

# L'INGEGNERIA CIVILE

B

## LE ARTI INDUSTRIALI

PERIODICO TECNICO MENSILE

Si discorre in fine del Fascicolo delle opere e degli opuscoli spediti franchi alla Direzione dai loro Autori od Editori.

### IDRAULICA PRATICA

#### DI ALCUNI FENOMENI DOVUTI ALLA RESISTENZA DEL FONDO E DELLE SPONDE NEL MOTO DELL'ACQUA IN CANALI REGOLARI

secondo le osservazioni dell'Ing. G. ZOPPI.

(Veggansi le Tav. X e XI).

Nel capitolo VII del volume 14° delle Memorie illustrative della Carta idrografica d'Italia, quella sui fiumi *Nera* e *Velino*, l'ing. G. Zoppi aveva fatto noti alcuni fenomeni verificatisi nelle molteplici misurazioni da lui fatte. Principali fra questi fenomeni quelli dovuti alla resistenza del fondo e delle sponde.

Egli aveva allora dimostrato come da tutte le esperienze da lui fatte risultasse il fenomeno, che il filo di maggior velocità in ogni singola verticale sta molto più basso in vicinanza delle sponde che non nel mezzo del corso acqueo. E riprendendo in esame le celebri esperienze di Darcy e Bazin e di altri idraulici, ne dedusse che il fenomeno risultava dimostrato anche in quelle esperienze, sebbene da quegli idraulici non fosse stato avvertito.

Epperò l'egregio sperimentatore così concludeva: « Allo stato delle cose crediamo di aver messo fuori di dubbio che la resistenza alla superficie è causata dalla resistenza al fondo e alle sponde, oltre la resistenza dell'aria tranquilla o del vento. Che nei corsi molto larghi la curva della profondità della massima velocità sta poco sotto alla superficie nelle verticali di mezzo, ma sta molto bassa in vicinanza delle sponde; che nei corsi d'acqua stretti e profondi la curva suddetta sta molto bassa anche nel mezzo della corrente, e, in certi casi, più bassa ancora che alle sponde; infine, che il profilo trasversale del pelo acqueo è una curva convessa quasi piana nel mezzo se il corso è largo e con curvature sentite alle sponde; quando queste si avvicinano, le due curvature sentite dalle sponde si riuniscono e tutto l'intero profilo ha curvature sentite ».

Ciò premesso, egli auguravasi di poter fare esperienze metodiche in appositi canali per meglio studiare le leggi di questi fenomeni, importanti per giungere alla soluzione del problema della determinazione della scala delle velocità nelle singole verticali d'un corso d'acqua.

Dopo il *Nera* e il *Velino*, ebbe a studiare il *Tevere*, sul quale furono fatte numerose misurazioni, il *Liri-Garigliano* ed il *Volturno*, ma in nessuno di questi lavori fu dato di avere canali regolari con pendenze uniformi, e nei quali fosse possibile far variare l'altezza dell'acqua in modo da poter determinare le leggi dei fenomeni sopra accennati.

Però tutte le misurazioni fatte in canali o tronchi di fiumi regolari gli dimostrarono sempre più la esattezza del fenomeno che in vicinanza delle sponde il filo di maggior velocità sta molto basso, e perciò in canali stretti e profondi

la curva della velocità massima sta tutta assai profonda, e talvolta sotto il mezzo delle singole verticali.

Ciò contraddice al principio fin qui stato ammesso dagli idraulici, soggiunge l'ing. Zoppi, che il filo acqueo più veloce (astrazione fatta per un momento della resistenza dell'aria) è quello che è più lontano dal fondo e dalle sponde.

Ed ora ha creduto utile (1) di insistere su questo punto, « perchè evidentemente le esperienze hanno dimostrato che nel fenomeno del moto dei liquidi, anche in canali regolari (nei quali dovrebbe verificarsi il moto uniforme), intervengono altri fenomeni dei quali gli idraulici, che vollero coll'analisi trovare quelle leggi, non hanno tenuto conto.

« Non è il caso qui di far l'esposizione di tutte le ipotesi state emesse a fondamento delle formole del movimento dei liquidi, pur limitandoci al moto uniforme: con quei principii si arriva a formole nelle quali è poi lasciato all'esperienza il determinare il valore dei coefficienti.

« Ma è certo che con nessuna di esse si arriva a formole che diano il massimo della velocità sotto alla superficie, quando la resistenza dell'aria è eliminata da vento soffiante da monte a valle, nè con nessuna di quelle formole si arriverebbe a trovare che la massima velocità può stare molto bassa in tutta la sezione (canali stretti ed alti) e che in ogni caso verso le sponde detto filo acqueo di massima velocità va abbassandosi sempre più col crescere dell'altezza delle sponde stesse.

« Ciò posto, dobbiamo ripetere l'augurio che esperienze metodiche sieno fatte, per verificare fenomeni che avvengono nel movimento dei liquidi e basare le ricerche analitiche su ipotesi che di detti fenomeni tengano conto.

« Non è colle nostre esperienze, generalmente fatte su corsi irregolari, che si potrà dedurre legge alcuna. Queste esperienze possono accusare il fenomeno, ma non mai studiarlo, e noi pensiamo che sarebbe grave errore il voler dedurre coll'analisi leggi da esperienze, sebbene numerosissime, pure fatte senza metodo, perchè il loro scopo era solamente quello di trovare la portata del corso misurato.

« Come sopra si è detto, le esperienze fatte sul *Tevere*, sul *Liri-Garigliano* e sul *Volturno*, hanno dimostrato l'esattezza delle deduzioni sui fenomeni accennati nel capitolo VII del *Nera e Velino*, e perciò conviene dirne qualche parola.

« Tralasciamo le esperienze fatte sul *Tevere*, poichè verrà la deduzione accertata quando saranno pubblicate; diremo piuttosto delle esperienze fatte sul *Canale Cavour* dagli ingegneri Pasini e Gioggi e pubblicate nel *Giornale del Genio civile*; esperienze state fatte in occasione dello studio del *Canale Emiliano*.

« Nel tratto ove furono fatte le misurazioni, il *Canale Cavour* presenta le sponde in muratura quasi verticali e il fondo in sabbia e ghiaia; la larghezza del Canale è al fondo di 20 metri. Furono fatte tre esperienze con altezze d'acqua

(1) *Carta Idrografica d'Italia*: VOLTURNO, SARNO, TUSCIANO (pagine 46 e seguenti). — Veggasi pure il cenno bibliografico nel fascicolo precedente.

rispettivamente di m. 1,84, di 2,12 e di 2,79. L'acqua camminava con grande regolarità, con velocità media sempre superiore ad un metro.

« In tutte e tre le esperienze la curva della massima velocità, nel mezzo del Canale, sta di pochi centimetri sotto la superficie; si osserva però il fenomeno che più l'acqua è profonda più aumenta la profondità del detto filo più veloce, nella verticale di mezzo.

« Ma ciò non può avere grande importanza, trattandosi di pochi centimetri. Risulta invece chiaro il fenomeno che la curva della velocità massima si abbassa avvicinandosi alle sponde, e in modo assai regolare ed uniforme dal mezzo verso le sponde.

« Nella prima esperienza con altezza d'acqua di m. 1,84 nella verticale distante m. 0,30 dalle sponde, il filo più veloce è a m. 0,75 di profondità, ossia circa ai quattro decimi dell'altezza della verticale.

« Nella seconda esperienza, sempre nella stessa verticale, è a m. 0,80 sotto la superficie, ossia ancora circa ai quattro decimi della verticale.

« Infine, nella terza esperienza, con altezza d'acqua di m. 2,79 il filo più veloce è a metri 1,25 circa dalla superficie, ossia a 4,4 decimi della verticale.

« Nelle otto misurazioni state fatte nel canale collettore del Fucino (fig. 1 e 2, tav. X) il fenomeno si manifesta costantemente; sgraziatamente, variando solamente da m. 0,76 a m. 1,30 l'altezza dell'acqua, non è stato possibile tentare di ricavare qualche legge, tanto più che, la velocità essendo debole, le variazioni si mantengono entro limiti assai ristretti.

« Il fenomeno appare assai manifesto nella misurazione del Molino di Ceprano (fig. 3), ove presso la sponda, alta m. 2 circa, il filo di maggior velocità sta sotto il mezzo della verticale.

« Così dicasi nella misura fatta sull'emissario del lago di Posta (fig. 4 e 5).

« Lo stesso può dirsi delle misurazioni rappresentate dalla figura 6; però qui, essendo le misurazioni state fatte sotto di un ponte, altri fenomeni possono verificarsi, dovuti al restringimento della sezione liquida. Possono al riguardo vedersi anche le figure 7 (tav. X) e 1 (tav. XI).

« Nelle misurazioni state eseguite sul Volturmo, il fenomeno apparisce chiaro in molte di esse.

« Così nella figura 6 della tavola XI è riportata la misurazione fatta sull'acquedotto del Serino; è un canale quasi rettangolare col fondo ad arco, l'altezza è circa metà della larghezza; la curva della velocità massima si mantiene quasi parallela alla superficie, ma ad un terzo ed anche più della profondità.

« Analoghe osservazioni possono esser fatte su altre misurazioni, quella, ad esempio, indicata nella fig. 7 (tav. XI), ma le più istruttive sono le quattro figure 8, 9, 10 e 11, riguardanti il canale di Sarno. Qui l'altezza dell'acqua è sempre maggiore della larghezza; la curva della massima velocità si mantiene sotto la metà della profondità nella figura 8 e un po' irregolare nella figura 9, è essa bassa nella figura 10 ed è circa alla metà della profondità nella figura 11.

