioso, col livello della falda acqua sotterranea molto distante dal piano superficiale del suolo.

Si eviti soprattutto un terreno umido, soggetto a scoli di acque o acquitrinoso.

Ove non si possa avere un terreno convenientemente igienico, si devono impiegare tutti i migliori mezzi per risanarlo, o per impedire che dalle fondamenta l'umidità salga nelle parti superiori dell'edificio stesso, quando le fondamenta si estendono fino alla falda acqua sotterranea.

Varranno a tal uopo adatte fognature, innalzamento del suolo con terreno argilloso o altrimenti compatto, impiego di materiali impermeabili nelle fondamenta, e separazione delle parti superiori dalle inferiori dei muri dell'edificio con strati di asfalto o simili.

Il livello della falda acqua sotterranea dovrà sempre determinarsi prima della scelta definitiva del terreno per mezzo di pozzi già esistenti nella località, o da scavarsi appositamente dove occorra.

Art. 3. L'*estensione di terreno* da occuparsi e le dimensioni dell'edificio devono essere in rapporto col numero di allievi da accogliersi nella scuola. In regola generale si calcoli il numero degli allievi per le scuole elementari in ragione del 15 per cento della popolazione intiera del comune o della sezione di comune a cui la scuola è destinata. Si tenga inoltre calcolo dell'aumento probabile per lo sviluppo della popolazione locale.

Oltre alla superficie di terreno necessaria per l'impianto dell'edificio scolastico, in rapporto alle sue esigenze si aggiunga un'estensione di suolo, in ragione di 3 a 4 m. q. per allievo, per cortile o giardino.

Art. 4. L'edificio della scuola deve essere di *solida costruzione*, d'aspetto semplice ed elegante tale da elevare l'animo e ingentilire il gusto della scolarità.

I materiali di costruzione devono essere di ottima qualità fra quelli che localmente sono più facili ad aversi, esclusi quelli di puro lusso o che si debbono trasportare con grave spesa, se non siano assolutamente richiesti per ragione di solidità o di salubrità dell'edificio.

L'edificio deve servire unicamente per la scuola. Solo nei comuni rurali può, per ragioni riconosciute di necessità economica, concedersi che comprenda anche l'alloggio per maestro o per la maestra, o sale per uffici comunali; a queste ultime però non si estende il beneficio del prestito.

In ogni caso le entrate delle scuole non devono avere alcunchè di comune con quelle per le abitazioni degli insegnanti e delle sale comunali; e ingressi ben distinti devono dare adito così agli alloggi del maestro e della maestra, come alle scuole dei due sessi.

L'edificio deve essere di regola cantinato, col piano terreno sollevato di almeno m. 0,80 sulla superficie del suolo circostante. Dove le cantine non sono possibili si provveda all'isolamento del piano terreno con opportuni vespai o spazi vuoti.

Si preferiscano negli edifici a più di un piano le divisioni di essi a volta o a doppio soffitto per ammorzare la trasmissione dei rumori.

Le classi siano situate preferibilmente al piano terreno od al primo piano e, salvo casi eccezionali nelle grandi città, non si aggiunga per le stesse classi altro piano.

Art. 5. Gli edifici per *asili infantili* devono comprendere:

- a) Un ampio atrio per spogliatoio, se non vi sia all'uopo un locale apposito;
- b) Una stanza con lavatoi e possibilmente un bagno a pioggia;
- c) Ampie classi per tre sezioni di scuole miste, unite o distinte secondo il numero dei bambini raccolti nell'asilo;
- d) Grande sala per ricreazione ed esercizi in comune, distinta se è possibile dal refettorio;
- e) Camera con uno o due piccoli letti per riposo di bambini indiosposti;
- f) Cortile e giardino;
- g) Cucina;
- h) Latrine.

Gli edifici per le scuole *elementari rurali* debbono comprendere:

- a) Sala o corridoi di ingresso con spogliatoi e lavatoi;
- b) Classi distinte secondo il sesso e secondo il grado di insegnamento;
- c) Cortile coperto e scoperto;
- d) Una palestra ginnastica comune;
- e) Sempre che sia possibile, un campo o giardino per esercitazioni pratiche di agricoltura;
- f) Alloggio per gli insegnanti, preferibilmente annesso, ma non faciente corpo colla scuola;
- g) Latrine.

Per le *Scuole elementari urbane*, dove il numero delle classi esige una direzione speciale, si aggiunga una stanza per il Direttore con sala di aspetto ed una stanza per gli insegnanti: inoltre, secondo l'importanza della scuola, si stabiliscano distinte sale per museo, lavori manuali e biblioteca, e possibilmente una gran sala per esami e riunioni; si destini un conveniente locale per il custode, esclusi gli alloggi per gli insegnanti.

