ANNO XVI. Torino, Aprile 1890 NUM. 4.

L'INGEGNERIA CIVILE
E
LE ARTI INDUSTRIALI

PERIODICO TECNICO MENSILE

Si discorre in fine del Fascicolo delle opere e degli opuscoli spediti franchi alla Direzione dai loro Autori od Editori.

ARCHITETTURA CIVILE

IL PALAZZO DELLE COMPERE DI S. GIORGIO IN GENOVA

V. Tav. IV

I.

Da ben 630 anni esiste in Genova il palazzo delle Compere di S. Giorgio, che ha grande importanza per l'arte e per la storia; ma ubicato com'è (fig. 16) nel cuore del porto, è troppo evidente che riesce e alla viabilità ed al commercio di incaglio gravissimo. E l'inconveniente va facendosi ogni giorno più grave, per cui di fronte ad interessi commerciali e di pubblica utilità di non lieve momento era indispensabile si ponesse in discussione la questione della maggiore o minore utilità della conservazione integrale di quel palazzo.

Nè la questione è punto nuova: essa data da due terzi di secolo. Cominciò a nascere tra il 1822 e il 1835; rimase per lunghi anni sopita; ebbe un risveglio fra il 1861 e il 1864; poi si ridestò più forte, più vivace nel 1875, e infine si è fatta ardente in questi ultimi tempi, tanto da dividere gli animi della cittadinanza genovese e provocare discrepanze profonde di giudizi nei Consigli elettivi della città e del commercio, nelle Associazioni di varie specie, commerciali, artistiche ed anco operaie. Alle quali manifestazioni fecero eco quelle di Istituti artistici e scientifici italiani e perfino stranieri. La raccolta degli opuscoli e degli atti relativi alla questione del Palazzo di S. Giorgio è assai voluminosa; infiniti i carteggi tra Ministero e Municipio e Camera di commercio. In mezzo a tutto ciò devesi pure non senza compiacimento far osservare come per il mutare dei tempi, degli uomini e delle circostanze, grandi mutamenti di opinione siano avvenuti.

E sebbene la Genova d'oggi non sia più quella di mezzo secolo fa, nè le proposte fatte in allora possano essere sufficienti attualmente; e sebbene le Regie Patenti del 1835, emanate da Re Carlo Alberto, destinassero l'avancorpo del Palazzo di S. Giorgio, che era demaniale, ad essere demolito, e stabilissero il contributo dello Stato in lire trecentomila, nondimeno le cose rimasero fino ai nostri giorni allo *statu quo* ed in attesa di migliore soluzione.

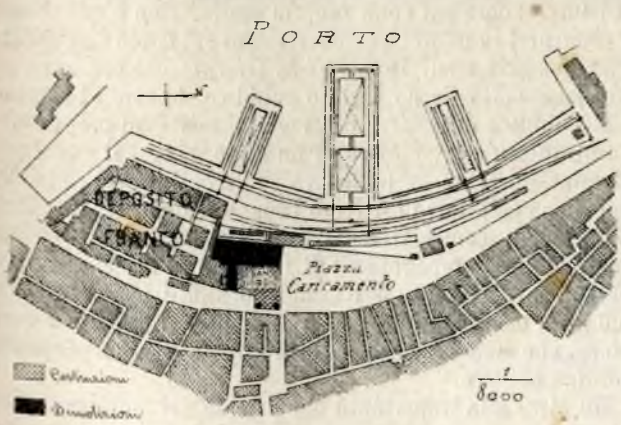


Fig. 16.

E questa soluzione pare che sia finalmente venuta per opera di una Commissione che S. E. il Ministro della Pubblica Istruzione, l'on. Boselli, nominava addì 28 maggio 1889 (1), e che dopo cinque mesi di studi presentava una relazione, dettata dall'on. Genala, dottissima, imparziale e completa e che fu data alle stampe. Ed è da questa monografia, interessante sotto ogni riguardo, che qui tragghiamo dati e notizie, e ne prendiamo occasione per illustrare e far conoscere ai nostri lettori, colla Tav. IV, la facciata e la pianta di quello storico palazzo, come tipo dell'architettura del secolo XIII.

II.

Il *Palazzo di S. Giorgio*, in origine *del Capitano del popolo*, come dalla figura 16 appare, è postato in maniera da non lasciare che una stretta viuzza (Via del Commercio) di comunicazione fra la grandissima Piazza Caricamento a nord ed un'altra minore (Piazza della Raibetta) a sud, verso la quale sono i fabbricati del *Deposito Franco* coi relativi uffici. In quel punto la circolazione dei carri e della gente è continua, intensa, febbrile; attraverso l'angustissima via deve sfogarsi quasi tutto il vertiginoso movimento che viene dalla terra e dal mare. Ora al principio della Via del Com-

Fig. 17.

SOCIETÀ DEGLI INGEGNERI E DEGLI ARCHITETTI IN TORINO

(1) La Commissione risultava così composta:
F. Genala, Deputato al Parlamento, Presidente e Relatore;
C. Boito, prof. di architettura nella R. Accademia di Belle Arti in Milano;
G. Carducci, prof. di letteratura nella R. Università di Bologna;
C. Ceppi, prof. di architettura nella R. Università di Torino;
S. Cognetti De Martiis, prof. di economia politica id. id.
D. Carutti di Cantogno, Senatore del Regno;
A. Monzilli, Capo-divisione nel Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio.

mercio non vi sono che m. 7,40 di largo, e questi allo sbocco si riducono solo a m. 5,58: la larghezza di un vicolo per una arteria di tanta vitalità.

Per procedere all'indispensabile allargamento v'ha chi propose di tagliare e rifabbricare circa 6 metri indietro l'antica facciata. Sulla nostra figura detto taglio leverebbe la zona terminata dai due piccoli quadrati neri (che sono costruzioni posteriori di nessuna importanza, anzi dannosi all'estetica dell'edificio principale); con tale proposta scomparirebbe il porticato del primitivo palazzo del secolo XIII.

Altri invece proposero di demolire soltanto i due piccoli quadrati suddetti, che ostruiscono gli arconi sui fianchi del portico, e di riaprire così il portico alla circolazione, restaurando la facciata secondo il primitivo disegno, mentre attualmente la facciata del Palazzo di S. Giorgio ci apparisce in assai cattivo stato (fig. 17); arcate e finestre chiuse, chiavi e bolzoni, costruzioni contro addossate, aggiunte e variazioni di altre epoche, tolgono ogni pregio ed ogni apparenza monumentale a quell'edificio.

Ad ogni modo, con questa proposta non abbatterebbesi ciò che suolsi impropriamente additare come avancorpo, ossia farebbesi a meno di amputare od alterare le grandi sale soprastanti ai portici, fra cui quella del *Consiglio dei Padri*. Tale proposta involge pure quella dell'apertura di una larghissima via di sfogo dalla parte del mare.

La Commissione governativa si è dichiarata favorevole a quest'ultima proposta, ma prese del pari a studiare più davvicino le cause dell'agglomerazione di movimento in quel punto, opportunamente pensando che ove si fosse potuto evitare tutto quell'accentramento del commercio, non sarebbe più sentito il bisogno di un allargamento più vistoso. E (come risultato di accurate indagini e di appropriati studi) propose ad un tempo:

1° Di affrettare il trasporto a Santa Limbania della Dogana centrale, che ha sede nel Palazzo di San Giorgio, trasporto che potrà essere fatto dentro il corrente anno;

2° Di trasportare la Dogana speciale delle merci per il Deposito franco entro le mura del medesimo, e di fornire tre porte d'uscita alle merci sdoganate, molte delle quali, risparmiando tempo e strada, eviterebbero di passare davanti a S. Giorgio;

3° Di sistemare la ferrovia in rapporto al nuovo assetto della Dogana nel Deposito franco, mediante aumento di binari e costruzione di un largo piano caricatore coperto, quasi addossato alla Dogana, per eseguire il carico delle merci sdoganate direttamente sui vagoni, e per lasciare maggiore spazio libero alle merci che vanno in città; e di condurre a termine la demolizione dell'ultimo tratto del terrazzo di marmo, della tettoia che sta tra questo ed il Palazzo delle Compere e di altre tettoie (vedi massa nera sulla fig. 16), onde poter accedere dalla parte del Porto alla Piazza Raibetta per una nuova strada, alquanto in declivio, da chiamarsi Via della Mercanzia:

4° Di affrettare la costruzione della nuova Dogana del terzo recinto, già decretata con la Convenzione del 1883, già appaltata, ma non ancora incominciata, perchè deve in parte sorgere sull'area del terrazzo di marmo, che non è ancora finito di demolire;

5° Di istituire due sezioni doganali al Passo Nuovo e alla Calata degli Zingari, coi quali si risparmierà a due milioni di tonnellate di merci all'anno un percorso rispettivamente di 3 e di 2 chilometri di troppo, risparmio di capitale e lavoro che la Commissione ha valutato di circa lire 95,000 all'anno, e che diminuirà d'un tratto il movimento davanti S. Giorgio del considerevole numero di 300 a 400 carri al giorno;

6° Finalmente, che venga aperto lateralmente e destinato a pubblico passaggio il largo portico del Palazzo di S. Giorgio, demolendosi le costruzioni che vi furono addossate ai lati (quadrati neri della fig. 16). La spesa per aprire il porticato e restaurare la facciata sarebbe sostenuta dal Ministero dell'Istruzione Pubblica, come già l'on. Ministro ne fece proposta al Municipio di Genova.

Enumerate le proposte della Commissione, le quali tutte appaiono utilissime e convenienti, veniamo a dire brevemente del palazzo in se stesso.

III.

Siamo nella seconda metà del secolo XIII, e più precisamente tra il 1250 e il 1270, quando il Comune diviene Comune veramente, e da tutti i Comuni si alza il grido di *fiat populus*. L'avvenimento si compie in Genova nel 1257, essendo acclamato Guglielmo Boccanegra Primo Capitano del popolo. E nel 1260 il Primo Capitano del popolo ordinò l'edificazione di un palazzo che fosse degna sede del nuovo magistrato popolare.

Padova, Cremona, Brescia, Milano avevano in ciò preceduto Genova; Siena, Pistoia, Bologna, Monza, Piacenza e Firenze di pochi anni la seguirono, e tutte ci diedero quei vistosi e storici palazzi del Comune, che insieme ad insigni cattedrali di quella stessa epoca vengono custoditi come monumenti nazionali con gelosa cura.

Come leggesi nella lapide di iscrizione latina sulla porta d'entrata al cortile, l'architetto del palazzo fu frate Oliviero, cistercense di Sant'Andrea di Sestri, *Vis mentis acumine Dius* (uomo divino per acutezza di mente), il quale due anni dopo, caduto il Boccanegra (perchè divenuto, come scrisse il Giustiniani, solenne tiranno, ed odiato da' nobili, da' plebei e da quasi tutti gli uomini dabbene), ebbe incarico di continuare la fabbrica. Questa, come si scorge esaminando il disegno, ha aspetto ed organismo di palazzo pubblico, col portico ampio, l'aspetto severo e la vasta sala occupante tutto il primo piano verso la facciata. Rammenta nel complesso altri palazzi del Podestà o del Capitano del popolo, lombardi e toscani.

In quel corso di tempo Genova aveva vinto i Veneziani nella Propontide, impadronendosi di Costantinopoli. Fra le spoglie della vittoria si ridussero a Genova le pietre e le sculture del monastero del Pantocratore, collocandole nell'erigendo edifizio. Ad esempio, la testa di leone che si vede ancora presso la iscrizione citata ricorda ed attesta quel fatto.

Il palazzo, col variare delle istituzioni, rimase sempre del Comune, sede alle maggiori glorie della libertà genovese, fino a che nel 1451 passò tutto in possesso della Compagnia di S. Giorgio, che con nuove costruzioni lo abbracciò e comprese in più vasto edifizio, dandogli il proprio nome ed illustrandolo poi colla propria storia. Non è qui il caso di occuparci in ricerche e dissertazioni sul titolo di *Palazzo delle Compere* e sul *Banco di S. Giorgio*, che era come un embrione dell'odierno Debito pubblico. In casi di bisogno la Repubblica di Genova contraeva prestiti coi proprii cittadini, dietro corrispettivo di un certo frutto, il quale per maggior garanzia si prelevava dalle entrate del Comune, cedendo ai creditori i diritti di pedaggio, delle gabelle, ecc., con speciali contratti detti in allora *compere*. L'ordinamento della Compagnia di S. Giorgio fu sapientissimo e servì di modello alle istituzioni consimili che seguirono. Può dirsi che maggiore celebrità debba il palazzo a quel Banco, che andò famoso per tutta Europa che non per gesta d'ordine politico.

Ma oltre alla importanza del palazzo dal duplice punto di vista sovra accennato, qui se ne vuole particolarmente notare la importanza dal lato artistico, ben inteso non giu-

dicando il palazzo (e più specialmente la facciata) nelle sue condizioni attuali, ma quale dovrà apparire ripristinato all'antico stile, il che può farsi con assoluta sicurezza scientifica senza rimuovere alcuna delle vecchie parti.

Il prospetto (v. Tav. IV) che abbiamo voluto riprodurre, considerandolo noi pure come il più antico edifizio pubblico e più completo e bel modello di architettura ligure del secolo XIII, è tolto da un disegno dovuto al compianto architetto Agostino Allegro, che accuratamente fece il rilievo del monumento, completandolo come credè più conforme, cioè ripetendo in cotto per cornice finale quella di pietra ad archeggiamenti del piano terreno, coronando poi il palazzo con merlatura ghibellina parimenti laterizia.

Tutti sono unanimi nel riconoscere questa facciata una vera opera d'arte, attestato sicuro dell'ingegno di frate Oliviero. Egli vi svolse concetti organici ed ornamentali, che si scostano dalle architetture delle altre provincie italiane prima del trecento. Come stile può dirsi una varietà importantissima della prima architettura archiacuta lombarda. Ripeteremo anche noi come in quella facciata tutto vi apparisca informato da una regolarità premeditata. Gli archi del portico, quelli delle finestre dei due piani, di pietre alternate bianche e nere, le prime con leggiadre rosette nei timpani, e così pure gli archetti della cornice che corona il piano terreno mostrano tutti una ben misurata elevazione, uno studio geometrico che si rivela in una tranquilla e generale armonia nel complesso. Così è da osservarsi la euritmia perfetta riguardo alle grandi quadrifore, che lasciano i cinque piedritti tutti eguali fra loro. Una larghezza pure uguale tra loro misurano i tre intermedii al piano ultimo, ove le trifore hanno il vano di un quarto minore delle finestre del primo piano, lasciando così due maggiori spazi di parete verso gli angoli, distribuzione che, senza mancare di ragione statica, imprime alla fronte quasi un aspetto piramideggiante, ad un tempo robusto e gentile.

Quanto ai fianchi, ai quali si tratta di far rivedere la luce, demolendo le due ali addossatevi, recano due grandi archi, aperti anche in origine, con luce netta di m. 5,50 ed eguale altezza fino alla chiave.

La luce fra colonna e colonna (diametro m. 0,59) nel prospetto è di m. 2,80. I piloni angolari hanno sezione di m. 0,90 × 0,67. Le altre quote possono desumersi dal disegno.

Secondo i calcoli della Commissione, la Via del Commercio guadagnerebbe colle dette demolizioni e apertura della loggia mq. 196,45 in superficie per carri e pedoni, spendendo non più di ventimila franchi da porsi a carico del Ministero della Pubblica Istruzione. È però innegabile che coi detti lavori non si potrà correggere che in minima parte l'avvenuto interramento delle colonne che si trovano colle loro basi al disotto del livello stradale.

*

Ad ogni modo facciamo voti perchè le proposte della Commissione governativa vengano accettate e tradotte in atto e che venga conservato intatto l'antico palazzo del Capitano del popolo, insigne monumento nazionale che ricorda l'istituzione del Governo popolare in Genova, che ricorda l'età più florida e gloriosa del Banco di S. Giorgio ed è monumento preziosissimo dell'arte architettonica del secolo XIII nella Liguria.