« È degno di nota che, non ostante che nel canale Sarno la profondità sia molto maggiore rispetto alla larghezza che nell'acquedotto Marcio (vedi fig. 2, 3, 4 e 5), pure la curva della velocità, quantunque assai bassa, lo è meno che nelle esperienze dell'acquedotto Marcio. Ossia quell'influenza delle sponde che noi spiegavamo colla figura inserita a pagina 77 del citato volume *Nera e Velino*, si farebbe qui sentire in proporzioni minori. Due osservazioni occorre però fare: la prima, che il fondo del Canale di Sarno è assai più aspro, perchè coperto di sabbia e ghiaia, che non le pareti che sono

cementate, mentre nell'acquedotto Marcio anche il fondo è cementato. In secondo luogo, le velocità del Canale del Sarno sono limitate, inferiori sempre a 70 centimetri, mentre nell'acquedotto Marcio erano mediamente di 1 metro.

« In complesso pertanto, le misurazioni fatte sul Liri-Garigliano e sul Volturmo e Sarno hanno confermata l'esistenza dei fenomeni enunciati nel capitolo VII del *Nera e Velino* ».

## MACCHINE TERMICHE

### SUI PRINCIPI FONDAMENTALI DI TERMODINAMICA.

L'idea di rappresentare la trasformazione di stato di un corpo, prendendo per coordinate ortogonali l'entropia e la temperatura assoluta, si deve a Belpaire (*Bulletin de l'Académie Royale de Belgique*, 1872). Gibbs (1) (*On graphical methods in the Thermodynamik of fluids*), Linde (2) (*Theorie der Kälterzeugungs maschinen*), Hermann (3) (*Graphische Beh: der Wärmetheorie*) ed altri l'applicarono ulteriormente, gettando viva luce sulle questioni trattate, appunto perchè il diagramma così ottenuto ha il grande vantaggio di dare, integrato, le quantità totali di calore in gioco, mentre si presta allo studio di questioni non soltanto scientifiche ma pur anche tecniche. Zeuner, nell'ultima edizione della sua *Thermodynamik* (1887), lo costruisce sempre parallelamente al diagramma delle pressioni sui volumi, prendendo l'ascissa sotto forma di peso termico. Così Boulvin (4) nel suo *Cours de Mécanique appliquée aux machines*; Mollier (5) ha dedicato al *Wärmediagramm* una interessante monografia, ed io stesso lo usai in un precedente lavoro (6).

Lo scopo di questo breve scritto è di mostrare come esclusivamente mediante tale diagramma (detto pure diagramma entropico e del calore) ed il concetto del peso termico, si possano rendere evidenti o almeno spiegare più chiaramente che non sogliasi, i principi fondamentali della termodinamica; locchè sembrami di qualche interesse.

#### § 1. — Concetto del peso termico.

Il concetto fondamentale del nostro studio è quello del peso termico, che dobbiamo anzitutto chiarire.

Sia  $dQ$ , come di consueto, una quantità infinitesima di calore alla temperatura  $T$ ; essa equivale ad una quantità infinitesima di lavoro che espressa in unità di lavoro, si scrive:

$$\frac{dQ}{A}$$

Questo lavoro elementare posso eguagliarlo al prodotto di una forza, ad esempio, di un peso elementare per un cammino finito; così ponendo:

$$\frac{dQ}{A} = \left( \frac{dQ}{AT} \right) T$$

posso intendere con  $\frac{dQ}{AT}$  un peso elementare, ossia con

$\int \frac{dQ}{AT}$  un peso finito, e con  $T$  un cammino. Il peso  $\frac{dQ}{AT}$  cadendo uniformemente dall'altezza  $T$ , sviluppa il lavoro  $\frac{dQ}{A}$ , appunto come un peso elementare (ad esempio d'acqua)  $dG$  cadendo uniformemente dall'altezza  $H$  sviluppa il lavoro  $H dG$ .

Ora giova notare che istituendo un confronto tra la trasformazione di calore in lavoro e viceversa, mediante un ciclo termico, e lo sviluppo di lavoro (positivo o negativo) me-

(1) *Transactions of the Connecticut Academy*, 1873.

(2) *Verh. des Vereins zur Bef. des Gervervsl in Preussen*, 1875.

(3) *Zeitschrift des V. D. I.*, 1884.

(4) BERNARD. — Paris, 1893.

(5) Come a (2), 1893.

(6) Come a (2), *Theorie der Gasmachine*, 1895.

dante spostamento verticale di una massa, si trova che le funzioni rispettivamente assunte nel fenomeno termico da  $\frac{dQ}{AT}$  e T, sono assunte nel fenomeno di gravità da dG e H.

Tale stretta analogia, che come vedremo subito si presta a gettar viva luce sui principi fondamentali di termodinamica, condusse Zeuner a chiamare  $\frac{dQ}{AT}$  peso elementare del calore e quindi  $\int \frac{dQ}{AT}$  peso del calore o peso termico. Prima di lui,

Clausius aveva chiamato *entropia* la funzione  $\int \frac{dQ}{T}$  che esiste per tutti i corpi (1); l'entropia ed il peso termico rappresentano la stessa quantità misurata con unità diverse il cui rapporto è l'equivalente meccanico del calore A.

Nel concetto del peso termico, le temperature T ci rappresentano dunque delle altezze, le che possiamo chiarirci, immaginando un'attrazione termica di masse termiche, analoga all'attrazione Newtoniana di masse comuni; in essa le T rappresentano le distanze tra le superfici isoterme appunto come le altezze H rappresentano le distanze tra le superfici equipotenziali Newtoniane; ad ogni altezza H deve corrispondere un'altezza o livello termico T. Si noti che l'origine d'onde vengono contate queste altezze non ha importanza, poichè nei fenomeni che si studiano, esse compaiono sempre per differenza; questo nel fenomeno idraulico è il salto d'acqua o la caduta, nel fenomeno termico è il salto termico. Se però si volessero per le due misure, due origini corrispondenti, dovrebbe il centro della terra corrispondere allo zero assoluto, poichè il massimo lavoro potenziale di gravità ammissibile in una massa, è quello che svilupperebbe, cadendo uniformemente fino al centro della terra, appunto come il lavoro totale rappresentato da una quantità di calore è quello che svilupperebbe il relativo peso termico cadendo uniformemente fino al livello termico zero.

Queste due ipotesi, egualmente irrealizzabili, possono ritenersi corrispondenti.

Noi indicheremo (secondo Zeuner) con P il peso entropico, notando che qualora T sia costante, risulta:

$$P = \int \frac{dQ}{AT} = \frac{Q}{AT} + \text{cost.}$$

L'ipotesi rende anzitutto evidente il secondo principio fondamentale di Clausius, ossia che il calore non può passare *da solo* (senza applicazione di lavoro) da un corpo freddo ad un corpo caldo. Dopo quanto fu detto, è chiaro infatti che il peso termico non può sollevarsi *da solo*, cioè passare da un livello termico ad un altro più elevato; per tale passaggio è necessario un lavoro eguale al prodotto del peso termico da innalzarsi per l'innalzamento (differenza dei due livelli termici).

Viceversa riesce evidente che il calore può passare *da solo* da un corpo caldo ad un corpo freddo, giacchè il peso termico può cadere *da solo* da un livello termico ad un altro inferiore, senza richiedere, anzi sviluppando un lavoro. Lo sviluppo di lavoro in tutte le nostre motrici termiche è ottenuto provocando appunto una tale caduta, come vedremo meglio in seguito.

## § 2. — Apparecchio dimostrativo.

Onde ben chiarire i principi fondamentali, consideriamo l'apparecchio indicato dalla fig. 78.

A e B sono due pulegge folli d'egual diametro; l'inferiore B è imperniata al livello termico zero, la superiore A, disposta verticalmente sulla prima, è imperniata ad un livello termico elevato qualsiasi e spostabile. Sovra A e B è disposto un cingolo inestensibile, imponderabile, i cui due tratti portano fissati l'uno il recipiente M, l'altro il recipiente N; le pulegge possono ruotare in un senso o nell'altro attorno ai loro perni

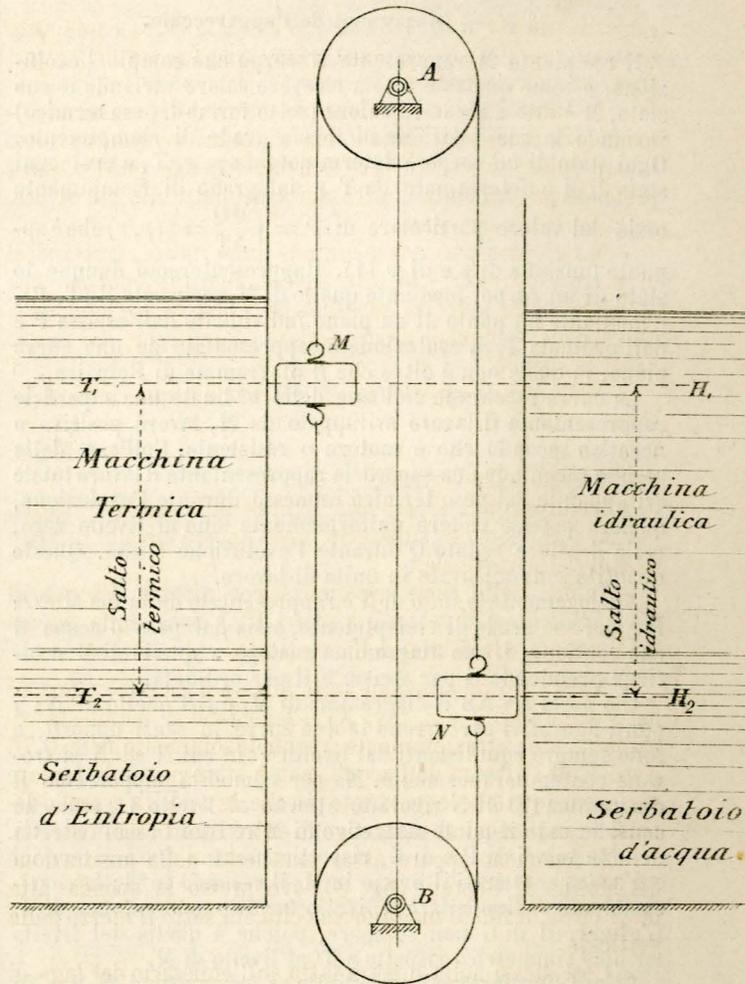


Fig. 78.

fissi, quindi i recipienti possono percorrere in doppio senso i rispettivi tratti verticali, spostandosi sempre di lunghezze eguali, ma di segno contrario.