Per i *Ginnasi, Licei, Scuole tecniche, Istituti tecnici e Scuole normali*, oltre il numero di classi necessarie, le sale per direzione, per riunione degli insegnanti e per gli esami, si devono assegnare ampi e adatti locali per musei, collezioni, laboratori scientifici, esercizi pratici, disegno, lavori manuali, ecc.

Per la disposizione dei locali per scuole e laboratori scientifici, per esercizi pratici e per disegno, debbesi sempre richiedere il consiglio dei titolari delle singole cattedre, a cui debbono tali locali servire.

Nei *Convitti*, oltre ai locali necessari al servizio generale, come cucina, dispensa, refettorio, sale di ricevimento, bagni, guardaroba, infermeria, ecc., si deve procurare che, per il servizio speciale delle singole camerate di non più di 20 convittori, distinte secondo le età, si assegnino un dormitorio, che abbia per ogni convittore un volume d'aria di almeno 25 m³, una stanza per l'istitutore, una stanza di polizia, una fontana, ed una latrina; e che ciascuna camerata sia indipendente dall'altra.

Inoltre si deve procurare che si assegnino a ciascuna camerata una sala di studio ed una sala di ricreazione, le quali possono essere annesse ai locali indicati prima, oppure possono essere separate dai medesimi; cosicchè nel primo caso ciascuna camerata formi una famiglia, che ha a disposizione un unico gruppo di stanze per il riposo, lo studio e la ricreazione; mentre nel secondo caso tutte assieme le camerate, pur mantenendosi indipendenti l'una dall'altra nelle loro funzioni, abbiano a disposizione un gruppo di stanze per il riposo, un altro per lo studio, un terzo per la ricreazione.

Art. 6. La *forma* unilineare dell'edificio si preferisca sempre in caso di possibile scelta; si eviti, quando si può, la disposizione a cortile chiuso.

Nell'edificio, per le classi si prescelga di regola l'*esposizione* sud o sud-est.

Verso nord si stabiliscano preferibilmente i corridoi, le sale di direzione e di riunione, le sale di disegno, la biblioteca, i musei, le collezioni, le latrine e le scale. La palestra ginnastica è meglio sia separata dall'edificio scolastico.

Se l'edificio ha due *piani* soprastanti al piano terreno, nel piano superiore si pongano, salvo ragioni speciali in contrario, i musei, le sale di collezioni e quelle per gli esercizi, le scuole di lavoro manuale, di disegno, ecc.; nei piani inferiori le classi.

Art. 7. Il piano della *classe* deve essere rettangolare. Il tavolino dell'insegnante sia collocato presso ad una delle pareti minori.

Le classi degli *asili infantili* non debbono, in massima, contenere oltre 60 bambini.

Le classi delle scuole elementari non oltre 50 allievi.

Le classi delle scuole secondarie non oltre 40 allievi.

La superficie del pavimento della classe deve essere calcolata almeno in ragione di m² 0,80 per allievo negli asili infantili e di 1 m² nelle altre scuole; non sia però, nel complesso, mai inferiore a m² 30.

La cubatura sia calcolata fra 4 e 5 m³ per allievo in ogni caso, e l'altezza della classe non sia mai inferiore a m. 4,50.

La lunghezza della *classe* non ecceda 8 a 10 m.

Le pareti delle classi siano preferibilmente di colore grigio azzurrognolo o bianco, e senza tappezzerie; e abbiano uno zoccolo di pietra od altro materiale suscettibile di lavatura, alto m. 1,50.

Il pavimento sia in legno, in cemento, in asfalto e simili, escluso qualsiasi materiale che dia facilmente polvere.

Art. 8. Per ottenere più favorevole illuminazione, si assegni alle classi la esposizione di levante o mezzogiorno.

L'ampiezza delle finestre sia regolata in modo che, per gli edifici liberi d'ogni intorno, la somma delle superficie di esse equivalga circa ad un sesto della superficie del pavimento della classe; per quelli circondati da altri edifici, a circa un quarto.

L'altezza del parapetto delle finestre deve raggiungere almeno quella dei banchi della scuola, e la sommità delle medesime arrivare fino presso l'impostazione della volta della classe.

Come norma generale deve procurare che da qualunque punto del piano superiore dei banchi della classe si possa tirare una visuale, che attraversando la corrispondente finestra laterale, si protenda direttamente verso il cielo.

Le finestre devono essere disposte in modo che gli allievi seduti ai banchi, ricevano luce sufficiente dal lato sinistro; non mai di fronte nè di spalla.

Le imposte delle finestre siano divise preferibilmente in due parti, una inferiore da aprirsi in senso verticale e una superiore in senso orizzontale, o altrimenti adatte a facile scambio di aria nella parte superiore.

Le tende, di colore preferibilmente grigiastro, devono stabilirsi in modo da potersi spiegare dal basso in alto, invece che, come di ordinario, d'alto in basso.

Le classi pel disegno siano in massima rischiarate con abbondante luce dal nord.