La Direzione.

PROBLEMI DI CINEMATICA

LUOGHI GEOMETRICI DEL BARICENTRO DEL TRIANGOLO NEL MANOVELLISMO DI SPINTA ROTATIVA.

NOTA *del prof.* CIRO SENESI.

In recenti trattati di statica grafica avendo notato lo studio che si faceva sulla linea descritta dal centro di gravità d'un triangolo o d'un quadrilatero deformantesi in una maniera precedentemente stabilita, mi prese vaghezza di estendere simili studi alla catena cinematica del manovellismo di spinta rotativa (1).

Il lavoro mi sembra essenzialmente teorico; ma mi piacque farlo perchè, come dice Bossut, mentre « les propositions » spéculatives, d'abord stériles en apparence, finissent sou- » vent par s'appliquer à des objets d'utilité publique, elles » subsisterons toujours comme un des moyens les plus » propres à développer et à faire connaître toutes les forces » de l'intelligence humaine » (2).

Per la soluzione della questione propostami ho ridotta la catena cinematica in parola a pure linee geometriche, ed ho supposto in essa, affinchè conservasse la sua figura triangolare, quei membri, dei quali uno degli estremi doveva muoversi sur una linea, deformabili.

In questa catena, quattro essendo le parti che concorrono a costituirla, quattro pure saranno i casi da studiarsi.

Ritenendo dunque stabilite le condizioni della figura in questione, debbo far avvertire ancora che ho ridotto il ponte EA (fig. 18) ad una retta AC e deformabile in modo da conservare al sistema, anche durante il suo moto, la figura triangolare ABC. L'oscillatore CH che in pratica si dice *testa a croce*, o *scorrevole*, si considera ridotto ad un punto, attorno a cui oscilli l'accoppiatore BC (nerbo o biella). Suppongo notissimo il moto della catena che, come si sa, è un movimento compiano.

Premesso ciò, vengo all'analisi dei casi.

I CASO. — Nella fig. 19 consideriamo il triangolo ABC come una posizione qualsiasi della catena, che per brevità dirò *triangolo di spinta rotativa*, e sia P il suo centro di gravità. Tutta la questione sta nella determinazione della natura della figura stabilita dalle diverse posizioni del centro di gravità della superficie triangolare ABC, deformantesi colle condizioni stabilite di sopra.

Prendiamo il punto A come polo e la retta AC come asse polare. Indichisi inoltre con α l'angolo BAC, l'angolo cioè che il membro mobile AB fa coll'asse polare, e con ω l'angolo che il raggio vettore AP, indicato per brevità con ρ, fa coll'asse polare AC.

Dal triangolo ABC, ponendo per semplicità:

$$AB = a \qquad BC = b \qquad AC = c \qquad AP = \rho$$

e

$$B\hat{A}C = \alpha \qquad P\hat{A}C = \omega$$

abbiamo:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen} BCA &= \frac{a}{b} \operatorname{sen} \alpha \,. \\ \cos BCA &= \frac{1}{b} \sqrt{b^2 - a^2 \operatorname{sen}^2 \alpha} \,. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

e dal triangolo APC:

$$\rho = PC \frac{\operatorname{sen} PCA}{\operatorname{sen} PAC},$$

ossia:

$$\rho = \frac{a \operatorname{sen} \alpha}{3 \operatorname{sen} \omega}, \quad (2)$$

ricordando che:

$$PC = \frac{2}{3} \frac{a \operatorname{sen} \alpha}{2 \operatorname{sen} PCA}.$$

---

(1) REULEAUX, *Principî fondamentali di una teoria generale delle macchine* — Milano, 1874.

(2) BOSSUT, *Histoire des mathématiques.*

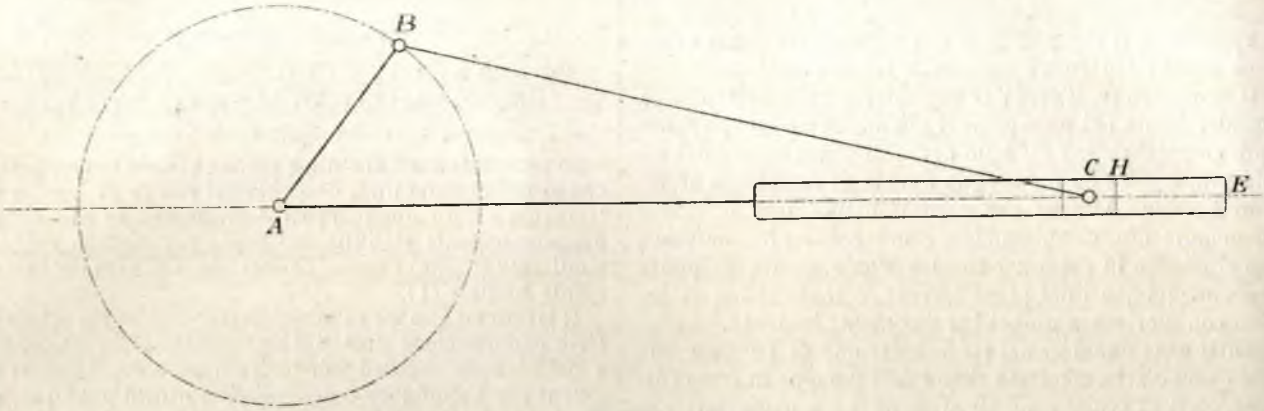


Fig. 18.

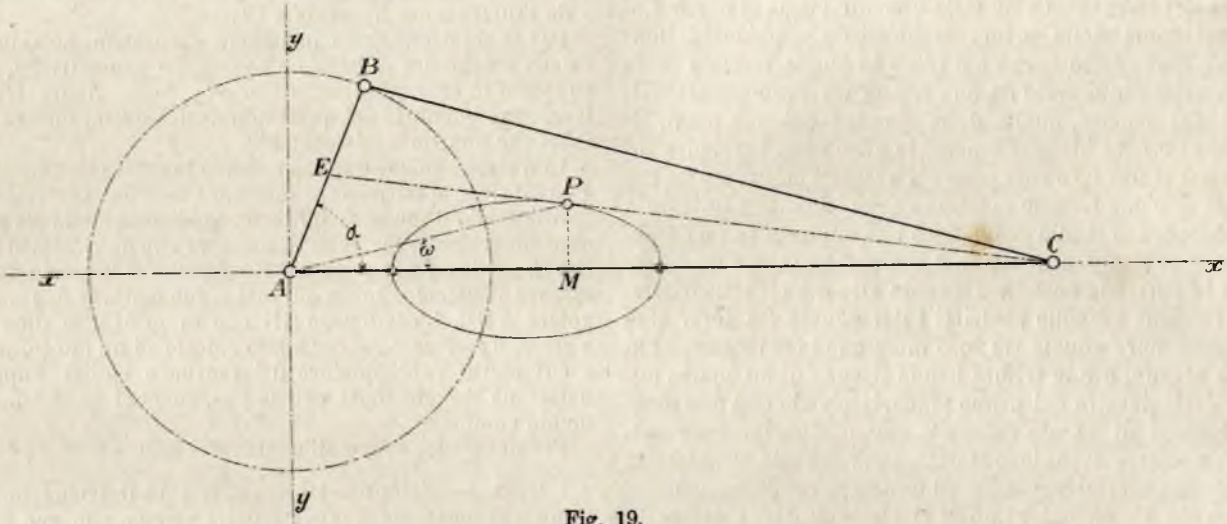


Fig. 19.

La relazione:

$$\frac{\operatorname{sen}(\alpha-\omega)}{\operatorname{sen}(PCA+\omega)}=\frac{2\,CE}{3\,a}$$

diviene:

$$\frac{\operatorname{sen}(\alpha-\omega)}{\operatorname{sen}(PCA+\omega)}=\frac{\operatorname{sen}\alpha}{3\operatorname{sen}PCA},$$

quando a CE siasi sostituito il suo valore ricavato dal triangolo EAC.

Sviluppando e riducendo si ha:

$$2\cos\omega\operatorname{sen}\alpha-3\operatorname{sen}\omega\cos\alpha=\operatorname{sen}\alpha\,.\,\operatorname{sen}\omega\cot PCA \quad (3)$$

Ora dal triangolo ACE si rileva che:

$$\cos PCA=\frac{2\,c-a\cos\alpha}{a\operatorname{sen}\alpha}\operatorname{sen}PCA,$$

d'onde:

$$\cot PCA=\frac{2\,c-a\cos\alpha}{a\operatorname{sen}\alpha}.$$

Sostituendo questo valore nella (3), si ha:

$$a\cos\omega\operatorname{sen}\alpha-a\operatorname{sen}\omega\cos\alpha=c\operatorname{sen}\omega. \quad (4)$$

Questa equazione rappresenta il luogo geometrico cercato; ma contenendo c, pure variabile, ci conviene esprimere c in funzione di α introducendo l'altra quantità fissa b del sistema medesimo.

A questo riguardo il triangolo ABC dà:

$$c=a\cos\alpha+b\cos BCA,$$

che colle necessarie sostituzioni diviene:

$$c=a\cos\alpha+\sqrt{b^2-a^2\operatorname{sen}^2\alpha},$$

il qual valore trasforma la (4) nell'altra:

$$a\cos\omega\operatorname{sen}\alpha-2\,a\operatorname{sen}\omega\cos\alpha=\operatorname{sen}\omega\sqrt{b^2-a^2\operatorname{sen}^2\alpha}.$$

Ed esprimendo in questa equazione la variabile α in funzione dell'altra ω, si ottiene:

$$a\cos\omega\,\frac{3\,\rho\operatorname{sen}\omega}{a}-2\,a\operatorname{sen}\omega\,\frac{1}{a}\sqrt{a^2-9\,\rho^2\operatorname{sen}^2\omega}=$$
$$=\operatorname{sen}\omega\sqrt{b^2-9\,\rho^2\operatorname{sen}^2\omega},$$

la quale, ridotta e sviluppata, si trasforma nell'altra:

$$9\,\rho^2-(4\,a^2+b^2)+36\,\rho^2\operatorname{sen}^2\omega=$$
$$=4\sqrt{a^2\,b^2-9\,\rho^2\operatorname{sen}^2\omega\,(a^2+b^2)+81\,\rho^4\operatorname{sen}^4\omega}$$

e per semplicità facendo:

$$4\,a^2+b^2=\varepsilon$$

ed

$$a^2+b^2=p,$$

si ha ancora:

$$9\,\rho^2(1+4\operatorname{sen}^2\omega)-\varepsilon=$$
$$=4\sqrt{a^2\,b^2-9\,\rho^2\operatorname{sen}^2\omega\,.\,p+81\,\rho^4\operatorname{sen}^4\omega},$$

la quale sviluppata, e posto:

$$4\,a^2-b^2=q,$$

si trasforma nell'altra:

$$\rho^4\,[81+648\operatorname{sen}^2\omega]+\rho^2\,[\operatorname{sen}^2\omega\,(144\,p-72\,\varepsilon)-18\,\varepsilon]+$$
$$+\,q^2=o.$$

Sviluppando e riducendo questa equazione e ponendovi:

$$k=b^2-2\,a^2,$$

si ottiene finalmente:

$$\rho^4\,[648\operatorname{sen}^2\omega+81]+\rho^2\,[72\,k\operatorname{sen}^2\omega-18\,\varepsilon]+q^2=o \quad (5)$$

che è l'equazione del luogo cercato in coordinate polari.

Vogliamo ora ottenere l'equazione del luogo in coordinate rettilinee. A tal fine lo riferiremo a due assi ortogonali, e per maggior semplicità prenderemo come origine degli assi il punto A, come asse delle xx la retta AC, e come asse delle ordinate la perpendicolare yy a questa.

Dalla fig. 19 rileviamo:

$$x = \rho \cos \omega$$

ed

$$y = \rho \operatorname{sen} \omega,$$

i quali valori sostituiti nella (5) e fatte le riduzioni, si ottiene:

$$729\, y^4 + 810\, x^2 y^2 + 81\, x^4 - 54\, q\, y^2 - 18\, \varepsilon x^2 + q^2 = 0 \quad (6)$$

che è l'equazione del luogo cercato in coordinate rettilinee.

Trovata così l'equazione della curva, studiamoci di determinarne i suoi punti principali. Le ordinate dei punti nei quali la curva è incontrata dall'asse delle yy saranno le radici dell'equazione:

$$729\, y^4 - 54\, q\, y^2 + q^2 = 0,$$

la quale, come è noto, si ottiene facendo nella (6) $x = 0$.

Tali radici essendo:

$$y = \pm \frac{1}{3\sqrt{3}} \sqrt{4\, a^2 - b^2},$$

ne dedurremo che la curva, per rispetto ai punti di ascissa $x = 0$, è simmetrica intorno all'asse delle ascisse.

Dai valori di y rileviamo pure che onde l'asse delle y incontri la curva in parola, è necessario che sia $4\, a^2 > b^2$; e che se fosse $4\, a^2 = b^2$, ossia: $2\, a = b$, sarebbe anche $y = 0$, e la curva passerebbe per l'origine A degli assi.

Da queste considerazioni rilevo che se $2\, a$ va rendendosi minore di b, la traiettoria si allontana dall'origine degli assi avvicinandosi allo spingitoio e; se va rendendosi maggiore, avviene il contrario.

La curva poi sarà intersecata dall'asse delle xx nei punti di ordinate nulle e di ascisse:

$$x = \pm \left(\frac{2\, a \pm b}{3} \right).$$

Onde determinare il valore dell'ascissa a cui corrisponde il valore massimo dell'ordinata, si uguaglierà a zero la $\frac{dy}{dx}$ e si risolverà rispetto ad x.

L'equazione (6) risoluta rispetto ad y diviene:

$$y = \pm \sqrt{\frac{q - 15\, x^2 \pm 4\, x \sqrt{9\, x^2 + 3\, (b^2 - a^2)}}{27}},$$

oppure:

$$y = \pm \sqrt{\frac{q - 15\, x^2 \pm \sqrt{144\, x^4 + 48\, x^2\, (b^2 - a^2)}}{27}}.$$

E derivando, rispetto ad y abbiamo:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{12\, x^2 + 2\, (b^2 - a^2) - 5\, x \sqrt{9\, x^2 + 3\, (b^2 - a^2)}}{3 \sqrt{9x^2 + 3(b^2 - a^2)} \sqrt{q - 15x^2 \pm \sqrt{144x + 48x^2(b^2 - a^2)}}} \sqrt{3}$$

Uguagliando a zero, otteniamo:

$$12\, x^2 + 2\, (b^2 - a^2) - 5\, x \sqrt{9\, x^2 + 3\, (b^2 - a^2)} = 0,$$

cioè:

$$81\, x^4 + 27\, x^2\, (b^2 - a^2) - 4\, (b^2 - a^2) = 0,$$

che risoluta dà:

$$x = \pm \frac{1}{3} \sqrt{b^2 - a^2}.$$

Sostituendo ora questo valore in quello di y trovato sopra, si ha finalmente:

$$y = \pm \frac{a}{3},$$

che è l'ordinata massima richiesta.

Se poniamo nel valore di $\frac{dy}{dx}$, per x l'ascissa a cui corrisponde la massima ordinata, si può determinare la posizione della tangente nel punto di ordinata massima, e si avrà:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{0}{m};$$

ossia, la tangente considerata è parallela all'asse delle xx.

Manovellismo di spinta isoscele. — Supponendo che nella catena or ora esaminata l'accoppiatore BC sia uguale alla manovella AB, allora il luogo geometrico del baricentro del triangolo di *spinta isoscele* si modifica e diviene un'ellisse.