Ciò premesso, data la funzione del peso termico, quale fu chiarita al paragrafo precedente, noi possiamo rappresentarcelo quale peso di una massa liquida, immaginando l'entropia quale liquido pesante soggetto alle leggi di gravità come altro liquido qualsiasi, ad esempio l'acqua. Supporremo un serbatoio d'entropia ed un serbatoio d'acqua, disposti come risulta in figura.

I recipienti M ed N sono costituiti di sostanze qualsiasi; da essi richiediamo solo che abbiano esattamente lo stesso peso, e che sieno atti il primo a contenere entropia, il secondo a contenere acqua. Essi possono essere più o meno riempiti, ma per ogni *grado di riempimento* contengono una determinata quantità di liquido pesante. I serbatoi abbiano grande estensione lungo i tratti di cingolo ed a qualsiasi livello (anche durante il moto) sieno possibili tra essi e recipienti, scambi reciproci d'acqua e d'entropia; come ciò possa avvenire in virtù di speciali permeabilità delle sostanze che li costituiscono, è per noi indifferente.

Nello studio dell'apparecchio in moto, trascureremo tutte le resistenze d'attrito, di rigidità, ecc.; e supporremo che esso possa muoversi soltanto uniformemente.

Se i pesi totali di M ed N sono in ogni istante esattamente eguali, l'apparecchio è in equilibrio dinamico, il moto è naturalmente uniforme ed è *reversibile*, giacchè può avvenire indifferente in un senso o nell'altro.

Vedremo più avanti, al § 7, quando la non reversibilità sia possibile e quali ipotesi dobbiamo in tale caso ammettere. Per ora aggiungiamo che, salvo indicazione contraria, supporremo sempre il moto reversibile, ossia soddisfatta la condizione di reversibilità  $P = G$ .

(1) Nello studio analitico dei principi fondamentali si dimostra che  $\frac{dQ}{T}$  è un differenziale perfetto.

### § 3. — Diagrammi dell'apparecchio.

Il recipiente  $M$  rappresenta il corpo che compie l'evoluzione, e come questo è atto a ricevere calore variando il suo stato,  $M$  è atto a ricevere calore (sotto forma di peso termico) variando la sua posizione ed il suo grado di riempimento. Ogni stato di un corpo è determinato da  $p$ ,  $v$ ,  $T$ , e così ogni stato di  $M$  è determinato da  $T$  e dal grado di riempimento ossia dal valore particolare di  $P = \int \frac{dQ}{AT} = \varphi(p, v)$  che è ap-

punto funzione di  $p$  e di  $v$  (1). Rappresenteremo dunque lo stato di un corpo, mediante quello di  $M$ , scrivendo  $M(T, P)$ , e mediante un punto di un piano individuato dall'ascissa  $P$  e dall'ordinata  $T$ . L'evoluzione è rappresentata da una curva piana, la quale non è altro che il diagramma di Belpaire.

La curva racchiude coll'asse delle ordinate una superficie rappresentante il lavoro sviluppato da  $M$ , lavoro positivo o negativo secondo che è motore o resistente. Coll'asse delle ascisse racchiude una superficie rappresentante il lavoro totale sviluppabile dal peso termico immesso durante l'evoluzione, qualora potesse cadere uniformemente sino al livello zero, ossia il calore ceduto  $Q$  durante l'evoluzione stessa. Queste quantità sono misurate in unità di lavoro.

Analogamente lo stato di  $N$  è rappresentato dalla sua altezza  $H$  e dal suo grado di riempimento, ossia dal peso d'acqua  $G$  che contiene; il suo diagramma analogo a quello di  $M$  si ottiene prendendo  $G$  per ascissa e  $H$  per ordinata.

Ciò posto sia  $AB$  il diagramma di  $M$ , e  $CD$  quello di  $N$ ; i punti figurativi percorrono le due curve in sensi opposti, e sono sempre equidistanti dal livello  $T'$  in cui  $M$  ed  $N$  si trovano contemporaneamente. Ma per comodità supporremo il diagramma  $CD$  di  $N$  ribaltato attorno al livello  $T'$ , cosicchè considerando il punto figurativo di  $M$  avremo su ogni ascissa nei due valori di  $P$  e di  $G$ , rispettivamente i due pesi termici e d'acqua contenuti il primo in  $M$ , il secondo in  $N$ ; la corrispondente ordinata darà il livello termico momentaneo di  $M$ . L'altezza  $H$  di  $G$  non compare, poichè è quella del livello termico simmetrico rispetto a  $T'$  al livello di  $M$ .

Allora l'evoluzione è reversibile se i diagrammi di  $M$  e di  $N$  si sovrappongono, in caso contrario non è reversibile.

Quando l'apparecchio si trova in moto per ogni evoluzione reversibile, e per qualsiasi serie di scambi tra recipienti e serbatoi sarà:

$$\int P ds = - \int G ds$$

estesi gli integrali ad un intervallo qualunque.

### § 4. — Azione dell'apparecchio.

Vediamo ora quali sieno le funzioni dell'apparecchio corrispondenti a trasformazioni particolari importanti.

Supposto  $M$  immobile ad un livello termico qualsiasi, si versi in esso, o da esso si tolga una qualunque quantità  $\Delta P$  di peso termico. Tale operazione caratterizzata da  $T = \text{cost}$ : corrisponde evidentemente ad una variazione di stato isoterma, e precisamente ad una espansione o ad una compressione secondo che  $\Delta P$  è immesso in  $M$  o ne vien tolto; nel diagramma è rappresentata dalla parallela all'asse delle ascisse che ha per ordinata  $T$ . E siccome l'operazione può avvenire ad un livello termico qualsiasi tra 0 ed  $\infty$ , così agli infiniti livelli termici corrispondono univocamente quali curve isoterme le relative parallele all'asse delle ascisse. Oltre a ciò, siccome per ogni isoterma  $T = T_1 = \text{cost}$ , il grado di riempimento di  $M$  può variare tra 0 ed  $\infty$ , così agli  $\infty$  gradi di riempimento (agli  $\infty$  valori di  $P$ ) corrispondono univocamente gli infiniti punti dell'isoterma relativa al valore particolare  $T = T_1$ .

Sia invece l'apparecchio in moto nell'un senso o nell'altro senza che avvengano scambi di pesi termici e d'acqua tra i recipienti mobili ed i serbatoi fissi. Tale operazione caratterizzata da  $dP = \frac{dQ}{AT} = 0$  ossia da  $dQ = 0$  corrisponde evi-

dentemente ad una variazione di stato isotropa od adiabata, e precisamente ad una espansione o ad una compressione secondo che  $M$  si abbassa o si innalza. Mentre il calore totale, ossia il peso termico totale non varia, variano però i suoi due componenti poichè  $dU = -dL$  ossia  $\frac{dU}{T} = -\frac{dL}{T}$ ; gli incre-

menti dei pesi termici parziali ond'è costituito  $P$ , sono eguali in grandezza ed opposti in segno, quindi  $P$  rimane costante.

In diagramma l'evoluzione è rappresentata dalla parallela all'asse delle ordinate che ha per ascissa il valore particolare costante di  $P$ . E siccome il recipiente può essere più o meno riempito, così agli infiniti gradi di riempimento corrispondono univocamente quali curve adiabate, le infinite parallele all'asse delle ordinate. Oltre ciò è chiaro che agli infiniti livelli termici nei quali si trova successivamente  $M$ , corrispondono univocamente gli infiniti punti dell'adiabata relativa al particolare grado di riempimento  $P = P_1$ .

Queste considerazioni rendono evidente il seguente principio fondamentale.

Comunque si passi tra due punti qualsiasi di due determinate adiabate 1 e 2 rispettivamente di pesi termici  $P_1$  e  $P_2$ , l'incremento del peso termico è costante in grandezza, e varia di segno secondochè si passa dall'una all'altra o viceversa; ossia:

$$\int_1^2 \frac{dQ}{AT} = P_2 - P_1 = - \int_2^1 \frac{dQ}{AT}.$$

È chiaro infatti che onde  $M$  passi da un grado di riempimento ad un altro, è comunque ciò avvenga, bisogna in complesso versare in esso o da esso togliere il determinato volume di liquido (peso termico) eguale alla differenza tra i volumi relativi a quei due gradi.

Infine nel caso di una variazione di stato isodinamica, essendo  $dU = 0$  abbiamo:

$$dP = \frac{dL}{T}$$

ossia l'incremento elementare di peso termico deve essere il peso termico del lavoro esterno elementare. Il grado di riempimento aumenta dunque nell'espansione e diminuisce nella compressione; quanto al livello termico di  $M$  non si può dire nulla in generale, poichè la sua variazione dipende in ogni caso particolare dal modo di comportarsi del corpo che si considera nell'espansione isodinamica.

Pei gas ad esempio, dove la curva isodinamica coincide coll'isoterma,  $M$  rimane a livello costante; invece pei vapori saturi il livello termico di  $M$  diminuisce nell'espansione e cresce nella compressione.

### § 5. — Cicli.

Quando, partito  $M$  da uno stato iniziale qualsiasi  $(P, T)$ , vi ritorna dopo una serie continua o scontinua di variazioni di  $P$  e di  $T$ , diciamo che esso ha percorso un ciclo. Nel diagramma il ciclo è rappresentato da una curva chiusa, sulla cui natura, a norma delle variazioni di  $P$  e di  $T$ , dobbiamo ora intenderci.