Nelle classi in cui si ha da applicare una illuminazione artificiale, si devono stabilire le lampade in modo che distino almeno di m. 1,50 dalla testa degli allievi. Dove non si faccia uso della luce elettrica, si devono scegliere i becchi a olio, a petrolio o a gas, che brucino più completamente i materiali di illuminazione; e quando si adopera il gas luce, è da raccomandarsi la applicazione di tubi di scarico dei prodotti della combustione. In ogni caso la illuminazione deve essere abbondante, e tale da rischiarare il più uniformemente possibile ogni punto della classe.

Art. 9. La ventilazione nelle classi, durante la buona stagione, sia assicurata mediante opportuna applicazione di larghi sfatatoi nella parte opposta a quelle in cui si trovano le finestre, con chiusura facile a regolarsi.

La porta della scuola, dell'ampiezza di almeno 1 m. e dell'altezza di almeno 2 m., sia posta in corrispondenza collo spazio che intercorre fra la prima fila dei banchi e il tavolino dell'insegnante, quando non vi sia un vestibolo speciale per la classe, situato ad uno dei capi della medesima dal quale si entri direttamente.

Durante la stagione fredda, la ventilazione si ottenga con agetti sistemi apparecchi di riscaldamento; i quali devono sempre introdurre dal di fuori aria presa da luogo sano, e riscaldata ad una temperatura non superiore a 60° centigradi.

Il ricambio dell'aria con questo mezzo si calcoli in modo che quella ambiente della classe si rinnovi circa tre volte in un'ora.

Nelle classi, durante la stagione invernale, procurarsi di mantenere la temperatura fra 14° e 16° centigradi.

Si escludano assolutamente le stufe e i caloriferi che abbiano il focolare a pareti metalliche.

L'introduzione dell'aria calda per mezzo di caloriferi deve farsi ad un'altezza superiore a 3 m. ed in modo che sia diretta verso il soffitto; le bocche di uscita dell'aria viziata, in tal caso devono essere stabilite presso il pavimento. Tra i mezzi per promuovere l'aspirazione dell'aria viziata, si preferiscano quelli con cui si trae partito dalla forza dei venti; e, dove sia necessaria un'aspirazione più energica, si usino canne di tiraggio promosso dal calore.

Le aperture d'immissione di aria calda o di aspirazione di aria viziata debbono essere sempre difese in modo da non poter diventare deposito di sudiciume.

Art. 10. La larghezza delle porte principali e delle scale dev'essere tenuta di circa 2 m., e così quella dei corridoi: quando questi devono servire pure per deposito delle vesti siano larghi almeno m. 3,50.

In ogni caso devono le scale e i corridoi essere abbondantemente illuminati e ventilati, ricevendo luce ed aria direttamente.

Le dimensioni degli scalini, a seconda dell'età media degli allievi, a cui la scuola ha da servire, devono variare fra m. 0,13 e 0,15 per l'altezza, e m. 0,30 a 0,35 per la larghezza.

Sarà sempre da preferirsi la disposizione di vani speciali pel deposito delle vesti, separati per classi, e aventi ciascuno una bocca di acqua per bevanda e per lavatoio.

Art. 11. La palestra ginnastica chiusa deve essere ampia al possibile, con un'altezza non inferiore a 6 m., e molto ricca di aria e di luce. Il rivestimento superiore del pavimento, a doppia impalcatura, deve essere di legno.

Nei luoghi dove occorra, la palestra deve potersi riscaldare.

La palestra scoperta deve avere il piano di terra battuta con abbondante strato di sabbia.

Art. 12. Il cortile abbia conveniente piantagione di alberi, e pendenze sufficienti per lo scolo delle acque meteoriche.

Art. 13. Le latrine si pongano di regola a nord dell'edificio e con porta che si apra al di fuori. Dove la scuola ha un solo piano si pongano le latrine preferibilmente nel cortile, con tettoia di accesso.

Dove è possibile, vi sia una latrina per ogni classe.

Se si ha abbondanza di acqua a disposizione, si stabiliscano con essa, alle bocche delle latrine, chiusure convenienti e apparecchi automatici per la lavatura delle canne di caduta.

Nelle scuole elementari rurali si preferisca il sistema delle fosse mobili, specie se corrette con materiali disodoranti, come terra, torba polverulenta o simili.

Nelle scuole dei comuni usi a sistemi speciali di fognatura, si segua il rispettivo sistema, con tutte le disposizioni più efficaci ad impedire infiltrazioni di liquidi nelle pareti e nel sottosuolo, come pure il passaggio dei gaz delle fogne nelle stanze dell'edificio.

Il locale della latrina deve avere almeno le dimensioni di m. 1,50 per 1 m. ed il sedile l'altezza di m. 0,20 a 0,40.

Si escluda assolutamente il sistema cosiddetto alla turca.

Norme per la scelta dei banchi delle classi.