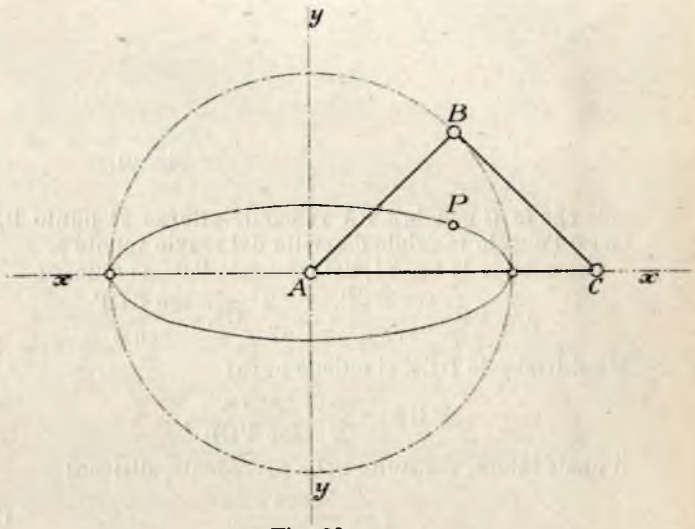


Fig. 20.

Infatti, se nella equazione (6) facciamo $a = b$, otteniamo:

$$q = 3\, a^2$$
$$\varepsilon = 5\, a^2,$$

che sostituiti nella (6) diviene:

$$81\, y^4 + 90\, x^2 y^2 + 9\, x^4 - 18\, a^2 y^2 - 10\, a^2 x^2 + a^4 = 0$$

e ridotta alla forma più semplice:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{{}^1/_9\, a^2} = 1,$$

che è l'equazione di un'ellisse, il cui centro coincide coll'origine degli assi coordinati, i suoi assi rappresentano gli assi coordinati, ed i suoi semiassi sono a e $\frac{a}{3}$.

L'equazione di questo luogo si può anche ottenere sostituendo nella:

$$a \cos \omega \operatorname{sen} \alpha - a \operatorname{sen} \omega \cos \alpha = c \operatorname{sen} \omega,$$

a c il suo valore particolare $2\, a \cos \alpha$, che allora diviene:

$$\cos \omega \operatorname{sen} \alpha = 3 \cos \alpha \operatorname{sen} \omega,$$

la quale si trasforma nell'altra:

$$\rho \cos \omega = \sqrt{a^2 - 9\, \rho^2 \operatorname{sen}^2 \omega},$$

e finalmente in coordinate cartesiane:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{{}^1/_9\, a^2} = 1,$$

che coincide evidentemente colla precedente.

II Caso. — *Manovellismo a glifo oscillante.* — Il secondo caso che prendo ad esaminare è quello che ottiensi fissando la catena di spinta sull'accoppiatore BC. Questo meccanismo è pure molto conosciuto, e trova una bella applicazione nelle macchine a vapore oscillanti, di cui forma la parte cinematica principale. È usata in altre circostanze, come nelle piallatrici, limatrici, ecc.

Presa dunque in considerazione la figura 21, e supposte rimaste fisse le condizioni della figura antecedente, sia BC l'asse polare, B il polo e ρ il raggio vettore. Indico con α l'an-

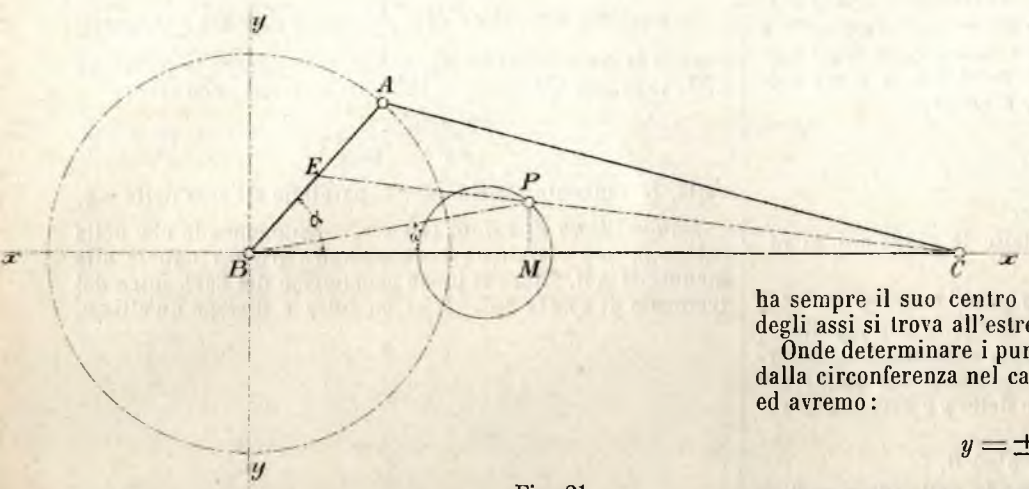


Fig. 21.

golo che fa il membro BA ruotando attorno al punto B, e con ω l'angolo variabile descritto dal raggio vettore ρ.

Osservando la fig. 21, dal triangolo BPC si ottiene:

$$\rho = PC \frac{\text{sen BCP}}{\text{sen}\,\omega} = \frac{2}{3} CE \frac{\text{sen BCP}}{\text{sen}\,\omega}.$$

E dal triangolo BCE si ottiene pure:

$$CE = \frac{a}{2} \frac{\text{sen}\,\alpha}{\text{sen PCB}},$$

il quale valore, sostituito nella precedente, diviene:

$$\rho = \frac{a \,\text{sen}\,\alpha}{3 \,\text{sen}\,\omega}. \qquad (7)$$

Dal triangolo BPE, analogamente a ciò che si è fatto sopra, si ricava:

$$\frac{\text{sen}\,(\alpha - \omega)}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{\text{sen}\,(\omega + \text{BCP})}{3 \,\text{sen PCP}}.$$

Sviluppando e riducendo si ottiene:

$$2 \cos\omega \,\text{sen}\,\alpha - 3 \,\text{sen}\,\omega \cos\alpha = \text{sen}\,\omega \,\text{sen}\,\alpha \cot \text{BCP}.$$

Ed in questa equazione ponendo:

$$\cot \text{BCP} = \frac{2\,b - a \cos\alpha}{a \,\text{sen}\,\alpha},$$

come si ricava dal triangolo ECB, diviene:

$$a \cos\omega \,\text{sen}\,\alpha - a \,\text{sen}\,\omega \cos\alpha = b \,\text{sen}\,\omega.$$

E ponendo:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{3\,\rho \,\text{sen}\,\omega}{a},$$

otteniamo:

$$9\,\rho^2 - 6\,\rho\,b \cos\omega + b^2 - a^2 = 0 \qquad (8)$$

che è l'equazione del luogo in coordinate polari.

Questa equazione, espressa in coordinate cartesiane, diviene:

$$x^2 + y^2 - \frac{2}{3}\,b\,x + \frac{b^2 - a^2}{9} = 0 \qquad (9)$$

la quale può anche scriversi:

$$\left(x - \frac{1}{3}\,b\right)^2 + y^2 = \left(\frac{a}{3}\right)^2,$$

e rappresenta l'equazione di una circonferenza riferita a due assi ortogonali, di cui l'origine si trovi sul prolungamento di un suo diametro.

Dall'ultima relazione si rileva facilmente che l'ascissa del suo centro è $\frac{b}{3}$ ed il suo raggio è $\frac{a}{3}$.

In questo caso dunque, cioè nel manovellismo a glifo oscillante, la traiettoria del baricentro è un circolo che ha il suo centro sull'accoppiatore b, che è fisso, ed il cui raggio è la terza parte della manovella AB.

Se nell'equazione (9) si fa, come caso speciale $a = b$, si ottiene:

$$\left(x - \frac{1}{3}\,a\right)^2 + y^2 = \left(\frac{a}{3}\right)^2,$$

che è l'equazione pure d'un circolo di cui l'ascissa del centro è $\frac{1}{3}\,a$ ed il raggio è pure $\frac{1}{3}\,a$; cioè in questo caso il circolo ha sempre il suo centro sull'accoppiatore BC, ma l'origine degli assi si trova all'estremità di un diametro.

Onde determinare i punti nei quali gli assi sono incontrati dalla circonferenza nel caso generale, si farà nella (9) $x = 0$, ed avremo:

$$y = \pm \frac{1}{3} \sqrt{a^2 - b^2}.$$

Se dunque sarà $a > b$, la curva intersecherà l'asse delle y, e spostandosi dalla posizione che assume nella fig. 21, verso sinistra, cioè verso il punto B; se $a < b$, come nella figura di questo caso, l'asse delle ordinate non sarà intersecato dalla traiettoria, e rendendosi a sempre minore di b, questo luogo si sposterà verso destra; se finalmente $a = b$, sarà $y = 0$, cioè quando il meccanismo è isoscele, la traiettoria del suo baricentro passa pel punto fisso di rotazione.

III Caso. — *Manovellismo a glifo rotativo.* — Il manovellismo a glifo rotativo è il terzo caso che si ottiene dalla catena cinematica in questione, e si ha fissando questa catena sul membro a o sulla manovella, la quale così trasformasi in ponte. Con ciò l'accoppiatore b compie delle rotazioni intorno all'asse proprio e diviene una manovella; il guidatore c, condotto dallo spingitoio CH, descrive rotazioni complete (fig. 22).

Per determinare la traiettoria del suo baricentro, si indichi con α l'angolo variabile che l'accoppiatore BC fa col ponte AB in una posizione qualsiasi; con ω l'angolo che il raggio vettore BP o semplicemente ρ, comprende collo stesso ponte, con B il polo, e con BA l'asse polare. Per le altre grandezze, conservando per brevità le denominazioni precedenti, dai triangoli APB e ABF, si rileva che:

$$\rho = \frac{b \,\text{sen}\,\alpha}{3 \,\text{sen}\,\omega}.$$

E dal triangolo BPF:

$$\frac{\text{sen}\,(\alpha - \omega)}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{\text{sen}\,(\omega + \text{BAP})}{3 \,\text{sen BAP}}.$$

Sviluppando e riducendo, ottiensi l'equazione:

$$2 \,\text{sen}\,\alpha \cos\omega - 3 \,\text{sen}\,\omega \cos\alpha = \text{sen}\,\omega \,\text{sen}\,\alpha \cot \text{BAP}.$$

Ma dal triangolo FAB si ha che:

$$\cot \text{BAP} = \frac{2\,a - b \cos\alpha}{b \,\text{sen}\,\alpha},$$

per cui sostituendo questo valore e quello di:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{3\,\rho \,\text{sen}\,\omega}{b}$$

nella equazione ora trovata, si ottiene:

$$9\,\rho^2 - 6\,\rho\,a \cos\omega + a^2 - b^2 = 0 \qquad (10)$$

che è l'equazione del luogo in coordinate polari.

Se in questa equazione poniamo:

$$x = \rho \cos\omega \quad \text{ed} \quad y = \rho \,\text{sen}\,\omega$$

e prendiamo come asse delle ascisse la retta AB e come asse delle ordinate la perpendicolare a questa coll'origine B, si ottiene:

$$\left(x - \frac{a}{3}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{b}{3}\right)^2 \qquad (11)$$

che è appunto l'equazione di un cerchio avente per ascissa del centro $\frac{a}{3}$, per raggio $\frac{b}{3}$ ed il suo centro sul ponte AB.

Notisi che l'ascissa del centro non è uguale al raggio del cerchio, e la sua circonferenza non passerà per il polo. Anzi si determineranno i punti d'incontro fra questa circonferenza e l'asse delle ordinate, facendo nella (11) $x = 0$. Per tal modo avremo:

$$y = \pm \frac{1}{3} \sqrt{b^2 - a^2}.$$

Discutendo questa espressione, è ovvio notare che se $a > b$, i valori di y sono immaginari e la traiettoria non è incontrata dall'asse delle ordinate. Se $a < b$, potremo determinare i punti d'incontro dell'asse delle ordinate colla curva.

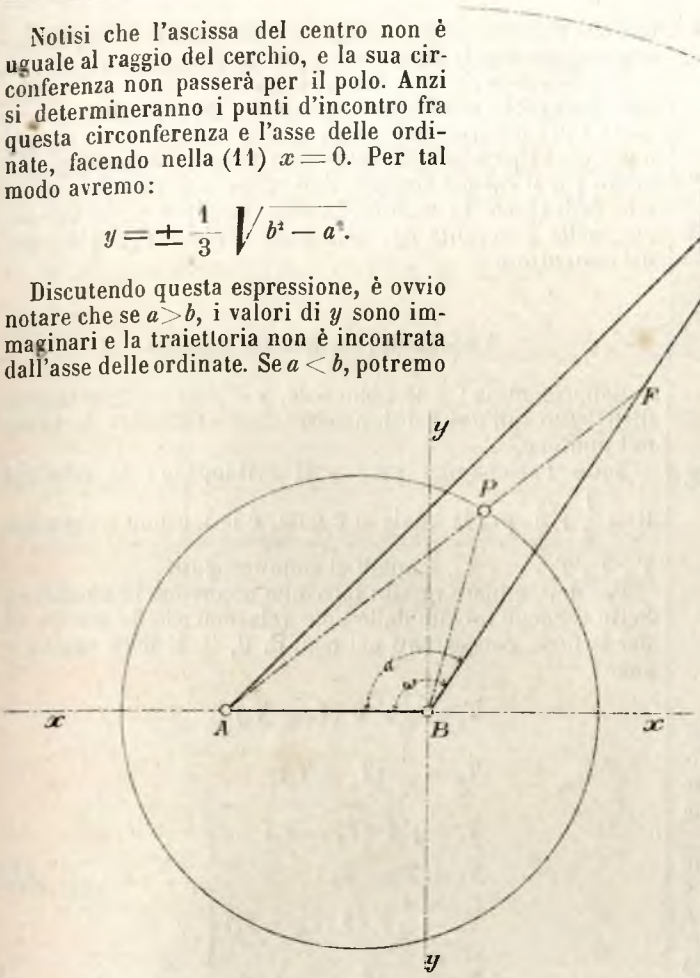


Fig. 22.

Se finalmente $a = b$, la circonferenza (come nel caso precedente) passa per l'origine degli assi.

Conchiudo osservando che se a va continuamente divenendo maggiore di b, la curva trovata va spostandosi verso sinistra dell'origine B; se a diviene minore di b, la curva si sposta verso destra; e se a diviene tanto piccola rispetto a b da potersi trascurare (caso impossibile), il centro della traiettoria circolare coincide coll'origine degli assi.

IV Caso. — *Manovellismo di spinta oscillante.* — Come ultimo caso fissiamo nel noto meccanismo l'oscillatore CH (fig. 18) che si è considerato ridotto ad un punto. Così l'accoppiatore BC (fig. 23) è obbligato ad oscillare intorno al punto C, la sbarra AC si muove alternativamente in linea retta sullo spingitoio divenuto ponte e diviene spingitoio essa stessa; infine, la manovella AB si trasforma in un accoppiatore e compie movimenti oscillatori complicati.

Prendiamo il punto C come polo ed AC come asse polare; si indichi inoltre con ω l'angolo che fa il raggio vettore PC coll'asse polare e con α l'angolo formato da una posizione qualunque del membro BC coll'asse polare.