In  $M(T_1, P_1)$  immobile ad un livello termico qualsiasi  $T_1$  (vedi figura 79), immettiamo un certo peso termico:

$$\Delta P = \frac{P_1}{AT_1} = AB,$$

poi riversiamo lo stesso peso nel serbatoio.  $M$  è così ricondotto allo stato iniziale dopo aver percorso un ciclo rappresentato dal tratto  $AB$  d'isoterma, contato nei due sensi. A tal ciclo non corrisponde alcun lavoro, giacchè non vi è stato alcuno spostamento verticale di peso termico.

Contenga  $M$  un peso termico costante  $P_2$ , e scenda dal livello termico  $T_1$  al livello termico  $T_2$  onde risalire al livello  $T_1$  o viceversa.  $M$  è così ricondotto allo stato iniziale dopo aver percorso un ciclo rappresentato dal tratto  $AD$  di adiabata contato nei due sensi.

A tale ciclo, e per lo stesso motivo anzidetto, corrisponde un lavoro zero.

Scenda ora  $M$  da  $T_1$  a  $T_2$ , mentre  $P$  varia in modo continuo o scontinuo siccome indica il suo diagramma qual-

siasi I H Q, poi risalga da T<sub>2</sub> a T<sub>1</sub> con identica variazione di P avvenendo però in senso inverso, e cioè così che P riassuma gli stessi valori alle stesse altezze. M è allora ricondotto allo stato iniziale dopo aver percorso un ciclo rappresentato dal tratto I H Q contato nei due sensi; anche a tale ciclo e sempre per lo stesso motivo corrisponde un lavoro nullo.

Se quindi vogliamo cicli cui corrispondano lavori positivi o negativi, M non dovrà nè rimanere allo stesso livello termico, nè allontanarsene e ritornarvi adiabaticamente, nè allontanarsene e ritornarvi, riassumendo P gli stessi valori agli stessi livelli. Dovrà dunque M partire da uno stato iniziale e ritornarvi dopo variazioni continue o scontinue di P e di T, variando però P così da soddisfare all'ultima condizione.

Per esempio, al ciclo I H Q L corrisponderà un lavoro rappresentato da quell'area ed un rendimento termico evidentemente eguale:

$$\eta = \frac{IHQLI}{EHILFE}$$

sia esso svolto nell'un senso o nell'altro.

Il nostro apparecchio indica che, estesi gli integrali a tutto il ciclo:

Se  $\int P ds > 0$  avremo a sinistra una motrice termica (a colonna entropica), per esempio una motrice a vapore, ecc., a destra invece un'operatrice idraulica (solleatrice d'acqua);

Se  $\int P ds < 0$  avremo a sinistra una operatrice termica (solleatrice d'entropia o di calore), per esempio una macchina frigorifera, ecc., a destra invece una motrice idraulica che può evidentemente anche rimpiazzarsi da una motrice termica.

§ 6. — Caso particolare (ciclo di Carnot).

Consideriamo il ciclo particolare (vedi fig. 79) costituito dalle seguenti quattro fasi successive:

1° In M immobile allo stato iniziale (P<sub>1</sub>, T<sub>1</sub>) si versi il peso termico  $\Delta P = AB = \frac{Q_1}{AT_1}$ ; ciò corrisponde all'espansione isoterma AB;

2° Scenda M adiabaticamente dal livello T<sub>1</sub> al livello T<sub>2</sub>, cosicchè il punto figurativo percorra il tratto d'adiabata BC;

3° Da M immobile al livello T<sub>2</sub> si riversi nel serbatoio inferiore il peso termico immesso nella prima fase, ritornando così sull'adiabata passante per A. Questo peso corrisponde evidentemente ad una quantità di calore Q<sub>1</sub> tale che  $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$ ; la relativa compressione isoterma è rappresentata da CD;

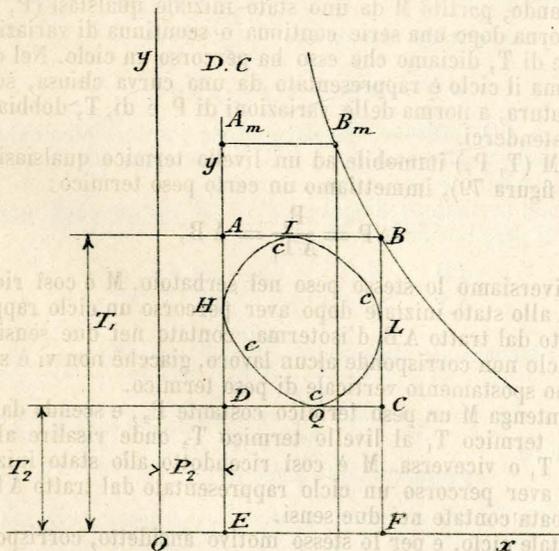


Fig. 79.

4° M risalga al livello T<sub>1</sub> mediante compressione adiabata DA che lo riconduce allo stato iniziale.

Il ciclo rappresentato semplicemente da un parallelogramma, è l'importantissimo ciclo di Carnot. Supponendolo svolto in senso diretto, il lavoro utile rappresentato dalla superficie ABCD, si esprime immediatamente pensando essere risultato complessivo la caduta uniforme del peso termico  $(\frac{Q_1}{AT_1})$  da un'altezza (T<sub>1</sub> - T<sub>2</sub>); quindi lo sviluppo di lavoro:

$$L_u = \frac{Q_1}{AT_1} (T_1 - T_2).$$

Il rendimento termico, comunque sia svolto il processo, è:

$$\eta = \frac{ABCD A}{EABFE} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Ne viene immediatamente che a parità di spesa (di calore ceduto Q<sub>1</sub>) il lavoro utile aumenta, aumentando il salto termico, ossia quando T<sub>1</sub> aumenta e T<sub>2</sub> diminuisce. La prima affermazione è evidente; per la seconda notiamo che immettendo in M il peso termico  $\frac{Q_1}{T_m} = A_m B_m$  corrispondente a Q<sub>1</sub> ceduto ad un altro livello T<sub>m</sub>, i punti B<sub>m</sub> giacciono sull'iperbole equilatera che passa per B ed ha per asintoti i due assi ortogonali Ex ed Ey; il nuovo ciclo di Carnot ha rispetto al precedente una differenza di lavoro utile:

$$\frac{Q_1}{AT_m} (T_m - T_2) - \frac{Q_1}{AT_1} (T_1 - T_2) = \frac{Q}{A} T_2 \frac{T_m - T_1}{T_1 T_m}$$

la quale è appunto positiva o negativa secondo che T<sub>m</sub> > T<sub>1</sub>.

E siccome il risultato complessivo del ciclo, consiste esclusivamente nello spostamento verticale uniforme di un certo peso termico  $\frac{Q_1}{AT_1}$ , in un senso o nell'altro, per una lunghezza (T<sub>1</sub> - T<sub>2</sub>), così la funzione dei recipienti M ed N è *totalmente passiva*; essi costituiscono il mezzo di cui ci serviamo per tale trasporto, ma il loro peso, le loro proprietà speciali non hanno alcuna influenza; essi debbono soltanto compiere il loro ufficio passivo, e cioè essere atti a contenere rispettivamente entropia ed acqua.

Quindi il risultato finale del ciclo di Carnot, svolto nelle stesse condizioni, non varia qualunque sieno i corpi operanti od anche: il rendimento del ciclo di Carnot è indipendente dalla natura del corpo che compie l'evoluzione e dipende soltanto dai livelli termici T<sub>1</sub> e T<sub>2</sub> tra i quali si svolge.

Dati due livelli termici fissi T<sub>1</sub> e T<sub>2</sub>, e due gradi fissi di riempimento P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>, un ciclo qualsiasi diverso da quello di Carnot svolto tra questi limiti da un corpo qualsiasi, è rappresentato da una curva *ccc* inscritta nel parallelogramma ABCD. Quindi tra tutti i cicli svolgentisi tra due isoterme e due adiabate fisse, quello di Carnot dà il massimo rendimento.

Dati due livelli termici fissi, T<sub>1</sub> e T<sub>2</sub>, ed una determinata quantità di calore Q<sub>1</sub>, ricordando che ogni sua parte infinitesima è tanto meglio utilizzata quanto più elevato è il livello termico al quale il rispettivo peso viene versato in M, ne viene che: tra tutti i cicli svolgentisi tra gli stessi livelli termici, e colla stessa spesa di calore Q<sub>1</sub>, quello di Carnot dà il rendimento massimo.

Si badi però che il ciclo di Carnot non è unico a godere di tale favorevole proprietà; esso è un caso particolare del caso generale di una serie infinita di cicli della stessa natura, godenti tutti la proprietà del massimo rendimento; lo vedremo al § 8 (1).

(1) Applicando ai vapori il concetto del peso termico nel ciclo di Carnot, si giunge immediatamente all'importante formula di Clapeyron. Infatti, sviluppando il ciclo (in senso diretto) con un vapore, tra due temperature infinitamente vicine, e tra gli stati: liquido (ti-

§ 7. — Valori di  $\int \frac{dQ}{AT}$  nei cicli.

Nella fig. 80 rappresenti A C B D un ciclo reversibile qualsiasi, svolgentesi in un senso o nell'altro. Durante tutto il processo l'apparecchio si trova in equilibrio, e non v'ha alcuna causa di variazione spontanea del peso termico contenuto in M; tale peso non può quindi aumentare o diminuire che per immissione od emissione di altro peso, e siccome alla fine del processo, M viene ricondotto allo stato iniziale (stesso livello termico e stesso grado di riempimento), è chiaro che tutto il peso termico immesso deve essere eguale a tutto quello tolto, ossia che :

$$\int \frac{dQ}{AT} = 0$$

esteso l'integrale a tutto il ciclo.