I banchi per le classi debbono servire per non più di due allievi, sia per gli asili infantili, sia per le scuole elementari. Nelle scuole secondarie e tecniche possono essere adatti ad un numero maggiore di allievi, secondo il bisogno, in massima però, a non più di tre.

Le dimensioni dei banchi devono stare in rapporto colla statura e col sesso degli allievi, secondo le seguenti indicazioni:

Dimensioni medie dei banchi per scuola, in rapporto colla statura e col sesso degli allievi.

Num. d'ordine	Statura degli allievi	Altezza del sedile (a)		Distanza fra sedile e scrittoio (b)		Larghezza dello scrittoio (c)	Lunghezza dello scrittoio per allievo (d)	Profondità del sedile (e)	Altezza dello schienale (f)	
		maschi	femm.	maschi	femm.					
	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	
Asili infantili (da 3 a 6 anni)										
1	0,80 a 0,90	0,24	0,24	0,12	0,12	0,30	0,50	0,18	0,20	
2	0,90 » 1,00	0,27	0,27	0,14	0,14	0,30	0,50	0,18	0,20	
3	1,00 » 1,10	0,30	0,30	0,16	0,16	0,35	0,50	0,20	0,20	
Scuole elementari (da 6 a 14 anni)										
4	1,10 » 1,25	0,32	0,30	0,18	0,20	0,35	0,60	0,24	0,30	
5	1,25 » 1,40	0,36	0,34	0,20	0,22	0,40	0,60	0,27	0,30	
6	1,40 » 1,55	0,40	0,37	0,22	0,24	0,40	0,60	0,30	0,35	
Scuole secondarie (da 10 a 20 anni)										
7	1,55 » 1,70	0,45	0,40	0,24	0,26	0,50	0,60	0,35	0,35	

Lo scrittoio deve essere distinto in una parte orizzontale per depositarvi il calamaio e gli oggetti da scrivere ed una inclinata verso l'allievo, nel rapporto di 1 : 6.

L'angolo d'inclinazione di questa parte dello scrittoio sia di circa 15°.

Il margine interno dello scrittoio deve corrispondere in linea verticale col margine corrispondente del sedile.

L'altezza del margine interno dello scrittoio risulta dalla somma dei numeri corrispondenti delle colonne (a) e (b).

Il sedile sia piano o leggermente concavo in senso anteroposteriore. Il pedale sia largo almeno 20 cm. e preferibilmente mobile per adattarlo alle diverse altezze delle gambe.

Lo schienale sia verticale o leggermente inclinato indietro.

Il palchetto dei libri sia aperto anche esteriormente, in modo che possa il maestro esercitare intera vigilanza sull'allievo.

I banchi siano solidamente costruiti e ben piantati sul pavimento, perchè non oscillino.

Ogni classe, sia infantile o primaria o secondaria, deve avere due tipi almeno di banchi di diversa dimensione per poterli adattare alle varie stature degli allievi, misurate almeno in principio di ogni corso scolastico.

NECROLOGIA

Il Conte Paolo Ballada di St Robert

N. IL 10 GIUGNO 1815 — † IL 21 NOVEMBRE 1888.

(Commemorazione letta alla R. Accademia dei Lincei dal socio corrispondente F. SIACCI, colonnello di artiglieria, professore di balistica nella Scuola di applicazione di artiglieria e genio, e di meccanica superiore nella R. Università di Torino).

Il 21 novembre 1888 moriva in Torino il Conte Paolo di St Robert, e con lui la scienza perdeva un antico ed esimio cultore, l'Accademia uno de' soci più illustri. Egli vestì per lungo tempo la divisa che

anch'io ho l'onore di portare, egli fu maestro in una scienza che anch'io da lungo tempo modestamente coltivo: permettetemi dunque, o signori, ch'io brevemente vi parli di lui e delle sue opere.

Paolo Ballada di St Robert nacque il 10 giugno 1815 a Verzuolo in Piemonte dal Conte Ignazio e da Luigia Cavallero da Cuneo. Entrato a 11 anni nell'Accademia militare, ne uscì a 18, primo del suo corso, luogotenente d'artiglieria. Nel 1857 era tenente colonnello, ma già stanco del servizio militare. Dotato di ricco censo, desideroso di piena libertà, lasciò in quell'anno l'esercito e si dedicò interamente agli studi. La sua vita non ebbe altre vicende notevoli; viaggiò, fece escursioni alpine, poi si ridusse stabilmente a Torino e vi rimase fino alla morte.

Nell'artiglieria aveva coperto cariche importanti; ricorderemo solo quelle che diedero occasione ai suoi primi lavori scientifici: l'insegnamento della balistica e la Direzione del Polverificio di Torino.