Il processo per rintracciare l'equazione del luogo è analogo ai precedenti. Infatti il triangolo CPR dà:

$$\frac{\operatorname{sen}(\alpha - \omega)}{\operatorname{sen}(\omega + PAC)} = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{3 \operatorname{sen} PAC},$$

che, sviluppata e ridotta, diviene:

$$\operatorname{sen}\omega \operatorname{sen}\alpha \cot PAC = 2 \cos\omega \operatorname{sen}\alpha - 3 \operatorname{sen}\omega \cos\alpha.$$

Ma avvertendo che:

$$\cot PAC = \frac{2c - b\cos\alpha}{b \operatorname{sen}\alpha}$$

e che:

$$c = b\cos\alpha + \sqrt{a^2 - b^2 \operatorname{sen}^2\alpha},$$

quella diviene:

$$b\cos\omega \operatorname{sen}\alpha - 2b \operatorname{sen}\omega \cos\alpha = \operatorname{sen}\omega \sqrt{a^2 - b^2 \operatorname{sen}^2\alpha},$$

che facilmente si trasforma nell'altra:

$$9\rho^2 - (4b^2 + a^2) + 36\rho^2 \operatorname{sen}^2\omega =$$
$$= 4\sqrt{b^2a^2 - 9\rho^2 \operatorname{sen}^2\omega\,(a^2 + b^2) + 81\rho^4 \operatorname{sen}^4\omega}.$$

Riducendo e ponendo:

$$a^2 - 2b^2 = h$$
$$a^2 - 4b^2 = n$$
$$4b^2 + a^2 = \mu$$

si ha finalmente:

$$\rho^4 [81 + 648 \operatorname{sen}^2\omega] + \rho^2 [72h \operatorname{sen}^2\omega - 18\mu] + n^2 = 0.$$

Se in questa equazione, in coordinate polari poniamo:

$$x = \rho\cos\omega \quad \text{e} \quad y = \rho \operatorname{sen}\omega,$$

si ha:

$$729y^4 + 810x^2y^2 + 81x^4 + 54ny^2 - 18\mu x^2 + n^2 = 0 \quad (12)$$

In questa equazione in coordinate ortogonali del luogo cercato, facendo $x = 0$, si ha:

$$y = \frac{1}{3\sqrt{3}} \sqrt{4b^2 - a^2},$$

la quale formola darà le ordinate dei punti di ascissa zero, nei quali la curva è incontrata dall'asse delle y.

Anche qui, come precedentemente, se $4b^2 > a^2$, ossia se $2b > a$, la curva sarà intersecata dall'asse delle y in due punti; se $4b^2 = a^2$, ossia se $2b = a$, essa passerà per l'origine degli assi; se $4b^2 < a^2$, essa non taglierà l'asse delle ordinate.

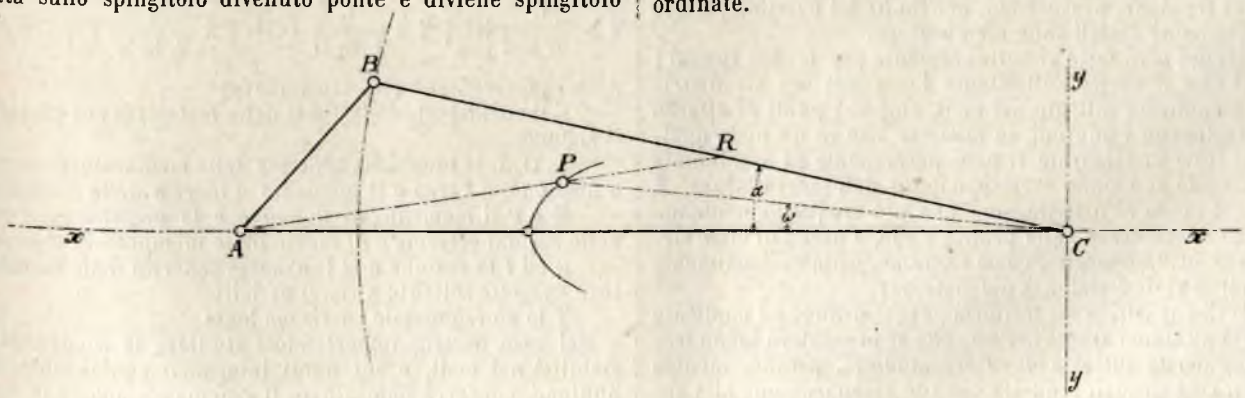


Fig. 23.

Se nella equazione (12) facciamo $a = b$, la traiettoria è un'ellisse perchè è rappresentata dalla equazione:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{\frac{1}{9} a^2} = 1.$$

Questa ellisse ha, come sopra, il suo centro ed i suoi assi coincidenti rispettivamente coll'origine e cogli assi coordinati. L'analisi poi dell'equazione (12) fa intravvedere che la traiettoria rappresentata da questa sia molto analoga a quella rappresentata dall'equazione (6) nel primo caso.

Siena, 20 dicembre 1889.

COSTRUZIONI METALLICHE

INCAVALLATURE INGLESI CON CATENA ORIZZONTALE E PUNTONE INCLINATO DI 0.50

Procedimento di calcolo e formule generali per i differenti tipi che occorrono nella pratica

Studio dell'ing. C. CANDELLERO

Lo studio che intraprendiamo è un'applicazione del teorema del minimo lavoro, dimostrato dall'ingegnere Castigliano, per la determinazione delle reazioni e delle forze interne che si sviluppano nei sistemi elastici sotto l'azione di forze esterne conosciute

Questo teorema, che altri prima di Castigliano avevano enunciato, mostrandone l'utilità e facendone applicazioni, e del quale l'ing. Castigliano capì l'importanza grandissima e dette una dimostrazione rigorosa, toglie, come è noto, l'indeterminazione nella quale la statica dei corpi rigidi lascia quasi sempre una o più delle incognite del problema. Anzi, chi il volesse, potrebbe, in generale, con l'impiego esclusivo di questo principio, risolvere completamente qualsiasi quistione di statica. È sempre difatti possibile comporre l'espressione del lavoro di deformazione in funzione di *tutte* indistintamente le tensioni e reazioni del sistema, e quindi stabilire la condizione di minimo, rispetto a *ciascuna* di esse, e ottenere per conseguenza tante equazioni quante sono le incognite. Ma questa via, quando le variabili siano molte, è assai lunga perchè conduce in generale ad un sistema di equazioni di risoluzione assai laboriosa. Meglio è, e così faremo noi, ricavare prima dalla statica tutte le condizioni che essa può dare, e con le medesime eliminare dall'espressione del lavoro quante incognite sia possibile, e dedurre quindi le equazioni risolutive che riusciranno così in generale notevolmente ridotte di numero e di forma.

Abbiamo scelto come tipo di studio le incavallature inglesi perchè questo tipo, ora molto in uso quando non prevalgano considerazioni di estetica, è quello che fra tutti gli altri meglio si approssima all'ideale meccanico di ridurre al *minimum* gli sforzi di flessione, provocando, nei limiti del possibile, sforzi esclusivamente assiali sulle membrature.

Lo studio sarà fatto simultaneamente per le due ipotesi:

1° Che il carico sollecitante l'incavallatura sia distribuito e applicato soltanto nei nodi, cioè nei punti di attacco delle saette con i puntoni, in maniera che in un nodo qualsiasi si trovi concentrato il peso permanente ed accidentale che compete al tronco corrispondente dell'incavallatura. È questo il modo di distribuzione che più frequentemente occorre di considerare nella pratica e che, a parità di altre circostanze, utilizza meglio, come vedremo, e più razionalmente le condizioni di resistenza del sistema;

2° Che il carico sia uniformemente diffuso ed applicato lungo il puntone. Quest'ipotesi, che si presenterà meno frequente, merita tuttavia di essere studiata, perchè, mentre in certi casi speciali è quella che più si approssima alla verità dei fatti ed è quindi da preferirsi, conduce poi a risultati che differiscono in modo abbastanza sentito da quelli che si ottengono con la supposizione dei pesi concentrati.

Considereremo successivamente i diversi tipi di incavallature inglesi che più frequentemente occorrono nella pratica, cioè i tipi a quattro saette, a tre, a due, a una e senza saetta; e per ogni tipo esporremo il procedimento e le formule generali per il calcolo rigoroso delle dimensioni di resistenza; e ne dedurremo in seguito formule speditive approssimate che, nella generalità dei casi, sono sufficienti per i bisogni del costruttore.

I.

Incavallatura a quattro saette.

Rappresentino: c la semicorda, p il peso uniformemente distribuito sull'unità di lunghezza, misurata lungo la falda, del puntone.

Sotto l'azione del peso p si sviluppano: la reazione $R = \frac{1}{2}\sqrt{5} \cdot pc$, la quale ci è nota, e le tensioni e pressioni $T_1, T_2, T_3 \ldots T_{12}$ le quali ci sono incognite.

Per determinare queste incognite occorrono 12 equazioni. Sette vengono fornite dalle note relazioni che la statica dà per le forze concorrenti nei nodi B, C, D, E della catena, e sono:

$$\left.\begin{aligned}
T_2 &= \frac{1}{2}\sqrt{5}\,(T_4 - T_1)\\
T_3 &= \frac{1}{2}\,(T_1 - T_4)\\
T_5 &= \sqrt{2}\,(T_7 - T_4)\\
T_6 &= T_4 - T_7\\
T_8 &= \frac{1}{2}\sqrt{13}\,(T_{10} - T_7)\\
T_9 &= \frac{3}{2}\,(T_7 - T_{10})\\
T_{12} &= -\frac{4}{5}\sqrt{5}\,T_{11}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Le altre determineremo ricorrendo al teorema del lavoro sopraricordato, il quale stabilisce che deve esser minimo il lavoro molecolare di deformazione che un sistema elastico in equilibrio subisce sotto l'azione delle forze esterne ed interne che lo sollecitano.

Converrà perciò esprimere il lavoro di deformazione del nostro sistema in funzione delle 5 tensioni, indeterminate dalla statica, T_1, T_4, T_7, T_{10}, T_{11}, e cercare il minimo rispetto a ciascuna di esse, il che si avrà uguagliando a zero le derivate corrispondenti, e si otterrà così il sistema delle 5 equazioni di cui abbiamo ancora bisogno.

Per un sistema elastico qualunque, simmetrico rispetto ad un asse, il lavoro di deformazione, esclusa la parte che si riferisce agli sforzi di taglio, la quale è sempre di grandezza trascurabile rispetto alle altre, è espresso dalla formola generale:

$$2\,\Sigma\,\frac{L}{2.\,E.\,I}\,M^2 + 2\,\Sigma\,\frac{L}{2.\,E.\,\Omega}\,P^2 + 2\,\Sigma\,\frac{l}{2.\,E.\,\omega}\,T^2 \ldots (2),$$

dove rappresentano rispettivamente:

E il coefficiente d'elasticità della materia di cui è formato il sistema;

L, Ω, I, la lunghezza generica delle membrature soggette a flessione, e l'area e il momento d'inerzia delle medesime;

M e P il momento di flessione e la pressione normale nelle sezioni estreme e di mezzo delle membrature stesse;

ω ed l la sezione e la lunghezza generica delle membrature soggette soltanto a sforzi assiali;

T lo sforzo assiale corrispondente.

Nel caso nostro, importandoci studiare le condizioni di stabilità nei nodi, e sui punti intermedi equidistanti, del puntone, converrà immaginare il sistema scomposto in tante tratte uguali limitate dalle sezioni 0, 1, 2, 3.... 10; quindi

L sarà costante ed eguale a $\frac{\sqrt{5}}{20}c$ per tutte le membrature a cui si riferisce: cioè per le diverse tratte, e costanti converrà pure supporre, come usasi, Ω ed I.

E allora per il nostro sistema il lavoro di deformazione sarà:

$$2\frac{\frac{\sqrt{5}}{20}c}{2.E.I}\Sigma M^2 + 2\frac{\frac{\sqrt{5}}{20}c}{2.E.\Omega}\Sigma P^2 + 2\Sigma\frac{l}{2.E.\omega}T^2$$

Questa espressione dovrà essere differenziata rispetto a T, di cui sono funzioni anche M e P. Quindi essa potrà essere semplificata, dividendola per il coefficiente del primo termine, e posta sotto la forma:

$$\Sigma M^2 + \frac{I}{\Omega}\Sigma P^2 + \frac{I}{\frac{\sqrt{5}}{20}c}\Sigma\frac{l}{\omega}T^2 \quad . . . (3)$$

nella quale valgono rispettivamente, come è noto:

$$\Sigma M^2 = \frac{1}{3}(M_0^2 + 4M_1^2 + 2M_2^2 + 4M_3^2 + \ldots + 2M_8^2 + 4M_9^2 + M_{10}^2) \quad (4)$$

$$\Sigma P^2 = \frac{1}{2}P_0^2 + P_1^2 + P_2^2 + \ldots + P_8^2 + P_9^2 + \frac{1}{2}P_{10}^2 \ldots \quad (5)$$

$$\Sigma\frac{l}{\omega}T^2 = \frac{l_1}{\omega_1}T_1^2 + \frac{l_2}{\omega_2}T_2^2 + \frac{l_3}{\omega_3}T_3^2 + \ldots + \frac{l_9}{\omega_9}T_9^2 \ldots \quad (6)$$

SCHEMA D'INCAVALLATURA INGLESE A QUATTRO SAETTE.

Catena orizzontale — Puntone inclinato di 0.50.

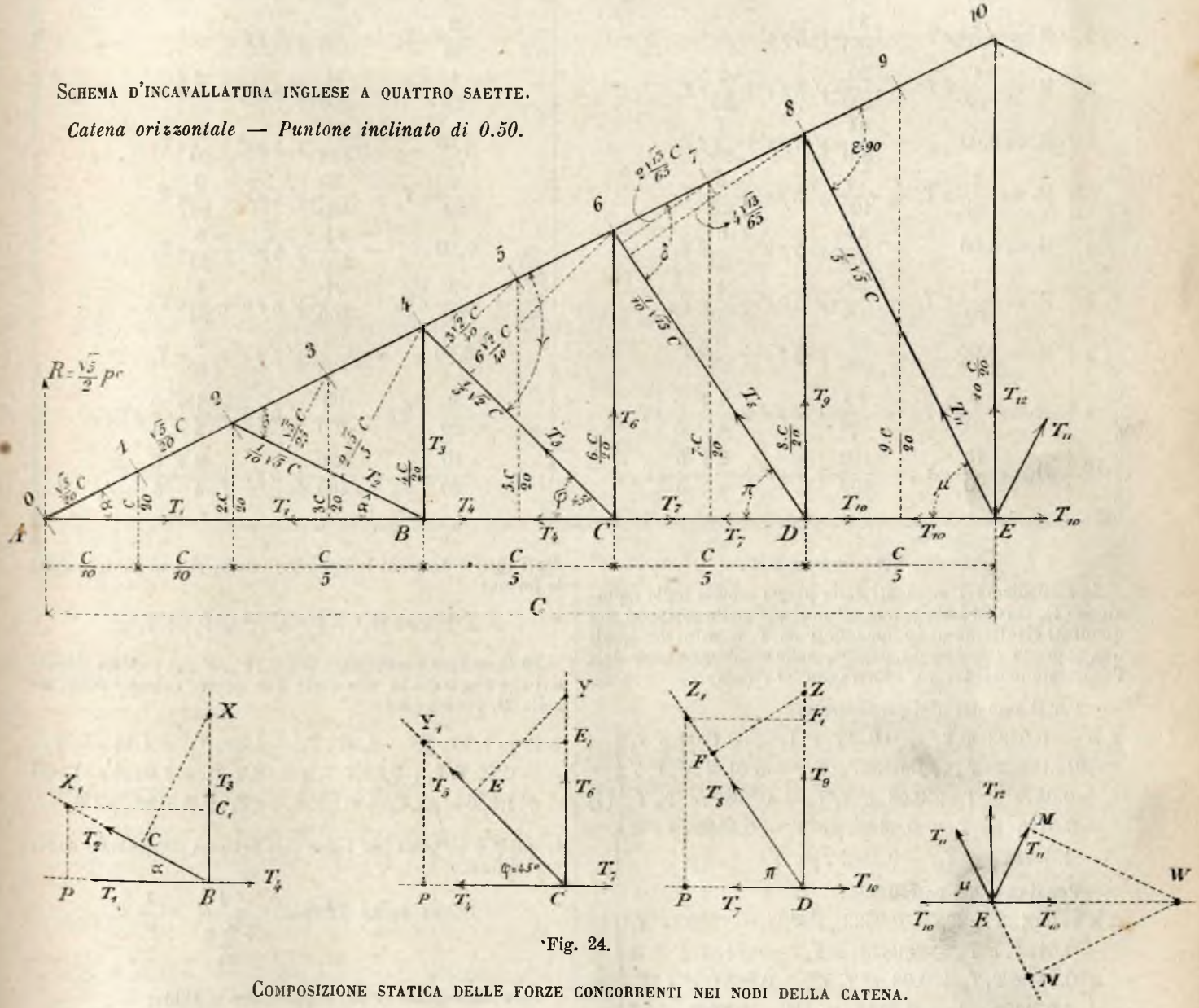


Fig. 24.