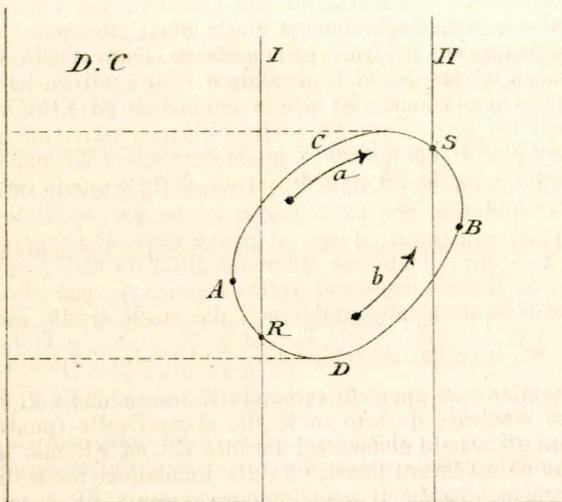


Fig. 80.

Ciò riesce altresì evidente, considerando che svolgere il ciclo rappresentato significa passare reversibilmente secondo R A C o R D B da un suo punto arbitrario R sull'adiabata I al suo punto arbitrario S sull'adiabata II, onde poi ritornare da S ad R rispettivamente secondo S B D o S C A. Ma noi sappiamo dal § 4 che in questi due passaggi  $\int \frac{dQ}{AT}$  ha valori eguali in grandezza, ma di segno opposto, quindi la loro somma algebrica, ossia  $\int \frac{dQ}{AT}$  esteso a tutto il ciclo, è zero.

Quando il ciclo non è reversibile, questi risultati non sussistono più; per dimostrarlo conviene anzitutto osservare quanto segue.

Rappresentiamoci il ciclo svolto in un cilindro, ove il fluido sposta uno stantuffo; l'espansione è non reversibile solo quando la pressione del fluido sullo stantuffo supera la contropressione esterna sul medesimo. Finita che sia, il ciclo non può completarsi che mediante una compressione (ritorno dello stantuffo), la quale in generale è reversibile. Infatti alla fine d'espansione la pressione del fluido sullo stantuffo è ancora maggiore della contropressione esterna, onde il ritorno non s'inizia se non quando questa è aumentata fino ad eguagliare quella. Da tale istante comincia la corsa di compressione, e grazie alla forza elastica del fluido, gli aumenti di pressione

tolo = 0) e di vapore saturo asciutto (titolo = 1), il lavoro ottenuto  $u dp$  è eguale al lavoro sviluppato dal peso termico  $\frac{r}{AT}$  ( $r$  è il calore di evaporazione, il cui peso è ceduto al livello T) nella discesa elementare  $dT$ . Si ha quindi:

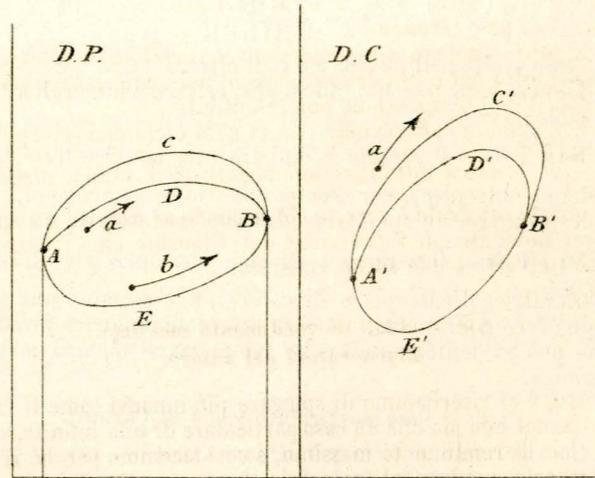
$$u dp = \frac{r}{AT} dT$$

he è appunto la formula del Clayperon.

esterna provocano eguali aumenti nell'interna; si ha quindi reversibilità.

Se vogliamo rappresentarci col nostro apparecchio un ciclo non reversibile, bisogna supporre che durante la trasformazione non reversibile i recipienti M ed N sieno disgiunti, e possano spostarsi uniformemente sui rispettivi tratti, ognuno assumendo altezze e gradi di riempimento quali rispettivamente risultano dai diagrammi delle pressioni e contropressioni.

Infatti, sia ad esempio (vedi fig. 81) A C B E A il ciclo non reversibile svolto necessariamente nel senso della freccia  $a$ ; A C B ed A D B sieno il primo il diagramma delle pressioni interne  $p$  di M, l'altro quello delle contropressioni esterne  $p'$ ; A' C' B' ed A' D' B' i corrispondenti tratti del diagramma entropico.



D.P. Significa Diagramma delle pressioni  
D.C. " " " del calore

Fig. 81.

Se si trattasse del ciclo reversibile A D B E, i diagrammi di M e di N si sovrapporrebbero in A' D' B' E'; ora tenendo fisso quello di N, variamo quello di M, assumendolo in A' C' B', che corrisponde ad A C B. Il ciclo diventa non reversibile e durante la trasformazione A C B il punto figurativo di M percorre A' C' B' da A' a B', quello di N percorre B' D' A' da B' ad A'.

In ogni posizione del tratto non reversibile noi immettiamo in M il peso termico elementare  $\frac{dQ'}{AT}$ , dove:

$$dQ' = dQ - A(p - p') dv,$$

se  $dQ'$  e  $dQ$  indicano rispettivamente i calori elementari ceduti nella trasformazione A C B, considerata prima come non reversibile e poi come reversibile.

Ciò non pertanto il diagramma A' C' B' mostra che l'incremento di peso termico in M è:

$$\frac{dQ'}{AT} = \frac{dQ}{AT} + \frac{(p - p') dv}{T},$$

quindi l'incremento elementare  $\frac{dQ'}{AT}$  di peso termico in M

consta di due parti, l'una  $\frac{dQ'}{AT}$  realmente immessavi, l'altra  $\frac{(p - p') dv}{T}$  spontaneamente generatavi.

La causa di tale aumento spontaneo sta appunto nella mancanza d'equilibrio tra le pressioni interne ed esterne di M, per effetto di che la differenza  $(p - p') dv$  dei lavori elementari di quelle pressioni, rimane in M sotto forma di lavoro interno, quindi ad aumento del peso termico.

E siccome nella trasformazione reversibile B E A che completa il ciclo, v'ha equilibrio completo, e manca quindi ogni causa d'aumento spontaneo di peso termico, ne viene che in tutto il ciclo bisogna togliere da M non solo tutto il peso termico versatovi, ma pur anco l'incremento totale spontaneamente generatovi per effetto della non reversibilità.

Avremo dunque :

$$\int \frac{dQ'}{AT} = - \int \frac{(p-p') dv}{T}$$

esteso l'integrale a tutto il ciclo.

Secondo il principio fondamentale dell'equivalenza, il lavoro sviluppato dal corpo operante (sup. A' C' B' E' A') deve ritrovarsi completamente sotto forma di lavoro o di calore. Esso si ritrova infatti diviso in due parti, di cui l'una A' E' B' D' A' rappresenta il lavoro utile resistente sviluppato da N, l'altra A' C' B' D' A' il lavoro tolto da M sotto forma di peso termico.

In modo analogo si ragionerebbe se il ciclo non reversibile fosse svolto nel senso della freccia b, nel quale caso però sarebbe A E B l'espansione non reversibile.

Concludiamo affermando che in ogni ciclo non reversibile  $\int \frac{dQ}{T}$  esteso a tutto il ciclo è negativo; il valore massimo di questo integrale è zero, e corrisponde al caso di un ciclo invertibile. Di qui l'asserzione del Clausius che l'entropia dell'Universo tende ad un massimo.

§ 8. — Cicli di rendimento massimo. Rigeneratori del calore.

Al § 6 ci riserbammo di spiegare più innanzi come il ciclo di Carnot non sia che un caso particolare di una infinita serie di cicli di rendimento massimo, e così facemmo perchè il dimostrarlo conduce al principio fondamentale dei rigeneratori.

Sia ABCD (vedi fig. 82) il solito diagramma del ciclo di Carnot; conduciamo per B un tratto di curva qualsiasi BE, indi per C il tratto di curva CF orizzontalmente equidistante da BE, e consideriamo il ciclo rappresentato da EBCF. Esso deriva dal primo qualora vi si mantengano espansione e compressione isoterma, sostituendo invece espansione e compressione adiabata rispettivamente mediante le variazioni di stato CF ed EB.

La sola condizione cui debbono soddisfare queste due curve, si è d'essere orizzontalmente equidistanti; le tangenti ad esse

condotte pei loro incontri con una orizzontale qualsiasi debbono quindi essere parallele; il che si esprime scrivendo :

$$\text{tang } \alpha = \frac{dT}{dP} = \text{cost } T$$

se  $\alpha$  è l'angolo che misura quell'inclinazione, ossia :

$$dQ = c dT$$

dove la costante  $c$  è il parametro di una serie o infinità di curve della stessa natura (orizzontalmente equidistanti) due delle quali passano l'una per B, l'altra per C.

Onde eseguire coll'apparecchio il nuovo ciclo, noi dobbiamo durante la corsa d'ascesa, immettere in M ad ogni livello termico T un peso termico elementare  $\frac{dQ}{AT} = \frac{c dT}{AT}$ , e durante la corsa di discesa togliere da M lo stesso peso alla stessa altezza. Ora è evidente che i lavori relativi a tali carichi e scarichi degli stessi pesi alle stesse altezze si elidono completamente in ogni ciclo, onde il lavoro utile rimane eguale a quello del ciclo di Carnot. Ciò è altresì evidente qualora si consideri che le superfici ABCD ed EBCF, sono eguali tra loro. Però col nuovo ciclo il rendimento diminuisce poichè il peso termico totale immesso in M è aumentato rispetto a quello del ciclo di Carnot, di tutto quello immesso durante la fase EB.