La data (1852) della famosa esplosione di quel polverificio, che mise in grave pericolo tutta la città, è anche la data della sua prima pubblicazione la quale si riferisce appunto alla polvere. Rilevati i difetti della fabbricazione allora in uso, additò i rimedi e propose riforme, che furono poi adottate nel grandioso stabilimento sorto nel 1861 a Fossano. Sulla polvere pubblicò nel '60 e nel '66 altre tre Memorie, nell'ultima delle quali mise in luce e misurò l'influenza della pressione atmosferica sulla rapidità di combustione della polvere.

*

I lavori sulla polvere diedero fama al St Robert di fisico e chimico valente, quelli sulla balistica lo fecero conoscere matematico potente ed acuto. La prima sua Memoria di balistica (1855) è un vero trattato del moto dei proiettili sferici nei mezzi resistenti, nel quale ogni cosa è lucidamente e perfettamente esposta, ma sopra le altre spicca per originalità, per rigore e per eleganza la discussione della traiettoria, fatta sulle equazioni differenziali, astraendo da ogni ipotesi sulla forma della funzione resistente. Quando poi furono introdotti i proiettili oblungi, egli fu il primo ad attaccar coll'analisi il difficile problema della loro traiettoria, ne mise in evidenza le proprietà caratteristiche, e propose un metodo di calcolarla per punti.

Il St Robert fu anche il primo a trattare delle traiettorie simili: alcuno osservò che le sue proposizioni discendono facilmente dal teorema generale di Newton sulla similitudine meccanica; ma è pur vero che le proposizioni sulla similitudine balistica da nessuno erano mai state generalmente enunciate prima del St Robert. Disgraziatamente i teoremi sulle traiettorie simili non possono essere applicati che in un campo assai ristretto, giacchè appena la velocità del proiettile superi i 240 m., la resistenza dell'aria assume una forma che non è più compatibile colle condizioni della similitudine.

La rotazione terrestre ha, com'è noto, qualche effetto sul moto dei proiettili. Il Poisson aveva fin dal 1837 trattata a fondo la questione, ma con un'analisi alquanto laboriosa; il St Robert la riprese nel 1858 parendogli che semplici considerazioni geometriche bastassero a mettere in luce le deviazioni dovute alla rotazione terrestre ed anche a calcolarle; ma il suo lavoro, sebbene chiarissimo, è meno rigoroso di quello del Poisson, perchè fondasi su quei concetti di composizione e decomposizione, con cui Poisson e Liouville spiegarono lo spostamento del piano d'oscillazione del pendolo nella celebre esperienza di Foucault.

E poichè citiamo questa esperienza non sarà inopportuno ricordare qui un'altra Memoria del St Robert, scritta nel '77, ove dimostrò che, supponendo la resistenza dell'aria proporzionale alla velocità, l'ellisse rotante descritta nel vuoto dall'estremità del pendolo in oscillazioni infinitesime trasformasi approssimativamente in una spirale d'Archimede egualmente rotante.

Nel 1857, quando ferveva ancora la lotta del generale Cavalli contro gli oppositori dei suoi cannoni rigati, dal St Robert fu proposto un nuovo proiettile e una nuova arma da fuoco, in cui si riposero grandi speranze. Il proiettile doveva aver forma lenticolare; il cannone a sezione ellittica doveva essere ricurvo colla cavità in basso; il proiettile ruzzolando sul cielo dell'anima usciva girando a rovescio di una ruota di vettura, e doveva produrre quindi una traiettoria molto tesa e gittate lunghissime, giacchè è provato dall'esperienza, e il fatto fu spiegato dal dottor Magnus di Berlino, che quando un proiettile gira intorno ad un asse perpendicolare alla traiettoria subisce una forza deviatrice verso il luogo, verso cui muove rotando la parte anteriore del proiettile. Si riprometteva inoltre il St Robert una grande precisione di tiro dalla stabilità della rotazione; che avviene, infatti, intorno ad un asse di massimo momento d'inerzia. Ma il cannone incontrò grandissime difficoltà di costruzione, e riuscì così imperfetto da non poter dare esperienze conclusive. È però certo che i proiettili lenticolari, anche se si verificassero le speranze che vi riposero i loro fautori, non surrogano mai i proiettili oblungi, i quali, oltre alla grande precisione, portano a parità di sezione massa tripla o quadrupla dei lenticolari, e battendo per la punta permettono la spoletta a percussione.

*

Dopo il 1860 gli studi del St Robert si rivolsero specialmente alla termodinamica e alla ipsometria. Sulla termodinamica pubblicò tre

Memorie; due si riferiscono all'aria compressa, e trassero origine dalla macchina a compressione, che funzionava nel traforo del Fréjus, la terza si riferisce agli effetti termici della trazione, ove la formula data dal Thompson nel 1851 per l'accrescimento della temperatura in rapporto all'aumento di pressione cubica, fu messa d'accordo con alcune esperienze di Eudlung che parevano contraddirla.