COMPOSIZIONE STATICA DELLE FORZE CONCORRENTI NEI NODI DELLA CATENA.

$$XC\left(T_2 + \frac{T_1 - T_4}{\cos\alpha}\right) = 0 \qquad YE\left(T_5 + \frac{T_4 - T_7}{\cos\varphi}\right) = 0 \qquad ZF\left(T_8 + \frac{T_7 - T_{10}}{\cos\pi}\right) = 0$$

$$X_1C_1(T_3 + \operatorname{tg}\alpha(T_4 - T_1)) = 0 \qquad Y_1C_1(T_6 + T_7 - T_4) = 0 \qquad Z_1F_1\left(T_9 + \operatorname{tg}\pi(T_{10} - T_7)\right) = 0 \qquad WE(T_{12} + 2T_{11}\operatorname{sen}\mu) = 0$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{5}}{2}(T_4 - T_1) \qquad T_5 = \sqrt{2}(T_7 - T_4) \qquad T_3 = \frac{\sqrt{13}}{2}(T_{10} - T_7) \qquad T_{12} = -4\frac{\sqrt{5}}{5}T_{11}$$

$$T_3 = \frac{1}{2}(T_1 - T_4) \qquad T_6 = T_4 - T_7 \qquad T_9 = \frac{3}{2}T_7 - T_{10}$$

nelle quali si sono omessi i termini che non sono funzioni delle incognite T, perchè tali termini, nelle differenzazioni che si dovranno fare della (3), spariranno.

Per poter rendere la (3) funzione dell'unità variabile T, occorre ora esprimere M e P in funzione di T.

Ricavando dalla figura le espressioni di M e di P, e sostituendo in esse le equazioni (1), onde ridurci subito al minimo numero di variabili, troveremo, tanto pel caso dei pesi concentrati quanto per quello dei pesi diffusi, i risultati raccolti nelle seguenti tabelle (A) e (B):

(A). Tabella dei momenti.

Sezioni	Pesi concentrati	Pesi diffusi
0	$M_0 = 0{,}00$	$0{,}00$
1	$M_1 = \frac{1}{20} c\,T_1 - \frac{18}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2$	$\frac{1}{20} c\,T_1 - \frac{19}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2$
2	$M_2 = \frac{2}{20} c\,T_1 - \frac{36}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2$	$\frac{2}{20} c\,T_1 - \frac{36}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2$
3	$M_3 = \frac{1}{20} c\,T_1 - \frac{50}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{2}{20} c\,T_4$	$\frac{1}{20} c\,T_1 - \frac{51}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{2}{20} c\,T_4$
4	$M_4 = 0{,}00 - \frac{64}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{4}{20} c\,T_4$	$0{,}00 - \frac{64}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{4}{20} c\,T_4$
5	$M_5 = \frac{2}{20} c\,T_4 - \frac{74}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{3}{20} c\,T_7$	$\frac{2}{20} c\,T_4 - \frac{75}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{3}{20} c\,T_7$
6	$M_6 = 0{,}00 - \frac{84}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{6}{20} c\,T_7$	$0{,}00 - \frac{84}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{6}{20} c\,T_7$
7	$M_7 = \frac{3}{20} c\,T_7 - \frac{90}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{4}{20} c\,T_{10}$	$\frac{3}{20} c\,T_7 - \frac{91}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{4}{20} c\,T_{10}$
8	$M_8 = 0{,}00 - \frac{96}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{8}{20} c\,T_{10}$	$0{,}00 - \frac{96}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{8}{20} c\,T_{10}$
9	$M_9 = \frac{9}{20} c\,T_{10} - \frac{98}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{1}{4}\frac{\sqrt{5}}{5} c\,T_{11}$	$\frac{9}{20} c\,T_{10} - \frac{99}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{1}{4}\frac{\sqrt{5}}{5} c\,T_{11}$
10	$M_{10} = \frac{10}{20} c\,T_{10} - \frac{100}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{2}{4}\frac{\sqrt{5}}{5} c\,T_{11}$	$\frac{10}{20} c\,T_{10} - \frac{100}{400}\sqrt{5}\,p\,c^2 + \frac{2}{4}\frac{\sqrt{5}}{5} c\,T_{11}$

Somma dei momenti ΣM^2.

Se sostituiamo i momenti della prima tabella nella equazione (4), trascurando tutti i termini che nello sviluppo dei quadrati risulteranno indipendenti da T, termini dei quali non importa tener conto perchè, nella differenziazione dell'espressione del lavoro, spariranno, si ricava:

Per il caso dei pesi concentrati:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma M^2 = {} & 0.0133 . c^2 T_1^2 + 0.0533 . c^2 T_4^2 + 0.1200 . c^2 T_7^2 \\ & + 0.5133 . c^2 T_{10}^2 + 0.0333 . c^2 T_{11}^2 + 0.0133 . c^2 T_1 T_4 \\ & + 0.04 . c^2 T_4 T_7 + 0.08 . c^2 T_7 T_{10} + 0.2087 . c^2 T_{10} T_{11} \\ & - 0.0775 . p c^3 T_1 - 0.2803 . p c^3 T_4 - 0.5545 . p c^3 T_7 \\ & - 1.3983 . p c^3 T_{10} - 0.2467 . p c^3 T_{11}\end{aligned}\right\} (7)$$

Per il caso dei pesi diffusi:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma M^2 = {} & 0.0133 . c^2 T_1^2 + 0.0533 . c^2 T_4^2 + 0.1200 . c^2 T_7^2 \\ & + 0.5133 . c^2 T_{10}^2 + 0.0333 . c^2 T_{11}^2 + 0.0133 . c^2 T_1 T_4 \\ & + 0.04 . c^2 T_4 T_7 + 0.08 . c^2 T_7 T_{10} + 0.2087 . c^2 T_{10} T_{11} \\ & - \mathbf{0.0790} . p c^3 T_1 - \mathbf{0.2833} . p c^3 T_4 - \mathbf{0.5590} . p c^3 T_7 \\ & - \mathbf{1.4080} . p c^3 T_{10} - \mathbf{0.2483} . p c^3 T_{11}\end{aligned}\right\} (8)$$

espressioni le quali non differiscono che nei coefficienti numerici dei 5 ultimi termini.

Somma delle pressioni ΣP^2.

L'equazione (5), quando si tenga conto dei valori delle pressioni medie registrate nella colonna terza della tabella B, e quando si trascurino come sopra negli sviluppi dei quadrati tutti i termini indipendenti da T, si può mettere sotto la forma:

$$\Sigma P^2 = 2 (P_1^2 + P_3^2 + P_5^2 + P_7^2 + P_9^2).$$

Se in questa sostituiamo per P_1, P_3, P_5.... i valori rispettivi che troviamo in una delle due prime colonne della tabella B, ricaveremo:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma P^2 = {} & 1.70 . T_1^2 + 1.30 . T_4^2 + 1.30 . T_7^2 + 1.70 . T_{10}^2 \\ & + 0.60 . T_1 T_4 + 0.80 . T_4 T_7 + 0.60 . T_7 T_{10} + 1.9230 . p c T_1 \\ & + 1.3864 . p c T_4 + 0.8498 . p c T_7 + 0.3130 . p c T_{10}\end{aligned}\right\} (9)$$

la quale è identica per i due casi dei pesi concentrati e dei pesi diffusi.

Somma delle Tensioni $\dfrac{1}{\frac{\sqrt{5}\,c}{20}} \Sigma \dfrac{l}{\omega} T^2$.

Se nella equazione (6) supponiamo si abbia:

$$\omega_1 = \omega_4 = \omega_7 = \omega_{10} = \omega_{12} = \frac{\Omega}{2}$$

$$\omega_2 = \omega_3 = \omega_5 = \omega_6 = \omega_8 = \omega_9 = \omega_{11} = \frac{\Omega}{6}$$

come nella pratica converrà di fare, e se nella equazione stessa eliminiamo T_2, T_3, T_5, T_6, T_8, T_9, T_{12} mediante le relazioni (1), e se infine trascuriamo, come al solito, i termini indipendenti da T nello sviluppo dei quadrati, dopo avere

(B). Tabella delle pressioni normali.

Sezioni	Pesi concentrati	Pesi diffusi	Pressioni medie comuni ai due casi
0	$P_0 = 2\frac{\sqrt{5}}{5}T_1 + \frac{9}{20}pc$	$2\frac{\sqrt{5}}{5}T_1 + \frac{10}{20}pc$	
1	$P_1 =$ id.	id. $+\frac{9}{20}pc$	$P_1 = \frac{1}{2}(P_0 + P'_2)$
2	$P'_2 =$ id.	id. $+\frac{8}{20}pc$	
	$P''_2 = \frac{\sqrt{5}}{10}T_1 + \frac{7}{20}pc + 3\frac{\sqrt{5}}{10}T_4$	$\frac{\sqrt{5}}{10}T_1 + \frac{8}{20}pc + 3\frac{\sqrt{5}}{10}T_4$	
3	$P_3 =$ id.	id. $+\frac{7}{20}pc +$ id.	$P_3 = \frac{1}{2}(P''_2 + P'_4)$
	$P'_4 =$ id.	id. $+\frac{6}{20}pc +$ id.	
4	$P''_4 = \frac{\sqrt{5}}{5}T_4 + \frac{5}{20}pc + \frac{\sqrt{5}}{5}T_7$	$\frac{\sqrt{5}}{5}T_4 + \frac{6}{20}pc + \frac{\sqrt{5}}{5}T_5$	
5	$P_5 =$ id.	id. $+\frac{5}{20}pc +$ id.	$P_5 = \frac{1}{2}(P''_4 + P'_6)$
	$P'_6 =$ id.	id. $+\frac{4}{20}pc +$ id.	
6	$P''_6 = \frac{3}{2}\frac{\sqrt{5}}{5}T_7 + \frac{3}{20}pc + \frac{1}{2}\frac{\sqrt{5}}{5}T_{10}$	$\frac{3}{2}\frac{\sqrt{5}}{5}T_7 + \frac{4}{20}pc + \frac{1}{2}\frac{\sqrt{5}}{5}T_{10}$	
7	$P_7 =$ id.	id. $+\frac{3}{20}pc +$ id.	$P_7 = \frac{1}{2}(P''_6 + P'_8)$
	$P'_8 =$ id.	id. $+\frac{2}{20}pc +$ id.	
8	$P''_8 = 2\frac{\sqrt{5}}{5}T_{10} + \frac{1}{20}pc + 0.00$	$2\frac{\sqrt{5}}{5}T_{10} + \frac{2}{20}pc + 0.00$	
9	$P_9 =$ id.	id. $+\frac{1}{20}pc + 0.00$	$P_9 = \frac{1}{2}(P''_8 + P_{10})$
10	$P_{10} =$ id.	id. $+ 0.00 + 0.00$	

sostituito ad l_1, l_2, l_3.... i rispettivi valori dati dalla figura, ricaveremo:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{I}{\frac{1}{20}\sqrt{5}.c}\Sigma\frac{l}{\omega}T^2 = \\ &\frac{I}{\Omega}(24.8387\,T_1^2 + 67.7191\,T_4^2 + 161.2200\,T_7^2 + \\ &+ 114.7624\,T_{10}^2 + 52.6216\,T_{11}^2 - 35.3665\,T_1T_4 - \\ &- 92.9152\,T_4T_7 - 222.3693\,T_7T_{10})\end{aligned}\right\}\quad(10)$$

la quale è, come il ΣP^2, identica per i due casi di distribuzione dei carichi.

Lavoro di deformazione.

Sostituendo finalmente le espressioni (7), (8), (9), (10) nella (3), ricaviamo:

Per il caso dei pesi concentrati:

$$\left.\begin{aligned}&T_1^2(0.0133.c^2 + \frac{I}{\Omega}26.5387) + T_4^2(0.0533.c^2 + \frac{I}{\Omega}69.0191) + T_7^2(0.1200.c^2 + \frac{I}{\Omega}162.5200) + \\ &+ T_{10}^2(0.5133.c^2 + \frac{I}{\Omega}116.4624) + T_{11}^2(0.0333.c^2 + \frac{I}{\Omega}52.6216) + \\ &+ T_1T_4(0.0133.c^2 - \frac{I}{\Omega}34.7665) + T_4T_7(0.0400.c^2 - \frac{I}{\Omega}92.1152) + \\ &+ T_7T_{10}(0.0800.c^2 - \frac{I}{\Omega}221.7693) + T_{10}T_{11}.0.2087.c^2 - T_1(0.0775.c^2 - \frac{I}{\Omega}1.9230)pc - \\ &- T_4(0.2803.c^2 - \frac{I}{\Omega}1.3864)pc - T_7(0.5545.c^2 - \frac{I}{\Omega}0.8498)pc - \\ &- T_{10}(1.3983.c^2 - \frac{I}{\Omega}0.3130)pc - 0.2467.pc^3.T_{11}.\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(11)$$

Per il caso dei pesi diffusi:

$$\left.\begin{aligned}
&T_1^2\left(0.0133 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 26.5387\right) + T_4^2\left(0.0533 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 69{,}0191\right) + T_7^2\left(0.1200 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 162.5200\right) + \\
&+ T_{10}^2\left(0.5133 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 116.4624\right) + T_{11}^2\left(0.0333 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 52.6216\right) + \\
&+ T_1 T_4\left(0.0133 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 34.7665\right) + T_4 T_7\left(0.0400 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 92.1152\right) + \\
&+ T_7 T_{10}\left(0.0800 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 221.7693\right) + T_{10} T_{11} \,.\, 0.2087 \,.\, c^2 - T_1\left(\mathbf{0.0790} \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 1.9230\right) p\, c - \\
&- T_4\left(\mathbf{0.2833} \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 1.3864\right) p\, c - T_7\left(\mathbf{0.5590} \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 0.8498\right) p\, c - \\
&- T_{10}\left(\mathbf{1.4080} \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 0.3130\right) p\, c - \mathbf{0.2483} \,.\, p\, c^3\, T_{11}.
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (12)$$

le quali due espressioni non differiscono che nei coefficienti numerici dei cinque ultimi termini.

Queste espressioni adunque, che sono unicamente funzioni delle sole tensioni ancora incognite, rappresentano il lavoro molecolare di deformazione subito da una incavallatura inglese del tipo che consideriamo.

Il teorema che dobbiamo applicare ora dice che il lavoro di deformazione deve essere un minimo; quindi le incognite saranno determinate da tale condizione di minimo.