Ma se consideriamo che il peso termico elementare  $\frac{dQ}{AT}$  tolto da M nella discesa al livello termico T, può rientrare da solo (senza alcun lavoro) in M allo stesso livello durante l'ascesa, e se quindi togliendo  $\frac{dQ}{AT}$  al livello T (punto S) lo conserviamo in apposito serbatoio Z sino a che nell'ascesa possa rientrare da solo in M allo stesso livello (punto R), allora gli scambi elementari durante CF ed EB non influiscono nè sul lavoro totale, nè sulla immissione totale di peso entropico, giacchè il peso immesso durante EB è appunto quello preventivamente tolto durante CF. In tutto il ciclo non rimane che la sola immissione del peso  $\frac{Q_1}{AT_1}$  (fase BC) ed il solo scarico dello stesso peso (fase FE); il ciclo è quindi di rendimento eguale a quello di Carnot (massimo).

Le curve BE furono dal Rankine chiamate isoadiabate, e la loro equazione, indicando con  $P_1$  una costante iniziale, si scrive :

$$P = \int_1^2 \frac{c dT}{AT} = \frac{c}{A} \log \frac{T_2}{T_1} + P_1.$$

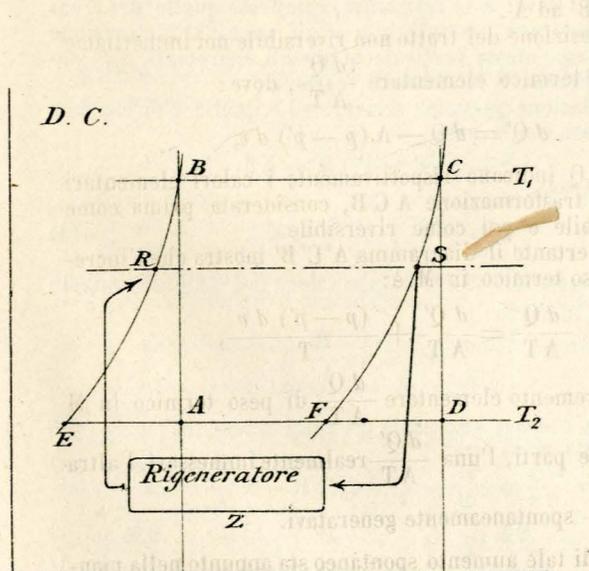
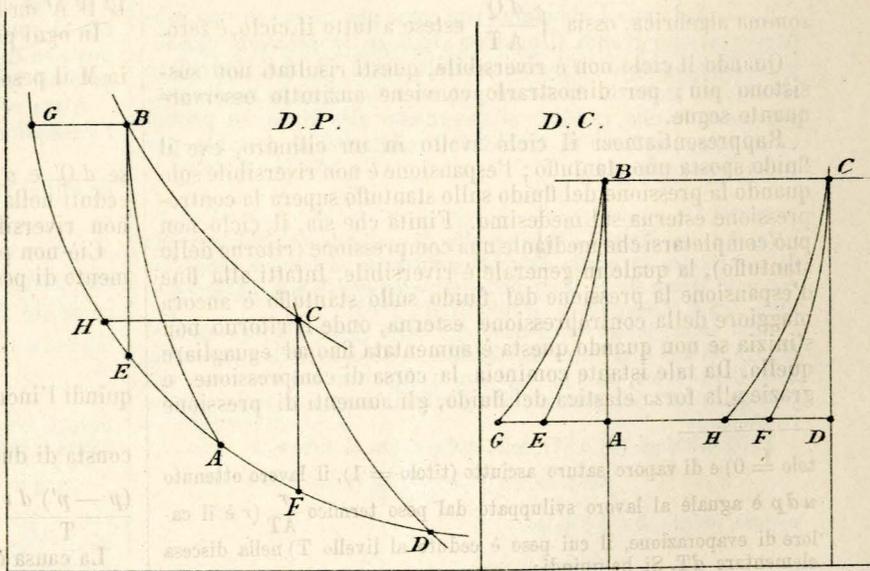


Fig. 82.



ABCD = Carnot ; EBCF = Stirling ; GBCH = Ericson

Fig. 83.

Esse rappresentano nel modo il più generale ogni trasformazione, poichè l'adiabata non è che il caso particolare  $c = 0$   $P = P' = \text{cost}$ , in cui BE diventa parallela all'asse delle ordinate; mentre l'isoterma è il caso particolare in cui BE diventa parallela all'asse delle ascisse.

Concludendo possiamo affermare che il ciclo costituito da due isoterme e due isoadiabate, funzionanti come fu detto, è il ciclo generale a rendimento massimo; esso rappresenta una serie di  $\infty$  casi particolari ognuno relativo ad una speciale natura d'isoadiabata (valore speciale di  $c$ ). Il ciclo di Carnot è il caso particolare in cui le isoadiabate diventano adiabate, ed è caratterizzato da  $c = 0$ . Il suo rendimento è il rendimento massimo comune, esso presenta però in particolare il grande vantaggio che le trasformazioni AB e CD si effettuano senza scambi di calore, mentre in tutti gli altri le quantità di calore scambiate durante le isoadiabate debbono essere tenute in serbo per la loro reciproca compensazione; il che presenta gravi difficoltà pratiche.

Tali considerazioni hanno molta importanza nella teoria dei gas, dove le isoadiabate sono politrope:

$$p v^n = \text{cost}$$

$$n = \frac{c - c_p}{c - c_v}$$

essendo  $c_p$  e  $c_v$  rispettivamente il calore specifico a pressione ed a volume costante. L'aria male prestandosi ad eseguire il ciclo di Carnot, si ricorre per le macchine ad aria calda ad altri cicli di rendimento massimo adottando il serbatoio al quale accennammo, detto rigeneratore.

Nella fig. 83 sono indicati i diagrammi: del ciclo di Carnot, del ciclo di Stirling costituito da 2 isoterme e 2 politrope, sotto forma di linee d'equal volume ( $c = c_v$ ) e del ciclo di Ericson, costituito da 2 isoterme e 2 politrope sotto forma di linee d'equal pressione ( $c = c_p$ ).

Tali sono i principi fondamentali delle macchine ad aria calda ed a rigeneratore, nel cui studio non è qui il caso di entrare.

Milano, giugno 1896.

UGO ANCONA.

## COSTRUZIONI FERROVIARIE

### STUDI SULLE FERROVIE FUNICOLARI.

#### V. — Il profilo di equilibrio.

1. — Nel capo I abbiamo visto come per mezzo di una rappresentazione grafica si possano studiare le relazioni che legano l'andamento altimetrico della linea di una funicolare allo sforzo motore. Abbiamo poi, in nota al capo medesimo, riconosciuto che, qualora si assegnasse alla linea un profilo cicloidale, lo sforzo di trazione si manterrebbe costante per tutto il percorso (1).

(1) La dimostrazione che il profilo di equilibrio è cicloidale, venne da noi ridotta su quelle date con gran lusso di formole complicate dal prof. Haton de la Goupillière (*Annales des Mines*, 1883) e dall'ing. Zoppi (*Giornale del Genio Civile*, 1888).

Altri autori invece concludono che detto profilo sia parabolico. Si giunge all'uno o all'altro dei risultati, a seconda delle approssimazioni che si fanno, ma è più rigorosa la dimostrazione che mena alla cicloide. Infatti, per giungere alla parabola, bisogna ai seni sostituire le tangenti.

Dalle relazioni (6) e (7) della nota citata si ricava:

$$\text{sen } \alpha = \text{sen } \zeta - \frac{p h}{P + P'}$$

oppure, per ciò che si è detto:

$$\text{tang } \alpha = \text{tang } \zeta - \frac{p h}{P + P'}$$

e poichè:

$$\text{tang } \zeta = \frac{H}{L} \quad \text{ed} \quad h = H - 2 \frac{H}{L} x$$

Evidentemente, nella maggior parte dei casi converrà adattare la via al terreno, non fosse altro, per non imporsi troppo forti spese d'impianto; ma, delle volte, o che per avventura il terreno vi si presti, o che la via vada disposta su sostegni elevati dal suolo, si potrà adottare il profilo di equilibrio che contribuisce a rendere più regolare e quindi meno dispendioso e pericoloso l'esercizio. Del resto, per lo più, i fianchi delle colline, se il terreno di cui compóngonsi non è di natura molto resistente, presentano una curvatura che dà l'idea della cicloide, pel fatto che le pendenze vanno da monte a valle raddolcendosi.

Chiameremo *profilo di equilibrio*, o come altri dice, *profilo teorico* di una funicolare quello pel quale si verifica la costanza nello sforzo di trazione. Poichè tale profilo si manterrebbe rettilineo se non vi fosse il peso del cavo che agisce ora a favore ora a carico della trazione, si può anche dire che il profilo di equilibrio è quello che distrugge l'effetto del peso della fune.

2. — Volendo studiare con pratici intendimenti il modo di delineare uno di questi profili, dati che siano gli elementi della funicolare a impiantarsi, rinuncieremo a ritenere che esso sia cicloide o parabola, perchè, ben si comprende, in pratica ciò non ha che un valore relativo, non creando facilitazione o semplificazione nei calcoli per la ricerca delle quote che vogliono tutte essere determinate esattamente, perchè si possano riportare sul terreno. Troveremo invece l'espressione della quota in base alle condizioni che governano il problema, ritenendo che si voglia, come sempre si fa nella costruzione, sostituire un poligono alla curva continua che risulterebbe dalle considerazioni teoriche. Fissiamo intanto che la condizione del problema è che in ogni istante vi debba essere equilibrio fra la costante forza motrice data dalla macchina e le forze attive o passive dovute al meccanismo della funicolare. Verificandosi questa condizione i treni saranno nello stato prossimo al moto; basterà che l'equilibrio venga in qualunque modo turbato a favore del movimento, perchè essi si muovano con velocità corrispondente all'impulso, velocità che, se le condizioni di equilibrio continueranno a sussistere, si conserverà immutata sino al termine della corsa.