Sulla ipsometria lascia anche parecchie Memorie, di cui due, e sono forse le più importanti, ebbero origine dalla osservazione, fatta dal Glaisher in parecchi viaggi areonautici, che gli abbassamenti di temperatura decrescono meno rapidamente delle altitudini; osservazione contraria all'ipotesi su cui si fonda la formula barometrica di Laplace. Egli credette poterne dedurre la densità atmosferica esser funzione lineare delle altezze, e su questa ipotesi diede nuove formule per la ipsometria e per la refrazione atmosferica.

Le Memorie del St Robert sono circa 40.

Non possiamo, come si dovrebbe, ampiamente parlare della maggiore sua opera: *I Principii di Termodinamica*, che ebbe due edizioni nel 1865 e nel 1870; opera, come disse l'autore, di concentrazione e di semplificazione, e che efficacemente contribuì alla diffusione di una scienza, che è gloria del nostro secolo (1). Ma non tralascieremo di ricordare come in questi principii di Termodinamica il problema del moto dei gas dentro le armi da fuoco fu messo in una nuova via dal St Robert, che considerò il cannone come una macchina termica. E su questa via, che è la vera, il problema che aveva affaticato geometri ed artiglieri illustri, come Eulero, Lagrange, Piolet ed altri, ha fatto e va facendo passi grandi e decisivi verso la soluzione.

*

Il St Robert non si occupò di soli studi fisici e matematici; egli coltivò con amore anche le scienze naturali. Si occupò di botanica, specialmente alpina, e raccolse un importante erbario con piante rarissime e stupende, come la *saxifraga florulenta*, che fece ritrarre insieme ad altre da valente artista da lui condotto sui luoghi delle scoperte. Lascia anche una bella collezione di insetti, specialmente coleotteri e lepidotteri, sapientemente ordinati, collezione che custodiva con eleganza, e che esercitava uno dei suoi pochi affetti.

Fu anche uno strenuo alpinista; concorse col Sella e col Gastaldi alla formazione del Club Alpino Italiano e fece ascensioni celebri, che gli diedero occasione a studii e pubblicazioni (2).

Il Conte di St Robert ebbe vigorosissimi il corpo e l'animo. La nota principale della sua indole fu la lealtà e l'inflessibilità. Fu inflessibile soprattutto con sè stesso: invitato nel 1860 a rientrare nell'artiglieria, ch'egli aveva lasciata in un momento di malumore, e a rientrarvi con un grado superiore a quello con cui n'era uscito, rifiutò adducendo non doversi ritornare sulle risoluzioni prese, comunque prese. Atto di rigore verso sè stesso, che caratterizza l'uomo, ma che dovette costargli un doloroso sacrificio, giacchè egli non poteva non amare un Corpo, entro cui aveva vissuto 24 anni e in cui aveva lasciato ammirazione ed affetto.

Sentiva altamente di sè, ma senza vanità. Lamentava spesso, e non a torto, che i suoi lavori non fossero abbastanza conosciuti e citati; onde raccolse e pubblicò in tre volumi (1872-1874) le sue Memorie, riducendo in francese le poche scritte in altre lingue. Non cercò gli onori, ma le alte distinzioni non gli mancarono. Aveva dal 1856 la Croce dell'Ordine Militare di Savoia, ed oltre all'Accademia nostra, appartenne alla Società dei XL, alla R. Accademia delle Scienze di Torino ed all'Istituto Lombardo. Ma più delle compagnie amò la solitudine, e più degli amici vicini i lontani. N'ebbe tuttavia degli uni e degli altri, ed illustri: Sadi Carnot, il Clausius, il Rankine, il Sella, il Menabrea, il Genocchi ed altri. Pochissimi gl'intimi; ma nemici, credo, nessuno. La memoria del conte Paolo di St Robert rimarrà rispettata ed onorata non solo dai cultori della scienza, ma da quanti rispettano ed onorano l'ingegno, la lealtà, il carattere.

(1) Soprattutto vuol essere notata l'epoca della prima edizione dell'opera: *I principii di Termodinamica* del St Robert, perchè in allora, si può dire che opere complete su quell'argomento non erano ancora apparse, e la termodinamica era stata trattata in memorie sparse da parecchi esimii cultori di questa scienza. Deve essere stata fatica notevole per il St Robert, l'ordinare ed il raccogliere i principii di termodinamica nel modo magistrale, che riconoscono tutti coloro che han lette quelle pagine.

E quantunque nello sviluppo dei calcoli e dei ragionamenti appaia lo scopo principale di quel trattato, cioè l'applicazione della termodinamica alle armi da fuoco, pure non trascurò le altre macchine termiche e specialmente le macchine a gas (compresa quella atmosferica di Otto e Langen allora appena compiuta), delle quali diede una esatta teoria.

(Nota della Direzione).

(2) Cfr. *Cenni necrologici del Conte Paolo di St Robert* di GIACINTO GIANNELLI, nella « Rivista mensile del Club Alpino Italiano », novembre 1888.