Se dunque noi eguagliamo a zero le derivate della funzione fatte rispettivamente a T_1, T_4, T_7, T_{10}, T_{11}, troveremo i sistemi di equazioni determinanti le incognite cercate. E saranno:

Per il caso dei pesi concentrati:

$$\left.\begin{aligned}
&2\, T_1\left(0.0133 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 26.5387\right) + T_4\left(0.0133 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 34.7665\right) - \left(0.0775 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 1.9230\right) p\, c = 0 \\
&2\, T_4\left(0.0533 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 69.0191\right) + T_1\left(0.0133 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 34.7665\right) + T_7\left(0.0400 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 92.1152\right) - \\
&- \left(0.2803 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 1.3864\right) p\, c = 0 \\
&2\, T_7\left(0.1200 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 162.5200\right) + T_4\left(0.0400 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 92.1152\right) + T_{10}\left(0.0800 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 221.7693\right) - \\
&- \left(0.5545 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 0.8498\right) p\, c = 0 \\
&2\, T_{10}\left(0.5133 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 116.4624\right) + T_7\left(0.0800 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 221.7693\right) + T_{11} \,.\, 0.2087 \,.\, c^2 - \\
&- \left(1.3983 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 0.3130\right) p\, c = 0 \\
&2\, T_{11}\left(0.0333 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 52.6216\right) + T_{10} \,.\, 0.2087\, c^2 - 0.2467 \,.\, p\, c^3 = 0
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (13)$$

Per il caso dei pesi diffusi:

$$\left.\begin{aligned}
&2\, T_1\left(0.0133 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 26.5387\right) + T_4\left(0.0133 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 34.7665\right) - \left(\mathbf{0.0790} \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 1.9230\right) p\, c = 0 \\
&2\, T_4\left(0{,}0533 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 69.0191\right) + T_1\left(0.0133 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 34.7665\right) + T_7\left(0.0400 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 92.1152\right) - \\
&- \left(\mathbf{0.2833} \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 1.3864\right) p\, c = 0 \\
&2\, T_7\left(0.1200 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 162.5200\right) + T_4\left(0.0400 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 92.1152\right) + T_{10}\left(0.0800 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 221.7693\right) - \\
&- \left(\mathbf{0.5590} \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 0.8498\right) p\, c = 0 \\
&2\, T_{10}\left(0.5133 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 116.4624\right) + T_7\left(0.0800 \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 221.7693\right) + T_{11}\, 0.2087 \,.\, c^2 - \\
&- \left(\mathbf{1.4080} \,.\, c^2 - \frac{I}{\Omega}\, 0.3130\right) p\, c = 0 \\
&2\, T_{11}\left(0.0333 \,.\, c^2 + \frac{I}{\Omega}\, 52.6216\right) + T_{10}\, 0.2087 \,.\, c^2 - \mathbf{0.2483} \,.\, p\, c^3 = 0
\end{aligned}\right\} \quad \ldots (14)$$

i quali sistemi di equazioni non differiscono che nei coefficienti numerici dei termini noti.

Mediante queste equazioni, quando si sia fissato a priori, per falsa posizione, un conveniente valore per $\frac{I}{\Omega}$, il che non sarà cosa difficile in ogni singolo caso, potremo determinarci le cinque tensioni incognite T_1, T_4, T_7, T_{10}, T_{11}. Quindi le relazioni (1) della statica ci daranno tutte le altre. E avremo così determinato tutte indistintamente le forze interne ed esterne che sollecitano ogni singola membratura del sistema, e potremo così calcolare, per mezzo delle precedenti tabelle, i momenti di flessione M e le pressioni normali P che si verificano nelle diverse sezioni del puntone.

Applicando allora le equazioni di stabilità per il puntone:

$$\left.\begin{aligned}
R_1 &= \frac{P}{\Omega} + \frac{v'}{I}\, M \text{ (intrados)} \\
R_2 &= \frac{P}{\Omega} - \frac{v}{I}\, M \text{ (estrados)}
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (15)$$

in cui v' e v sono le distanze delle fibre più faticate dall'asse neutro nelle sezioni del puntone all'intradosso e all'estradosso, si potranno determinare o le condizioni di stabilità per una sezione scelta a priori, o viceversa le dimensioni di questa quando sia prefissato un valore per R.

Per la catena, i tiranti e le saette, che sono soggetti soltanto a sforzi assiali, varrà la formula:

$$R = \frac{T}{\omega} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Questo procedimento rigoroso, anche applicato col sussidio delle formule generali che abbiamo trovato, è molto laborioso. Nella maggior parte dei casi che occorrono nella pratica sarà possibile giungere a risultati su cui si possa far assegnamento seguendo il seguente:

PROCEDIMENTO SPEDITIVO APPROSSIMATO.

Abitualmente il puntone delle incavallature inglesi suole farsi con due ferri d'angolo, giustapposti come nella figura, perchè tale disposizione, quantunque poco economica, si presta molto bene per gli attacchi delle membrature. In questi casi il valore di $\frac{I}{\Omega}$ diventa evidentemente molto piccolo, e i termini affetti da questo coefficiente nell'espressione del lavoro riescono di un ordine di grandezza trascurabile di fronte agli altri; perciò per una prima approssimazione, che il più delle volte sarà sufficiente, si può supporre nullo l' $\frac{I}{\Omega}$ nell'espressione del lavoro e nelle equazioni (13) e (14), le quali diventano allora:

$$\left.\begin{array}{l}
2\times 0.0133T_1 + 0.0133T_4 - \overset{0.0775}{0.0790} \cdot pc = 0 \\
2\times 0.0533T_4 + 0.0133T_1 + 0.0400T_7 - \overset{0.2803}{0.2833} \cdot pc = 0 \\
2\times 0.01200T_7 + 0.0400T_4 + 0.0800T_{10} - \overset{0.5545}{0.5590} \cdot pc = 0 \\
2\times 0.5133T_{10} + 0.0800T_7 + 0.2087T_{11} - \overset{1.3983}{1.4080} \cdot pc = 0 \\
2\times 0.0333T_{11} + 0.2087T_{10} - \overset{0.2467}{0.2483} \cdot pc = 0
\end{array}\right\} \quad (17)$$

nelle quali si avrà a scegliere, per il termine noto in pc, il coefficiente numerico superiore se si tratta del caso dei pesi concentrati, e quello inferiore nel caso dei pesi diffusi.

Con queste, con le equazioni (1) e con le tabelle dei momenti e delle pressioni normali si ricavano tutti gli elementi T, P, M che ci occorrono per sostituire nelle equazioni di stabilità (15) e (16), espressi unicamente in funzione di p e di c, e ciò, come si è visto, tanto per il caso dei pesi diffusi quanto in quello dei pesi concentrati.

Però, nel caso dei pesi concentrati nei nodi, sarà meglio conveniente, anzichè alle equazioni (17), che sono di risoluzione abbastanza laboriosa, ricorrere ad un altro sistema di equazioni dedotte dalle considerazioni seguenti:

Supporre $\frac{I}{\Omega} = 0$, equivale ad annullare i termini contenenti ΣP^2 e ΣT^2 nella formola (3), espressione del lavoro di deformazione, il quale quindi si riduce a ΣM^2. Ora ΣM^2 è una somma di quadrati, cioè di quantità essenzialmente positive. Rendere dunque ΣM^2 minimo, equivale a fare $\Sigma M^2 = o$, il che implica l'equazione di condizione:

$$M_0 = M_1 = M_2 = \ldots\ldots M_{10} = 0.$$

E allora dalla tabella dei momenti, colonna prima, deducesi il seguente sistema di equazioni:

$$\left.\begin{array}{l}
M_1 = M_2 = \frac{1}{20} c.T_1 - \frac{18}{400}\sqrt{5}\, pc^2 = 0 \\
M_3 = M_4 = \frac{4}{20} c.T_4 - \frac{64}{400}\sqrt{5}\, pc^2 = 0 \\
M_5 = M_6 = \frac{6}{20} c.T_7 - \frac{84}{400}\sqrt{5}\, pc^2 = 0 \\
M_7 = M_8 = \frac{8}{20} c.T_{10} - \frac{96}{400}\sqrt{5}\, pc^2 = 0 \\
M_9 = M_{10} = \frac{10}{20} c.T_{10} - \frac{100}{400}\sqrt{5}\, pc^2 + \frac{2}{4}\frac{\sqrt{5}}{5} c\, T_{11} = 0
\end{array}\right\} \quad (18)$$

Il quale sistema è assai più semplice che non quello delle equazioni (17), e, mentre esprime le identiche condizioni, serve a darci immediatamente i valori di T_1, T_4, T_7, T_{10}, T_{11} per il caso considerato dei pesi concentrati.

Convien qui subito notare che un procedimento analogo non sarebbe conveniente seguire per il caso dei pesi diffusi, perchè allora, stante la forma speciale che, come risulta dalla tabella, colonna seconda, ha l'espressione del momento M_1 rispetto ad M_2, M_4 rispetto ad M_5... M_9 rispetto ad M_{10}, ne verrebbe che T_1 avrebbe due valori diversi, secondochè lo si deduce da $M_1 = 0$ o da $M_2 = 0$; due valori diversi pure avrebbe T_4 da $M_3 = 0$ o $M_4 = 0$, e così per T_7, T_{10}, T_{11}. Per cui, non sapendosi per questa via quali valori scegliere come meglio approssimati, è più prudente, nel caso speciale, ricorrere alle equazioni (17), le quali non lasciano dubbio, e dànno per le incognite valori intermedi a quelli che si dedurrebbero dalle condizioni $M_1 = 0$, $M_2 = 0$....

Ciò premesso, usando dunque le equazioni (18) ed (1) per il caso dei pesi concentrati, e le equazioni (17) ed (1) per il caso dei pesi diffusi, si deducono gli elementi raccolti nel seguente prospetto, i quali sono tutti ed unicamente espressi in funzione di p e di c.

Tensioni			Momenti			Pressioni massime		
T	Pesi concentrati	Pesi diffusi	M	Pesi concentrati	Pesi diffusi	P	Pesi concentrati	Pesi diffusi
T_1	$+2.0125 \times pc$	$+2.0659 \times pc$	M_0	0,00	0,00	P_0	$2.2500 \times pc$	$2.3478 \times pc$
T_2	$-0.2500 \times pc$	$-0.2883 \times pc$	M_1	0,00	$-0.002918 \times pc^2$	P_1	id.	$2.2978 \times pc$
T_3	$+0.1118 \times pc$	$+0.1290 \times pc$	M_2	0,00	$+0.005344 \times pc^2$	P_2	id.	$2.2478 \times pc$
T_4	$+1.7888 \times pc$	$+1.8080 \times pc$	M_3	0,00	$-0.001004 \times pc^2$	P_3	$2.0000 \times pc$	$2.0248 \times pc$
T_5	$-0.3162 \times pc$	$-0.3264 \times pc$	M_4	0,00	$+0.003829 \times pc^2$	P_4	id.	$1.9748 \times pc$
T_6	$+0.2236 \times pc$	$+0.2308 \times pc$	M_5	0,00	$-0.001883 \times pc^2$	P_5	$1.7500 \times pc$	$1.7639 \times pc$
T_7	$+1.5652 \times pc$	$+1.5772 \times pc$	M_6	0,00	$+0.003585 \times pc^2$	P_6	id.	$1.7139 \times pc$
T_8	$-0.4031 \times pc$	$-0.4062 \times pc$	M_7	0,00	$-0.001745 \times pc^2$	P_7	$1.5000 \times pc$	$1.5103 \times pc$
T_9	$+0.3354 \times pc$	$+0.3380 \times pc$	M_8	0,00	$+0.004104 \times pc^2$	P_8	id.	$1.4603 \times pc$
T_{10}	$+1.3416 \times pc$	$+1.3519 \times pc$	M_9	0,00	$-0.001879 \times pc^2$	P_9	$1.2500 \times pc$	$1.2592 \times pc$
T_{11}	$-0.5000 \times pc$	$-0.5081 \times pc$	M_{10}	0,00	$+0.003318 \times pc^2$	P_{10}	id.	$1.2092 \times pc$
T_{12}	$+0.8944 \times pc$	$+0.9090 \times pc$						

Troviamo così in questa tabella, determinati direttamente con formule semplicissime, le forze e i momenti che sollecitano le singole membrature del sistema. Non resta quindi che a sostituire questi elementi nelle equazioni di stabilità.

Per il puntone a cui si assegnerà, naturalmente, una sezione costante, bisognerà cercare la sezione pericolosa, la sezione cioè in cui $R = \frac{P}{\Omega} \pm \frac{v}{I} M$ è massimo.

Dall'ispezione della tabella apparisce che il massimo valore di R si verifica:

Nel caso dei pesi concentrati, nelle tre prime sezioni 0, 1, 2 viciniori all'imposta dove la pressione normale ha il suo massimo $P_0 = P_1 = P_2 = 2.2500 \times p\,c$, e dove, come succede in tutto il puntone, in questo caso per effetto dell'ipotesi $\frac{I}{\Omega} = 0$, il momento è nullo; e allora l'equazione di stabilità diventa:

$$R = 2.2500 \frac{p\,c}{\Omega} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

Nel caso dei pesi diffusi, il massimo di R si verifica nella sezione 2 all'intradosso, dove il momento è massimo e positivo e la pressione normale conserva un valore molto prossimo al massimo; e così l'equazione di stabilità diventa:

$$R = 2.2478 \frac{p\,c}{\Omega} + 0.005344 \,.\, p\,c^2 \frac{v}{I} \quad \ldots \quad (20)$$

Per le altre membrature, che si sogliono distinguere in tre categorie, catena, saette e tiranti inclinati, e tirante mediano, vale l'equazione $R = \frac{T}{\Omega}$ (21), in cui a T si sostituisca successivamente la massima fra le tensioni che si verificano nei diversi tratti della catena, cioè la T_1, la massima fra le tensioni o pressioni che si producono nelle saette e tiranti inclinati, cioè la T_{11}, e la tensione vera e propria del tirante mediano, la T_{12}.

Dalla (19) è possibile ricavare subito l'Ω che si deve assegnare al puntone. Non così dalla (20), dove in causa del secondo termine contenente il $\frac{v}{I}$, che è il reciproco del momento di resistenza della sezione Ω, non è possibile determinare subito e direttamente le dimensioni della sezione cercata.

Però in questo secondo caso, che si verifica nell'ipotesi dei pesi diffusi, si ha modo di arrivare ad una formula che dia immediatamente l'Ω, quando si stabilisca a priori una relazione conosciuta tra le diverse dimensioni della sezione dei due ferri d'angolo formanti il puntone. Se, ad esempio, si suppone, come avviene spesso nella pratica, che i ferri stessi siano ad alette uguali ed abbiano spessezza pari al decimo della lunghezza dell'aletta, seguirà che gli elementi geometrici della sezione si possono esprimere tutti in funzione della spessezza ε del ferro; e in tal modo le variabili I, Ω, v e v si ridurranno ad una sola, e per il caso della sezione del nostro puntone si avrà:

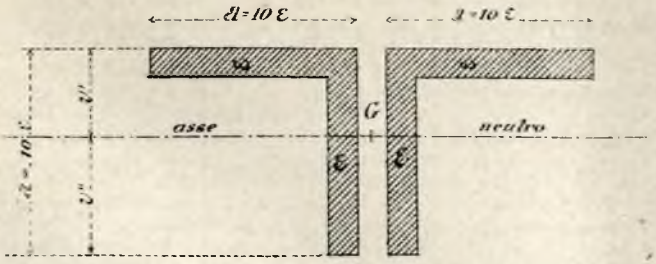


Fig. 25.

$$\left.\begin{array}{llll} I = 360.0088 \times \varepsilon^4 & & \frac{I}{\Omega} = 9.4740 \times \varepsilon^2 \\ \Omega = 38.0000 \times \varepsilon^2 & & \\ v' = \frac{109}{38} \times \varepsilon & & v'' = \frac{271}{38} \times \varepsilon \\ \frac{v'}{I} = 0.0079675 \times \frac{1}{\varepsilon^3} & & \frac{v''}{I} = 0.0198090 \times \frac{1}{\varepsilon^3} \end{array}\right\} \ldots (22)$$

espressioni che possono tornare utili assai anche per i tentativi che occorre di fare con il procedimento rigoroso.

Riassumendo adunque, possiamo dedurre le seguenti:

FORMULE PRATICHE SPEDITIVE

che servono a dare immediatamente le dimensioni di resistenza da assegnarsi alle diverse membrature dell'incavallatura a quattro saette, tipo inglese, che abbiamo studiato:

A. — *Ipotesi dei pesi concentrati.*

Basterà nelle formule (19) e (21) sostituire a P e a T i valori convenienti registrati nell'ultima tabella e si avrà:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Puntone} & \Omega = \frac{P_m}{R} = 2.2500 \frac{p\,c}{R} \\ \text{Catena} & \omega_1 = \frac{T_1}{R} = 2.0125 \frac{p\,c}{R} \\ \text{Saette e tiranti} & \omega_{11} = \frac{T_{11}}{R} = 0.5000 \frac{p\,c}{R} \\ \text{Tirante mediano} & \omega_{12} = \frac{T_{12}}{R} = 0.8944 \frac{p\,c}{R} \end{array}\right\} \ldots (23)$$

B. — *Ipotesi dei pesi diffusi.*

Se nella (20) a $\frac{v}{I}$ sostituiamo il $\frac{v''}{I}$ e l'Ω, dati dalle (22), e se nella (21) diamo a T i valori convenienti dati dalla tabella per i pesi diffusi, e facciamo quindi le convenienti riduzioni, troveremo:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Puntone} & \varepsilon^3 - 0.059153(\varepsilon + 0.00179.c)\frac{pc}{R} = 0, \Omega = 38 \times \varepsilon^2 \\ \text{Catena} & \omega_1 = \frac{T_1}{R} = 2.0659 \frac{p\,c}{R} \\ \text{Saette e tiranti} & \omega_{11} = \frac{T_{11}}{R} = 0.5081 \frac{p\,c}{R} \\ \text{Tirante mediano} & \omega_{12} = \frac{T_{12}}{R} = 0.9090 \frac{p\,c}{R} \end{array}\right\} (24)$$

AVVERTENZE.

1° Le formule (24) conducono in generale a risultati che hanno una grandissima approssimazione con quelli che si possono ricavare dal procedimento rigoroso; sono in massima favorevoli alla stabilità, favorevoli inquantochè le tensioni e le pressioni normali calcolate col metodo speditivo riescono alquanto superiori a quelle vere date dal calcolo rigoroso. L'ordine di grandezza nella differenza massima dei risultati è questo: Fissate a priori le dimensioni di resistenza, se col procedimento rigoroso si trova che il metallo lavora, ad esempio, a Kg. 5 per mmq., col processo speditivo si trova invece uno sforzo di Kg. 5.25 circa, cioè il 5 0[0 in più. Hassi dunque a ritenere che, nei casi ordinari della pratica, e per l'ipotesi dei pesi diffusi, le formule (24) si possono adottare con piena fiducia.

2° Invece nel caso dei pesi concentrati è meno grande l'approssimazione dei risultati forniti dalle formule (23) rispetto a quelli del metodo esatto, ma ciò nel puntone soltanto. Ciò proviene da che l'ipotesi $\frac{I}{\Omega} = 0$, base del processo speditivo, annulla, nel caso dei pesi concentrati, tutti i momenti M, e quindi ritiene che il puntone sia soggetto soltanto agli sforzi assiali P. Ora i momenti M, quantunque piccolissimi, non sono mai nulli, e nella formula della stabilità $R = \frac{P}{\Omega} \pm \frac{v}{I} M$ hanno ancor sempre un'importanza di qualche rilievo, perchè $\frac{v}{I}$ ha sempre valore molto forte.

Ciò fa sì che l'R_m della sezione pericolosa accusato dal processo speditivo è in generale minore, nella proporzione del 30 0|0, di quello dato dal processo rigoroso. Ma siccome questa proporzionalità si può ritenere come una costante per i casi normali della pratica, sarà facile correggere il conseguente difetto di approssimazione con l'assegnare ad R, nella prima delle formule (23), un valore che sia del 30 0|0 circa inferiore a quello che in realtà si vuole abbia poi a verificarsi nel puntone dell'incavallatura. Se quindi in detta formula, trattandosi di ferro, noi supponiamo, ad es., R = 5 chilogrammi per mmq., troveremo dimensioni di resistenza tali che metteranno il ferro in condizione di lavorare in realtà a Kg. 7, il che è uno stato di cose perfettamente accettabile.

Ciò per il puntone. Per le altre membrature invece l'approssimazione che si può ottenere con le tre ultime della (23) è notevolmente superiore, e dello stesso ordine di grandezza di quella che abbiamo visto aversi con le (24).

Hassi dunque a conchiudere che anche le formule (23) possonsi impiegare con piena fiducia con la sola avvertenza di assumere per R nell'equazione del puntone un valore che sia del 30 0|0 circa inferiore a quello che vuolsi avere in realtà.

3° Chi paragoni i risultati che il calcolo, tanto quello rigoroso quanto quello approssimato, dà nelle due ipotesi studiate dei pesi concentrati e dei pesi diffusi, troverà sempre che, a parità di carico totale gravitante sul sistema, il faticamento del sistema stesso è minore col primo che col secondo modo di distribuzione, perchè col primo sono sempre minori le tensioni nei tiranti esatte, minori le pressioni normali e minori segnatamente i momenti nel puntone, i quali anzi sono poco meno che nulli coi pesi concentrati. La ragione di questo fatto è ovvia; essa è identica a quella per la quale una trave, caricata di pesi e sostenuta da due appoggi, potrà avere dimensioni di resistenza tanto minori quanto più i pesi sono applicati in punti prossimi agli appoggi.

Perciò tutte le volte che il genere di soprastruttura da adottarsi lo permetterà, sarà conveniente disporre le cose in modo che i carichi siano concentrati nei nodi, anzichè diffusi sulla lunghezza del puntone. Si realizzerà un'economia nelle dimensioni di resistenza, e quindi nella quantità di materiali da impiegarsi, economia che se è molto modesta (non superiore al 4 0|0) per le membrature sottoposte soltanto a sforzi assiali, assume notevole importanza (oltre al 33 0|0) per il puntone che è soggetto altresì a flessione.

4° Determinata la sezione ω_{11} da assegnarsi alle saette e tiranti che sono soggetti soltanto a sforzi assiali, converrà per le saette, faticate a pressione, fare la verifica di stabilità, col noto metodo, considerandole come solidi caricati di punta, e quindi aumentare, se sarà il caso, in proporzione conveniente la sezione già trovata. (*Continua*).

CRONACA

La trasmissione elettrica della forza e il suo significato per l'avvenire dell'industria italiana. — Con questo titolo, l'onorevole professore Colombo, svolgeva il 20 scorso aprile al Circolo filologico di Milano una brillante conferenza, che alcuni giornali locali, e tra questi *L'Industria*, hanno riprodotto nella sua integrità e che noi qui riproduciamo solamente nella sua sostanza tecnica, vuoi per ristrettezza di spazio, e per l'indole dei lettori di questo periodico, vuoi più essenzialmente, perchè, se ci è facile assai di trovarci d'accordo coll'esimio conferenziere nel campo tecnico, non è più così nel campo economico e politico. E per verità, quando leggiamo che, per lungo periodo di tempo, noi italiani siamo stati alla testa del mondo così per l'arte, come per le industrie ed i commerci; ma che il nostro primato è da molto tempo scaduto «nè l'unità politica, per diverse circostanze, è riuscita ad attuare ciò che nel campo economico sembrava promettere» non ci è possibile trattenerci dal dichiarare soverchiamente pessimista, per non dire grandemente ingiusta, una così assoluta sentenza. Anche nel campo economico si è lottato e si lotta, e si vanno compiendo miracoli. Le somme ingenti che abbiamo spese e nelle ferrovie, e nei lavori marittimi, e nei risanamenti delle città, e negl'impianti per le nuove industrie provano che, sebbene bambini, si ottennero risultati da giganti. E si sono ottenuti a malgrado delle più avverse circostanze, come la pace armata, le velleità africane, le fallanze nei prodotti del suolo, le maggiori esigenze della vita operaia secondo il portato della civiltà e malgrado la disperata guerra d'invidia d'una grande nazione a noi vicina.

Siamo adunque ragionevoli, commisuriamo gli effetti alla grandezza delle forze di cui disponiamo, nè pretendasi ai giorni nostri di vedere sorgere la ricchezza ed il primato di un paese in modo subitaneo e quasi per effetto sovranaturale, mentre la scienza e l'esperienza ne insegnano che non possiamo fare a fidanza che sullo sviluppo razionale e sulla continuità delle sole forze naturali. Sono appena trent'anni che l'Italia è risorta a libertà dopo tanti secoli di servaggio; ma che sono mai trent'anni nella vita d'una nazione? nella storia di un popolo? Sono uno spazio di tempo appena percettibile. E così pure la deve pensare l'onorevole Colombo, poichè il titolo e l'argomento della sua conferenza riguardano appunto l'importanza che, fra due o tre secoli, avrà per l'industria italiana la trasmissione elettrica della forza, allorquando l'Inghilterra, la Francia, il Belgio e la Germania avranno esaurite le loro ricche miniere di carbone.

« L'industria moderna, dice il Colombo, riposa pressochè tutta sull'impiego dei combustibili, anzi sul carbon foosile, perchè le foreste, sfruttate senza riguardo, non ci offrono più che un combustibile di lusso. Sono 450 milioni di tonnellate che rappresentano attualmente il consumo annuo di carbone fossile in tutto il mondo; la sola Italia ne importa 4 milioni di tonnellate, del valore di 120 milioni ». Ora si sa che le immense riserve di carbone, seppellite sotto terra dalla natura, per quanto apparissero inesauribili, avranno durata limitata. La Commissione inglese, presieduta dal duca di Argyll, calcolò fin dal 1871 che i giacimenti inglesi non contengono più di 146 mila milioni di tonnellate di carbone utilizzabile, e ne dedusse che ammettendo un aumento di produzione di 3 milioni di tonnellate all'anno, come si verifica in fatto, i 146 milioni di tonnellate non avrebbero durato più di 276 anni. Studi più recenti, intrapresi dal signor Hall, ispettore delle miniere, riducono questa durata probabile a 200 anni.

Le riserve francesi di carbon fossile, valutate 18 mila milioni di tonnellate, non sembra che possano neppur esse durare più di 250 anni. Nè in condizioni molto migliori si trovano il Belgio e la Germania.

Ma la iattura per queste nazioni non sarebbe così grave come per l'Inghilterra, la cui prosperità riposa tutta sul carbone, la cui popolazione per la risorsa del carbone è andata successivamente aumentando da 30 a 250 abitanti per chilometro quadrato. L'aumento di popolazione ha prodotto la necessità d'importare gran parte dei mezzi di sussistenza, il cui costo è quindi andato crescendo fino a raggiungere la media di quasi L. 350 per testa all'anno. Ora, cessando la risorsa del carbone, domanda il prof. Colombo, che cosa avverrà di questa grande popolazione? Non è egli probabile che cominci un'êra di spopolamento finchè la densità della popolazione ritorni quella che era prima del periodo di prosperità? Non è avvenuto lo stesso per la Grecia, per Roma, per la Spagna, dopo i loro brillanti periodi storici?

« Non si deve credere però, soggiunge il Colombo, che esauriti i giacimenti europei, il mondo rimanga privo di carbone. C'è nel sottosuolo degli Stati Uniti una estensione di giacimenti valutata a mezzo milione di chilometri quadrati, che potrebbe bastare per 11 mila anni a supplire ai bisogni dell'industria mondiale, se questa si accontentasse dei 450 milioni annui di tonnellate che consuma oggi, oppure per due o tre mila anni se il consumo andasse crescendo. Ci sono i giacimenti ancora inesplorati della China che alcuni valutano dell'estensione di un milione di chilometri quadrati. Ma non bisogna dimenticare che l'importazione in Europa del prodotto di queste immense riserve renderebbe il carbone, in causa dei trasporti, una merce estremamente preziosa. Certo esse assicurano agli Stati Uniti un lungo e prospero avvenire; e quanto alla China è possibile che questo paese, e per le sue riserve di carbone, e per la sua innumerevole popolazione, sia destinato un giorno a soverchiare colla sua potenza economica e militare la vecchia Europa, stremata di forze, impoverita e deserta. Ma una cosa intanto è sicura, o almeno grandemente probabile: ed è che l'Europa, fra due o tre secoli, si troverà ridotta in condizioni assai precarie per l'esaurimento delle sue miniere ».

La prospettiva è poco lieta, ma non dobbiamo spaventarci se venissimo un giorno a difettare di combustibili.

E qui l'egregio conferenziere, dopo avere brevemente accennato che dove c'è un fluido in moto, ivi possiamo raccoglierne forza per applicarla a tutti gli usi ai quali applichiamo ora la macchina a vapore, dopo avere accennato alla forza del vento, la cui importanza non sarà mai grande, ed a quella delle maree, le quali potrebbero rappresentare una forza formidabile, semprecchè si arrivi ad un modo pratico di utilizzarle, viene a parlare di ciò che egli chiama il più grande problema della meccanica moderna, ossia della necessità di poter trasportare economicamente la forza idraulica dalle regioni montuose, ove è più facile raccoglierla, là ove ora domina sovrana la macchina a vapore.

Le soluzioni prima d'ora tentate, come l'impiego dell'aria compressa, o dell'acqua in pressione, o delle funi metalliche, non permetteranno mai di varcare le distanze che dividono le cadute montane dai centri ove la forza, la luce, ed il calore si dovrebbero distribuire.

La sola elettricità, la quale da principio pareva confinata al solo compito di trasmettere il pensiero, che non tardò a dimostrarsi atta a distribuire la luce, inspirò la speranza di potersene servire per trasmettere la forza a una distanza qualsiasi e con un rendimento che è limitato soltanto da considerazioni di spesa. E poichè è qui che sta veramente

il nodo del problema, ecco quel che in proposito ne dice il chiarissimo professore Colombo.

L'energia elettrica che circola nel filo metallico, e che noi possiamo trasformare a volontà in luce, o in calore, o in forza meccanica, è proporzionale a due fattori: la intensità e la tensione della corrente. A parità di energia trasmessa, quanto più è elevata la tensione, tanto più piccola riesce l'intensità; e siccome la sezione del filo conduttore deve essere proporzionata all'intensità, più alta sarà la tensione e più piccola diventerà la sezione, più piccolo il peso, più piccolo il costo del filo conduttore. Volendo portare a grandissima distanza l'energia elettrica, non abbiamo che a dare alla corrente la più alta tensione possibile per ridurre sempre più il costo della condottura a parità di perdita. Vedesi adunque come la questione economica, cioè a dire la distanza alla quale si può economicamente trasportare la forza, dipende unicamente dal grado di tensione che si può dare alla corrente.

Ora non si può elevare indefinitamente il limite di questa tensione. Innanzi tutto c'è la questione del pericolo connesso colle alte tensioni. Una tensione di qualche centinaio di Volt è affatto innocua; si possono toccare senza pericolo i conduttori di tale corrente; ma quando la tensione oltrepassa alcune centinaia di Volt, allora può diventare mortale. Pure questo non sarebbe ancora un grave ostacolo; perchè basta isolare perfettamente i conduttori, o metterli sotto terra, per scongiurare qualunque pericolo.

Ma se la tensione è molto alta, allora la corrente tende a disperdersi con tanto maggior facilità, quanto più debole è l'isolamento del conduttore; precisamente come l'acqua che a pressione assai grande si trovasse in un tubo non abbastanza resistente, o coi giunti mal fatti.

« Questo è il vero e più grande ostacolo che presenta l'impiego di altissime tensioni. Ad Alzano, dove fu fatto recentemente un impianto per trasmissione di forza e di luce, utilizzando una forza d'acqua a tre chilometri di distanza, si è adottata una tensione di 2000 Volt, più che sufficiente in questo caso, e che non offre nessuna difficoltà di isolamento; tensioni di 1500 a 2000 Volt sono impiegate anche in Milano per l'illuminazione elettrica pubblica senza alcun inconveniente. Fra Tivoli e Roma a 26 chilometri di distanza si sta impiantando la trasmissione di 1000 cavalli attinti alle celebri cascate, mediante una linea elettrica a 5000 Volt, e si ha sin d'ora la certezza che funzionerà perfettamente. Ma la linea elettrica fra Deptford e Londra impiantata da Ferranti, per l'illuminazione di Londra, la quale dovrebbe funzionare a 10,000 Volt, non ha dato ancora un risultato soddisfacente col sistema di conduttori adottato dapprima; nè si sa ancora se resisteranno i nuovi conduttori che si stanno apprestando ».

Come si vede, la questione delle altissime tensioni è ancora *sub judice;* e così pure non è ancora definito se conviene adottare in avvenire piuttosto una corrente alternativa, od una corrente continua.