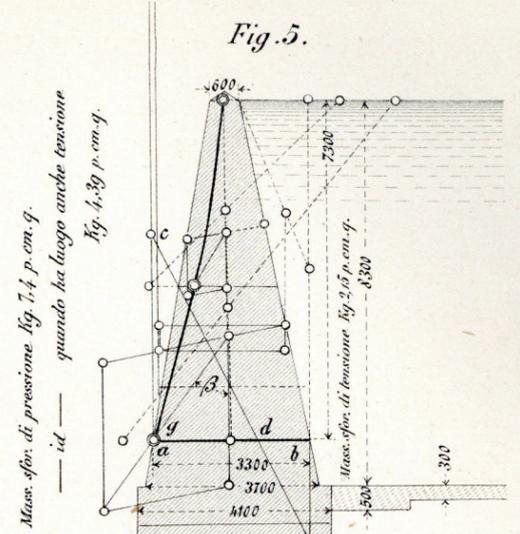
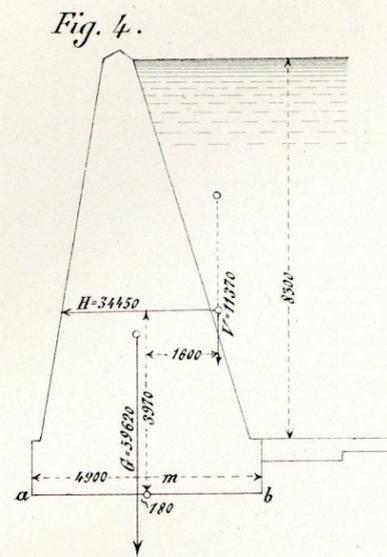
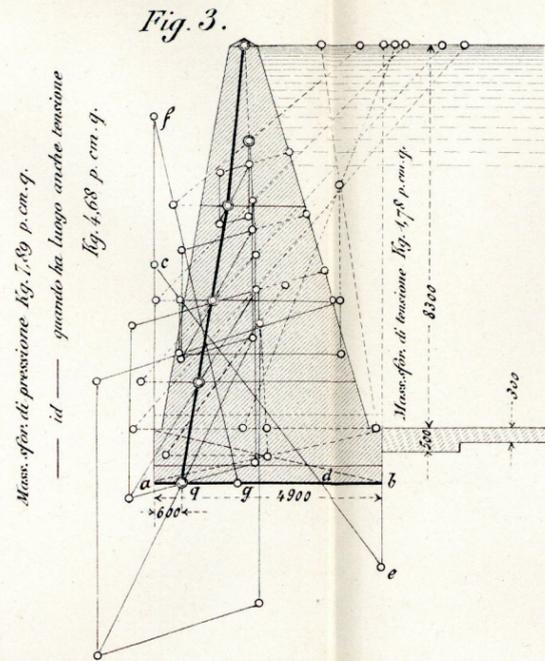
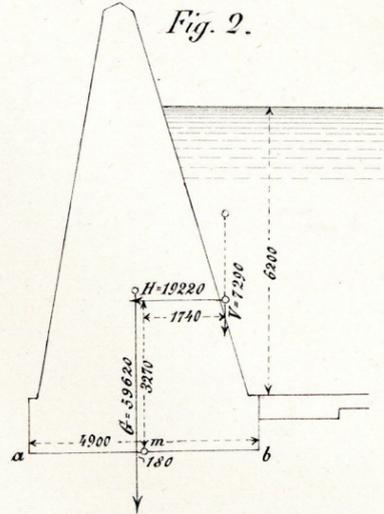
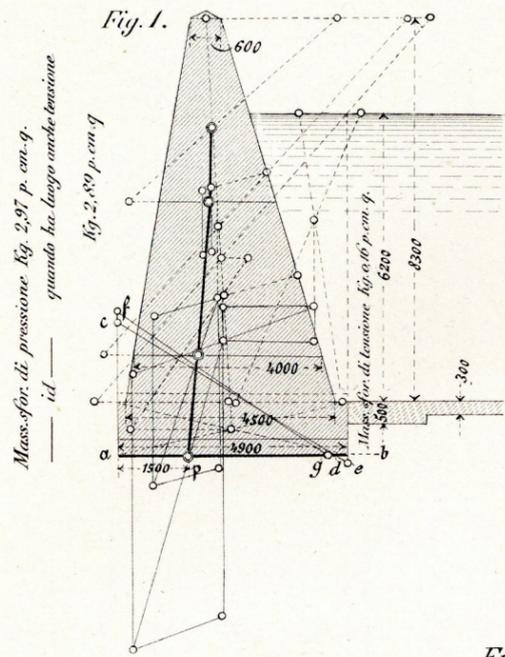
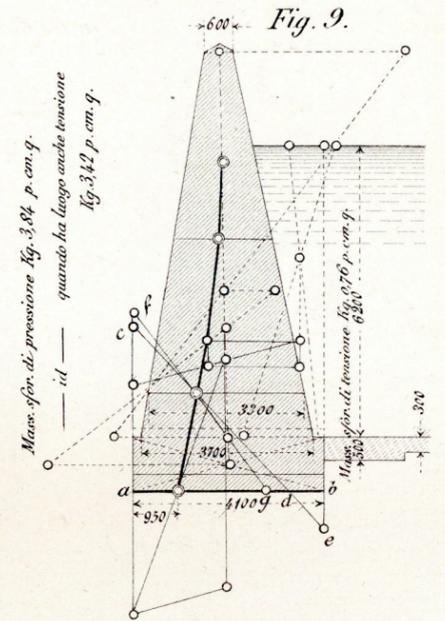