« Ma intanto di questo possiamo esser certi: che tensioni di 5000 Volt sono possibili, e che non è tolta la speranza di elevarle ulteriormente; e che con questo limite di tensione si può ancora trasportare economicamente l'energia elettrica, per convertirla in luce, in calore e in forza, fino a 20, 25, 30 chilometri di distanza, con una perdita non superiore al 30 o 40 per cento della forza impartita alla macchina generatrice all'origine della linea, e con una spesa così limitata, da permettere ancora di far concorrenza, anche a quelle distanze, alla luce e alla forza ottenute col carbone ai prezzi attuali ».

Il prof. Colombo si dilunga a far vedere quali possano essere per l'Italia le conseguenze di queste nuove conquiste della elettrotecnica.

L'Italia importa ora 4 milioni di tonnellate di carbone dall'Inghilterra e dalla Germania; è un ben piccolo consumo in confronto di quello della Francia, per es.: che nel 1889 ne consumò 34 milioni di tonnellate (24 delle proprie miniere e 10 importate); ma pur rimanendo in questa modesta situazione, i 120 milioni che noi dobbiamo pagare all'estero ora per le nostre provviste di carbone, sono indubbiamente destinati a crescere coll'aumento del consumo, colle difficoltà sempre maggiori dell'estrazione, cogli scioperi, colla elevazione dei salari, colla minaccia di un non lontano esaurimento delle miniere europee. Ma noi siamo a' piedi delle Alpi, e possiamo disporre di forza idraulica ingente. E neppur gli Appennini mancano d'acqua. La sola cascata delle Marmore porta 90 mila cavalli. Il bacino del Po manda al mare un volume d'acqua che nelle magre ordinarie è di circa 800 metri cubi al secondo; quest'acqua proviene da tutte le altitudini comprese fra i ghiacciai delle Alpi e il livello del mare; supponendo che soli 200 metri di tutta la caduta si possano utilizzare, si avrebbe una forza disponibile di 2 milioni di cavalli; mentre per aver una forza continua così ingente colle migliori macchine a vapore, bisognerebbe bruciare 15 milioni di tonnellate di carbone all'anno, del valore ai prezzi attuali di mezzo miliardo.

Epperciò l'applicazione dell'elettricità alla trasmissione della forza a grandi distanze è tale un fatto che, per dirla colle stesse parole dell'esimio conferenziere, « può mutare completamente la faccia del nostro paese, che può portarlo un giorno al rango delle nazioni più favorite per ricchezza di prodotti naturali e per potenza d'industria. Quando l'eccesso del costo del combustibile avrà portato un colpo fatale alle industrie che esso alimenta, quando l'esaurimento delle riserve di carbone avrà impoverito i paesi che esse hanno arricchito sinora, allora verrà il loro turno, anche per le Nazioni che hanno una grande ricchezza di acque correnti: e l'Italia che sta sotto alle Alpi, non sarà certo l'ultima a profittarne ».

G. S.

BIBLIOGRAFIA

La Cinematica applicata alle macchine, dell'ing. Domenico Tessari, prof. nel R. Museo Industriale. — Parte 1ª: *Premesse di Cinematica.* — Op. in 8° di pag. 133, con 145 figure dimostrative raccolte in 6 tavole. — Torino, 1890, E. Loescher. — Prezzo L. 6.

Il chiarissimo prof. Tessari, ha creduto opportuno di raccogliere in un breve trattato le nozioni principali di Cinematica teorica e di Cinematica applicata che si trovano sparse in pubblicazioni diverse, specialmente tedesche, e di coordinare da un punto di vista essenzialmente didattico nozioni da gran tempo note insieme ad altre recentissime, le quali ultime offrono nuovo e più largo campo alle indagini teoriche ed alle pratiche applicazioni. In questo lavoro riassuntivo il prof. Tessari ebbe più specialmente di guida la Cinematica del Burmester, di cui è stato finora pubblicato il solo 1° volume (*Lehrbuch der Kinematik*, 1 Band, Leipzig, 1888).

Anche il libro che annunziamo non sarebbe che incominciato, avendo l'A. creduto molto opportunamente di premettere quelle « nozioni più importanti di cinematica che verranno in seguito applicate ». E nemmeno tutte queste nozioni preliminari l'A. avrebbe per intanto pubblicato, ma solo i capitoli riguardanti il moto nel piano, rimanendo le analoghe nozioni del moto sulla sfera e nello spazio in generale. A tutto ciò farà poi sèguito la classificazione, la descrizione e lo studio di composizione e di forma degli organi meccanici e delle loro parti perchè rispondano in modo esatto e rigoroso alle leggi e condizioni della Cinematica.

Colla parte pubblicata non sarebbe quindi possibile formarsi fin d'ora un concetto dell'opera; ma ad ogni modo per gli studiosi di Cinematica sarà già di non lieve vantaggio il trovare in poco più di 100 pagine raccolte le proprietà cinematiche delle molteplici curve geometriche più conosciute, e tra queste la famiglia importantissima delle cicliche, a cui l'Autore dedica opportunamente tutto un capitolo. La recente scoperta di Bellermann della duplice generazione delle cicliche in generale offre occasione all'Autore di rilevare l'impropria denominazione di alcune di esse. Così, ad es., le denominazioni di « epicicloide allungata » e di « epicicloide accorciata » più non servono, perchè se in un modo di generazione una di queste curve è, ad es., allungata, nell'altro modo risulta accorciata; ed è meglio, dietro la loro forma stessa, dirle rispettivamente « nodate » ed « ondulate ».

Facciamo adunque voti che il chiarissimo professore Tessari dia prestamente alle stampe la fine delle *Premesse di Cinematica* e che vi faccia tener dietro la vera *Cinematica applicata.*

Di questa non abbiamo per ora che nel Capitolo di Introduzione un brevissimo cenno di *Classificazione* nuova per lo studio completo degli organi meccanici, che dicesi essenzialmente diversa dalle classificazioni di Willis e di Monge, che sono quelle state finora maggiormente adoperate dagli scrittori di questa materia.

« Colle precedenti classificazioni, dice il Tessari, si è costretti di interrompere continuamente la trattazione di un determinato gruppo di organi meccanici, perchè ve ne sono altri coi quali si ponno ottenere le medesime trasformazioni di moto ».

E fino ad un certo punto il Tessari non ha torto. I metodi di classificazione e le considerazioni che si ravvisano più razionali per l'ulteriore sviluppo di una scienza non sempre si prestano egualmente bene per insegnare i primi elementi della medesima. Chi comincia ad imparare ha bisogno di andare dal noto all'ignoto, dal facile al complesso, superando una difficoltà per volta, come chi prende a salire una montagna. Solamente quando si è arrivati alla sommità si è in grado di abbracciare e comprendere e trarre vantaggio dal cammino percorso. Pur troppo abbiamo teorici puri che non comprendono queste distinzioni e condannano o male indirizzano i maestri ai quali l'amore della scienza e la gloria di una carriera scientifica fanno perciò spesso dimenticare il dovere rigoroso di insegnanti.

Secondo la nuova classificazione che il Tessari promette d'adottare nel corso dell'opera, e che egli dice fondata sulla peculiare struttura degli organi meccanici, questi sarebbero distinti in sette gruppi: 1° Ingranaggi (barbara parola); 2° Eccentrici; 3° Viti; 4° Sistemi articolati; 5° Sistemi flessibili; 6° Sistemi fluidi; 7° Meccanismi composti.

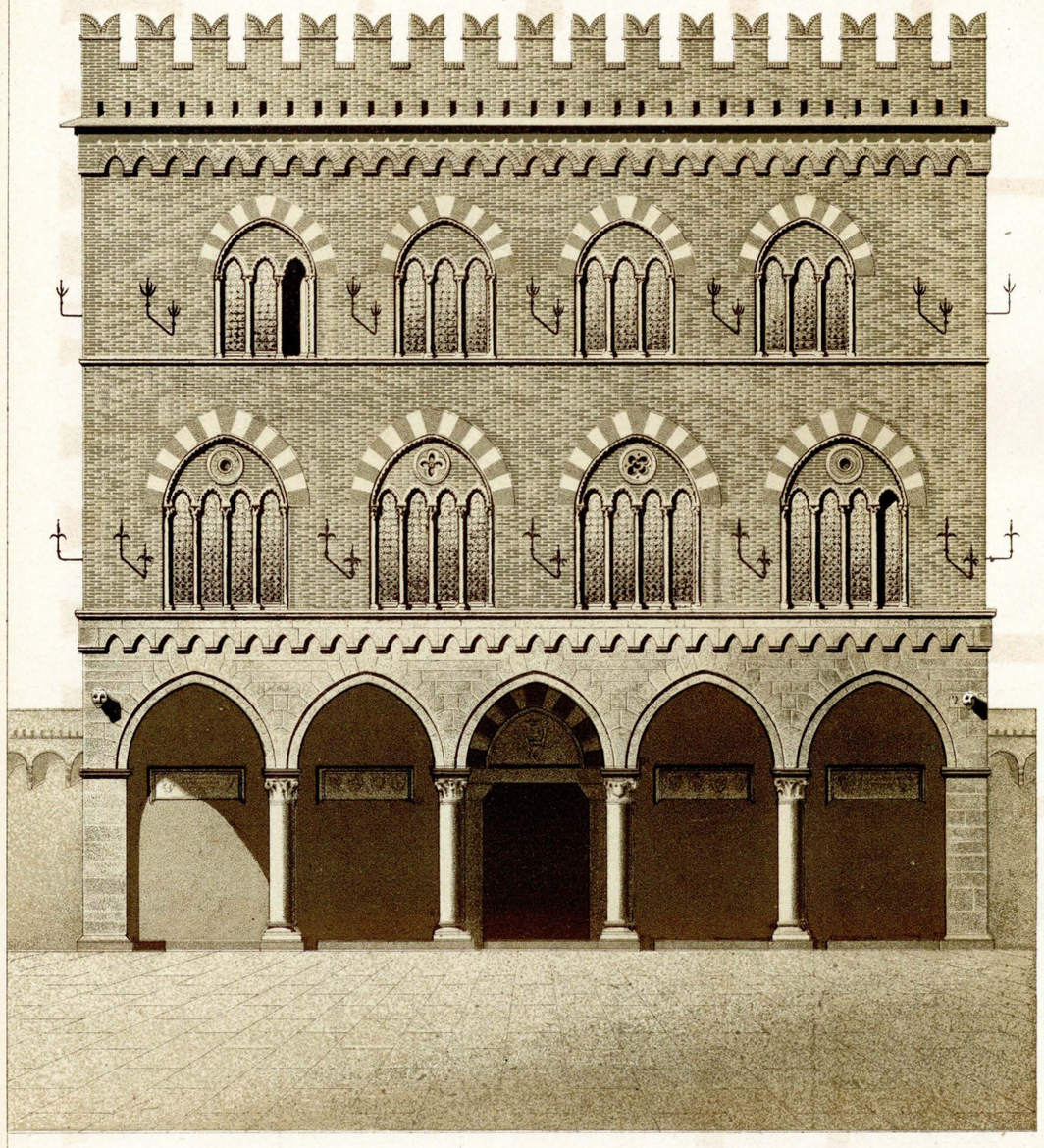
Senza volere entrare nel merito della nuova classificazione prima di vederla nei suoi risultati, è per lo meno ovvio il dubbio che la trattazione dei rotismi dentati debba precedere quella degli eccentrici. Finchè la costa di un dente, girando attorno ad un centro, spinge il fianco del dente di una ruota compagna, si è precisamente nell'identico caso teorico e pratico dell'eccentrico. E cesserà forse la sua identità solo perchè ad un tratto di eccentrico ne succede un altro, e poi un altro, ossia perchè si ha nella corona dei denti una successione di eccentrici?

G. Sacheri.

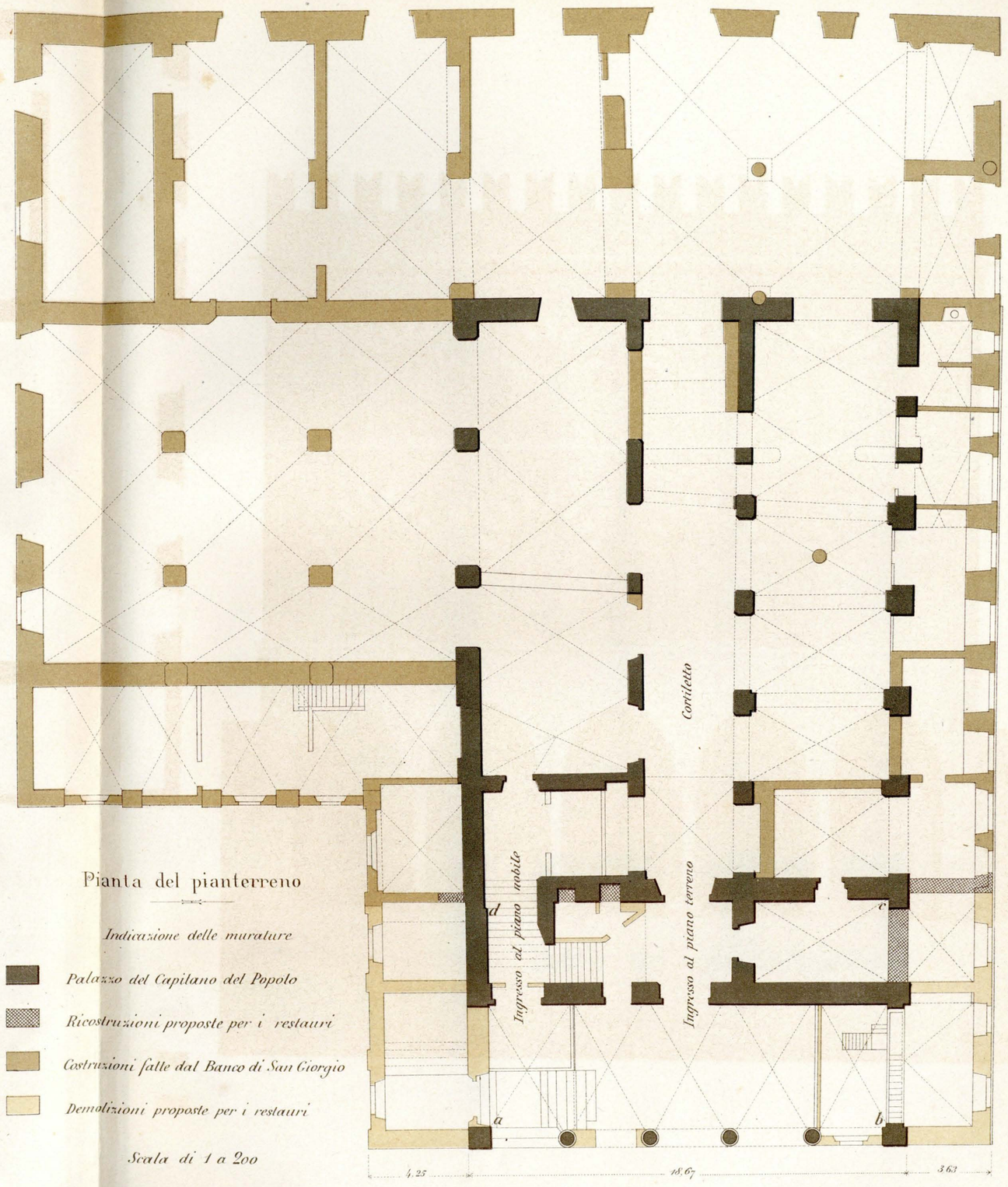
Giovanni Sacheri, *Direttore.* Tip. e Lit. Camilla e Bertolero, Editori. L. F. Camilla, *Gerente.*

Primitiva facciata del già palazzo del Capitano del popolo

Architettura del Secolo XIII



Scala di 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 Metri



Pianta del pianterreno

Indicazione delle murature

Palazzo del Capitano del Popolo

Ricostruzioni proposte per i restauri

Costruzioni fatte dal Banco di San Giorgio

Demolizioni proposte per i restauri

Scala di 1 a 200

Tip. Lit. Camilla e Bertolero.

RESTAURO DEL PALAZZO DELLE COMPERE DI S. GIORGIO IN GENOVA