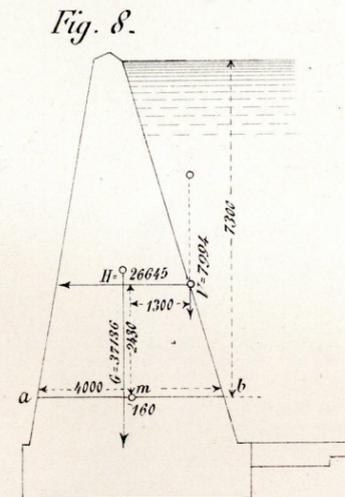
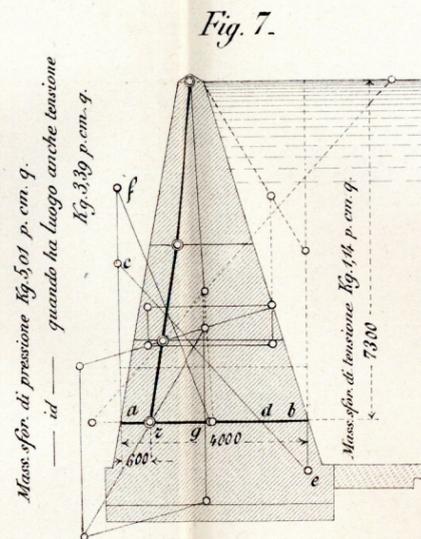
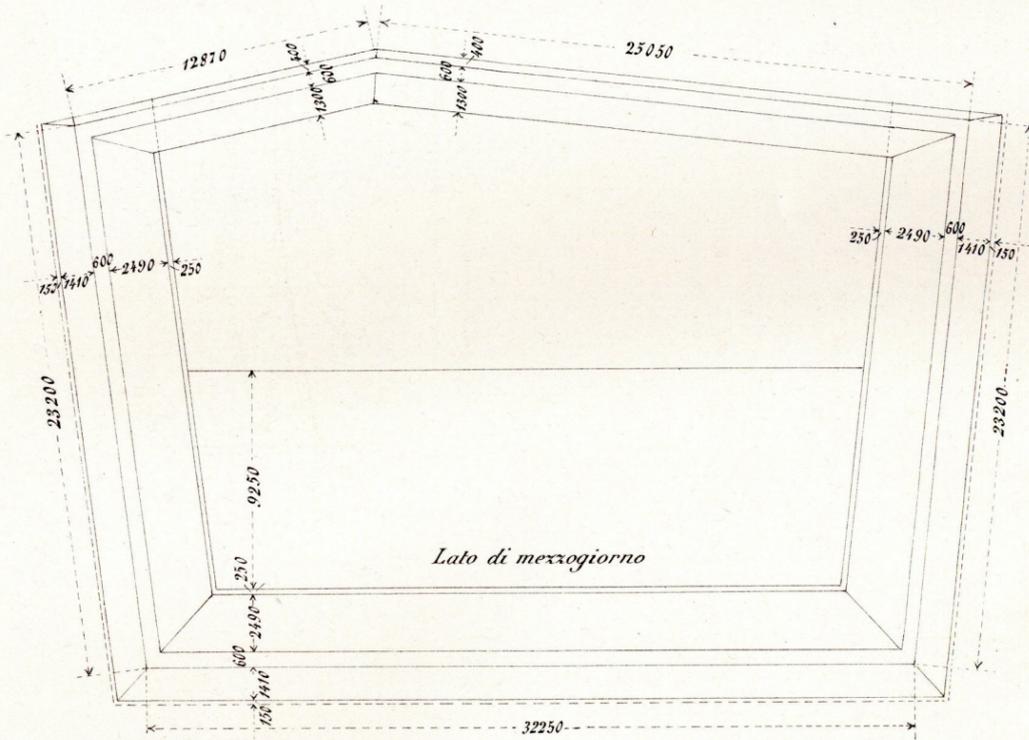


Fig. 6. Planimetria (1:300)



Scala di $\frac{1}{300}$ per le fig. 6, 10 e 11.

» $\frac{1}{500}$ per le altre figure
 » di 1:150 Chg. per le forze