Le tre equazioni riportate alla nota già citata del capo I:

$$P \text{ sen } \alpha - P' \text{ sen } \alpha' + h p + K = S \quad (1)$$

$$P \text{ sen } \alpha' - P' \text{ sen } \alpha - h p + K = S \quad (2)$$

$$(P - P') \text{ sen } \alpha_m + K = S \quad (3)$$

stabiliscono tali condizioni di equilibrio per due posizioni simmetriche dei treni e per la posizione all'incrocio. Ricordiamo che P e P' sono i pesi dei treni, discendente e ascendente, h la distanza verticale fra i punti che si considerano, p il peso del cavo, K le resistenze, comprese quelle dei treni che si considerano costanti,  $\alpha$  e  $\alpha'$  gli angoli d'inclinazione posti su di una stessa verticale ai profili incrociati,  $\alpha_m$  l'angolo all'incrocio, S lo sforzo di trazione.

Altra relazione possiamo scrivere ed è quella che esprime l'uguaglianza dei lavori:

$$S L = (P - P') H + K L$$

da cui si ricava:

$$S = \frac{(P - P') H}{L} + K \quad (4)$$

che paragonata alla (3) ci dà per valore del seno dell'angolo al punto d'incrocio:

$$\text{sen } \alpha_m = \frac{H}{L}$$

dove L è la distanza orizzontale dei punti estremi del profilo (vedi figura a detta nota), sarà:

$$\text{tang } \alpha = \frac{d y}{d x} = \frac{H}{L} - \frac{p}{P + P'} \left( H - 2 \frac{H}{L} x \right) = \frac{H}{L} - \frac{p H}{P + P'} + \frac{2 H p}{L (P + P')} x = \frac{(P + P' - p L) H}{L (P + P')} + \frac{2 H p}{L (P + P')} x.$$

E integrando risulta:

$$y = \frac{(P + P' - p L) H}{(P + P') L} x + \frac{H p}{L (P + P')} x^2$$

equazione, come vedesi, di una parabola.

vale a dire che in quel punto l'elemento della curva d'equilibrio è parallelo alla congiungente rettilinea degli estremi del profilo.

Dal sistema delle (1) e (2) si ricava per addizione e sottrazione, sostituendo ad  $S$  il suo valore dato dalla (4):

$$\text{sen } \alpha' + \text{sen } \alpha = 2 \text{sen } \alpha_m = 2 \frac{H}{L}$$

$$\text{sen } \alpha' - \text{sen } \alpha = \frac{2 p h}{P + P'}$$

e quindi, anche per addizione e sottrazione:

$$\text{sen } \alpha' = \frac{H}{L} + \frac{p}{P + P'} h$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{H}{L} - \frac{p}{P + P'} h$$

ossia, chiamando le costanti:

$$\frac{H}{L} = C, \quad \frac{p}{P + P'} = C'$$

si ha:

$$\text{sen } \alpha' = C + C' h$$

$$\text{sen } \alpha = C - C' h$$

Notisi che contando dal punto di origine del profilo (il più basso)  $\alpha$  trovasi al di qua,  $\alpha'$  al di là dell'incrocio.

3. — Alcuni autori separano lo studio del profilo per gl'impianti a motore fisso da quello che riguarda gl'impianti automotori a o contrappeso d'acqua. Evidentemente invece, questo ultimo non è che un caso particolare del primo e quindi non vi è altro da mutare nelle formule sopraenunciate se non che il valore di  $S$  il quale diventa nullo. Così l'equazione (3) del numero precedente si modifica nell'altra:

$$(P - P') \frac{H}{L} + K = 0$$

da cui si cava, se supponiamo  $P' = P + Q$ , essendo  $Q$  la quantità d'acqua necessaria a dar moto al meccanismo,  $P$  il peso comune ai due treni:

$$- Q \frac{H}{L} + K = 0$$

e quindi:

$$Q = K \frac{L}{H}$$

Restano per altro invariate le espressioni di  $\text{sen } \alpha$  e  $\text{sen } \alpha'$  se si ritiene:

$$C' = \frac{p}{2P + Q}$$

Avendo ammesso che i pesi dei treni siano uguali,  $Q$  ci rappresenterà la sola quantità necessaria al movimento o ciò che dicesi il *carico motore*, il quale dovrà quindi essere aumentato o diminuito della differenza fra i pesi effettivi del treno ascendente e del discendente: la  $Q$  calcolata uguale a  $K \frac{L}{H}$  subirà aumento se il treno montante è più carico del discendente e diminuzione se il discendente è più carico del montante.

Beninteso che il carico motore si può realizzare in un modo qualunque: molte funicolari addette a trasporto di materiali sono automotrici per sola differenza di carico.

Lo studio del problema rimane dunque sempre quello, sia che trattisi di funicolare a motrice fissa, sia che trattisi di impianto automotore. Solo a riguardo di quest'ultimo vi sarà da osservare che i vantaggi dell'adozione di un profilo d'equilibrio sono molto rilevanti, anzi si può aggiungere che sarà sconsigliabile adottare un sistema automotore per un profilo qualunque, specie se ad unica livelletta.

Infatti per un simile profilo, l'espressione che ci dà l'equilibrio delle forze è:

$$- Q \frac{H}{L} + h p + K = 0$$

che ha per suo valor massimo:

$$- \frac{Q}{L} H + H p + K = 0$$

da cui ricavasi pel carico motore:

$$Q = \frac{K}{H} L + L p$$

maggiore, come vedesi, del valore precedente, per tutto il peso del cavo. Per un impianto a contrappeso d'acqua, si avrebbe bisogno di una gran quantità d'acqua in più: in qualunque caso poi, essendovi gran divario fra lo sforzo massimo e il minimo, il meccanismo andrebbe sempre accelerando la sua velocità, che bisognerebbe ridurre coi freni per non fare che (grande pure essendo la massa) si sviluppasse un'enorme forza viva, pericolosissima in caso di rottura del cavo.

4. — Sia (fig. 84)  $A B C$  il profilo cercato,  $B C'$  sia il profilo medesimo al primo sovrapposto col sistema già adottato. Dividiamo metà della proiezione  $A D$  della linea in un numero pari di parti uguali. Calcoleremo le sole ordinate di posto dispari, in modo che si avranno tutte a distanza fra loro di due intervalli, fuorchè la prima e l'ultima che disteranno dagli estremi di un intervallo solo.

La prima ordinata sarà:

$$y_1 = \frac{1}{2} s \text{sen } \alpha_1 = \frac{1}{2} s (C - C' H).$$

Abbiamo chiamato con  $s$  la lunghezza di ogni tratto del profilo compreso in due intervalli. Tali lunghezze sono disuguali l'una dall'altra, ma, data la piccola curvatura del profilo, la differenza non essendo rilevante, per semplificare le calcolazioni, le riterremo eguali alla  $s$  che corrisponde all'incrocio. Se chiamiamo  $r$  la lunghezza di due intervalli in proiezione, risulta:

$$s = r \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{H^2}{L^2}}}$$

Sarà bene scegliere  $r$  in modo che  $s$  risulti di non molto inferiore ai nove metri, lunghezza di una ordinaria rotaia.

La seconda ordinata sarà:

$$y_3 = y_1 + s \text{sen } \alpha_3.$$

Numeriamogli angoli coi soli indici dispari. Invece di  $\text{sen } \alpha_3$  sostituiamo il suo valore  $C - C' h$  facendo  $h = h_2$  medio di  $h_1$  ed  $h_3$ . Risulta quindi:

$$y_3 = y_1 + s (C - C' h_2).$$

Intanto notiamo che:

$$h_2 = H - \frac{1}{2} s (\text{sen } \alpha_1 + \text{sen } \alpha'_1) - \frac{1}{2} s (\text{sen } \alpha_3 + \text{sen } \alpha'_3) = H - 2 C s.$$

Analogamente si trova:

$$h_2 = H - 3 C s$$

$$h_4 = H - 4 C s$$

$$h_5 = H - 5 C s$$

e in generale:

$$h_n = H - n C s.$$

Sostituendo nel valore di  $y_3$  si ha:

$$y_3 = \frac{3}{2} s (C - C' H) + 2 C C' s^2.$$

L'ordinata seguente risulta:

$$y_5 = y_3 + s \text{sen } \alpha_5$$

ma:

$$\text{sen } \alpha_5 = C - C' h_4 = C - C' H + 4 C C' s$$

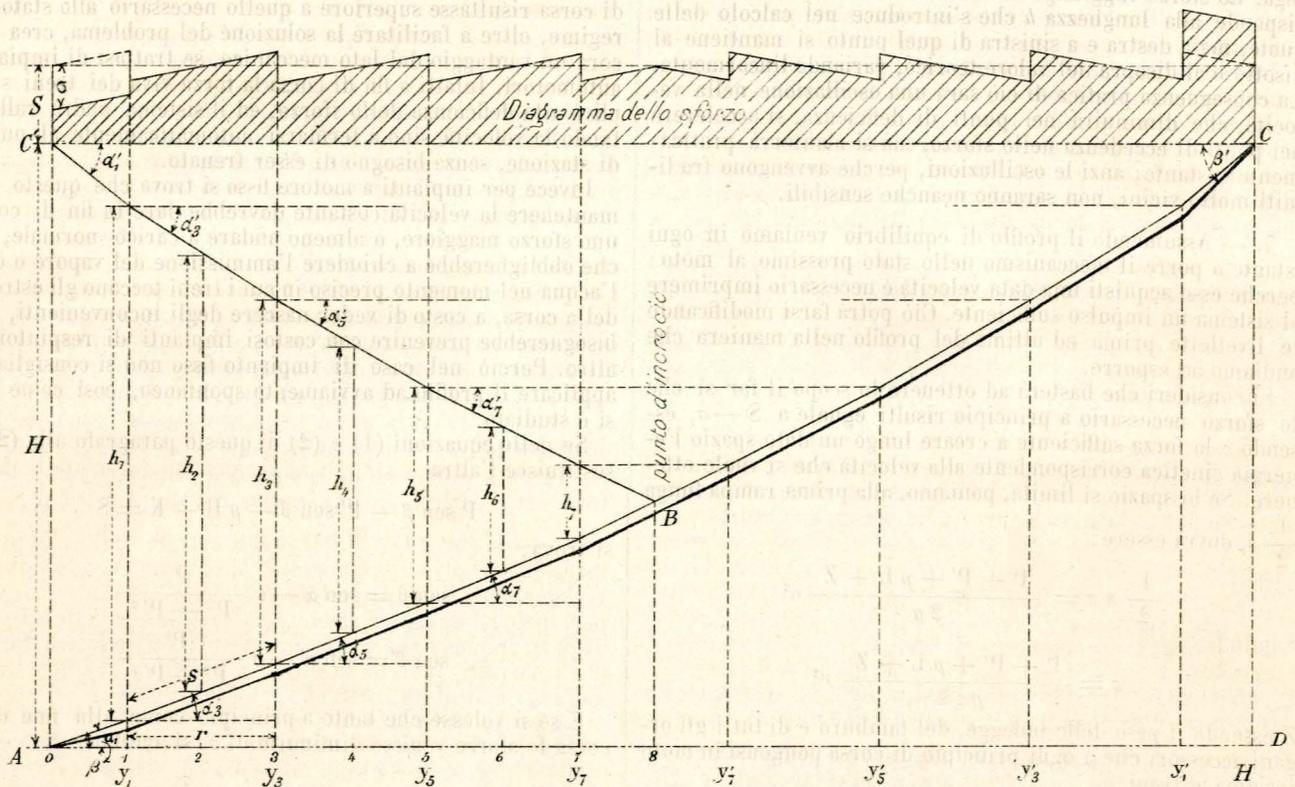


Fig. 84.

quindi:

$$y_3 = \frac{5}{2} (C - C' H) s + 6 C C' s^2.$$

Se poniamo mente alla genesi del coefficiente numerico al secondo termine troviamo che esso è uguale alla somma di tutti i numeri pari che precedono l'indice dell'ordinata. Se l'indice è  $n$ , i numeri pari che lo precedono saranno  $\frac{n-1}{2}$  e la loro somma sarà:

$$\left(\frac{n-1}{2} + 1\right)^2 - \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 = \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \frac{n+1}{2}$$

quindi, per espressione generale dell'ordinata potremo scrivere:

$$y_n = \frac{n}{2} (C - C' H) s + \left[\left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \frac{n+1}{2}\right] C C' s^2.$$

Analogamente si otterranno le ordinate della parte al di là del punto d'incrocio. Per queste avremo (vedi fig. 84):

$$y'_1 = H - \frac{1}{2} s \text{ sen } \alpha_1 = H - \frac{1}{2} s (C + C' H)$$

$$y'_3 = y'_1 + s (C + C' h_2) = H + \frac{1}{2} (C + C' H) - 2 C C' s^2$$

e in generale:

$$y'_n = H + \frac{n-2}{2} (C + C' H) - \left[\left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \frac{n+1}{2}\right] C C' s^2.$$

Del resto, queste ordinate si possono calcolare con un mezzo ancor più semplice.

Basta notare che:

$$y'_1 = y_1 + h_1$$

e ricordare che:

$$h_1 = H - C s.$$

Sostituendo, si avrà quindi:

$$y'_1 = y_1 + H - C s$$

e in generale:

$$y'_n = y_n + H - n C s.$$

5. — Applichiamo le formole trovate ad un esempio, assumendo i dati della funicolare Galata-Pera, a Costantinopoli, che fu costruita secondo un profilo parabolico, che non è per altro quello che risulta dalla teoria.

Son dati:

$$P = 29,000 \text{ Chg.}; \quad P' = 18,000 \text{ Chg.}; \quad p = 8,5 \text{ Chg.}; \\ L' = 600 \text{ metri}; \quad H = 62^m,70.$$

$L'$  è la proiezione della linea,  $L$  la lunghezza della congiungente i punti estremi del profilo, risulta di m. 606,38.

Viene  $C = 0,1034$ ,  $C' = 0,000177$ . Dividiamo la metà della proiezione in 68 parti ciascuna eguale a m. 4,4117, onde risulterà  $s = 8^m,87$ .

Le ordinate che racchiudono l'incrocio saranno:

$$y_{67} = 29^m,041$$

$$y'_{67} = 30^m,101$$

e quella che corrisponde all'incrocio sarà:

$$y = \frac{y_{67} + y'_{67}}{2} = 29^m,570$$

cioè  $1^m,78$  al disotto di quanto sarebbe risultato se si fosse adottata una livelletta unica.

6. — Col sistema proposto veniamo a sostituire alla curva continua una poligonale di cui ogni lato è lungo all'incirca quanto una rotaia, eccezione fatta pei due lati estremi, che sono ognuno metà degli altri.

Nella figura 84, col metodo indicato al Capo I di questi Studi, abbiamo eseguito il diagramma dello sforzo di trazione. Se la curva fosse continua, esso risulterebbe un rettangolo (o una linea retta nel caso di un sistema automotore): pel profilo poligonale adottato, il lato superiore del rettangolo diagramma è sostituito da una spezzata avente l'aspetto di una

sega. Lo sforzo raggiunge il valore teorico nel punto che corrisponde alla lunghezza  $h$  che s'introduce nel calcolo delle quote, ma a destra e a sinistra di quel punto si mantiene al disotto o al disopra del valore teorico, variando linearmente. La conseguenza pratica di ciò sarà una oscillazione nella velocità, che diminuirà nei punti di deficienza, si accelererà nei punti di eccedenza nello sforzo, ma si manterrà praticamente costante; anzi le oscillazioni, perchè avvengono fra limiti molto vicini, non saranno neanche sensibili.

7. — Assumendo il profilo di equilibrio veniamo in ogni istante a porre il meccanismo nello stato prossimo al moto: perchè esso acquisti una data velocità è necessario imprimere al sistema un impulso sufficiente. Ciò potrà farsi modificando le livellette prima ed ultima del profilo nella maniera che andiamo ad esporre.

Si consideri che basterà ad ottenere lo scopo il far sì che lo sforzo necessario a principio risulti eguale a  $S - \sigma$ , essendo  $\sigma$  la forza sufficiente a creare lungo un dato spazio l'energia cinetica corrispondente alla velocità che si vuole ottenere. Se lo spazio si limita, poniamo, alla prima rampa lunga

$\frac{1}{2} s$ , dovrà essere:

$$\frac{1}{2} s \sigma = \frac{P + P' + pL + Z}{2g} v^2$$

e quindi:

$$\sigma = \frac{P + P' + pL + Z}{g \cdot s} v^2$$

$Z$  essendo il peso delle pulegge, del tamburo e di tutti gli organi accessori che a ogni principio di corsa pongonsi in moto insieme ai treni.

Ciò posto, scriviamo le equazioni che stabiliscono l'equilibrio per la prima e l'ultima posizione del treno, a principio e a fin di corsa, sostituendo  $\beta$  e  $\beta'$  ad  $\alpha$ , ed  $\alpha'$ , e  $S - \sigma$  ad  $S$  per la prima equazione che corrisponde alla partenza e  $S + \sigma$  per quella che corrisponde all'arrivo.

Avremo:

$$P \sin \beta - P' \sin \beta' + pH + K = S - \sigma \quad (1)$$

$$P \sin \beta' - P' \sin \beta - pH + K = S + \sigma \quad (2)$$

e sostituendo per  $S$  il suo valore già trovato al paragrafo 2:

$$P \sin \beta - P' \sin \beta' + pH + K = \frac{(P - P')H}{L} + K - \sigma$$

$$P \sin \beta' - P' \sin \beta - pH + K = \frac{(P - P')H}{L} + K + \sigma$$

Dal sistema di queste due equazioni si ricavano subito i valori delle incognite  $\sin \beta$  e  $\sin \beta'$ , ottenendo:

$$\sin \beta' = \frac{H}{L} + \frac{p}{P + P'} H + \frac{\sigma}{P + P'}$$

$$\sin \beta = \frac{H}{L} - \frac{p}{P + P'} H - \frac{\sigma}{P + P'}$$

che differiscono (vedi paragrafo 2) da  $\alpha'$ , ed  $\alpha$ , della quantità  $\frac{\sigma}{P + P'}$ , la quale va in aumento all'ultima rampa, rendendola di maggior pendenza, e in diminuzione alla prima, rendendola meno acclive.

Ora si scorge subito quale modificazione bisogna apportare al profilo per ottenere l'effetto desiderato: basta diminuire le ordinate  $y_1$  e  $y'_1$  della stessa quantità  $\frac{1}{2} s \frac{\sigma}{P + P'}$  e tracciare le parallele ai lati intermedi del poligono.

Nella fig. 84 vedesi eseguito tale spostamento: il profilo a tratto forte che ivi è disegnato è quello finale, che potremo chiamare *profilo di equilibrio ad avviamento spontaneo*, giacchè per le condizioni cui esso soddisfa, il meccanismo si pone in moto da sè in principio della corsa.

Inutile aggiungere che tal mezzo è adattabile sì per ferrovie funicolari a motrice fissa che per impianti automotori. Beninteso che pel primo caso i treni si avvieranno spontaneamente se sussisterà la relazione:

$$\sigma \leq S.$$

Si noti che l'aver posto per condizione che lo sforzo in fin di corsa risultasse superiore a quello necessario allo stato di regime, oltre a facilitare la soluzione del problema, crea ancora un vantaggio dal lato meccanico, se trattasi di impianti automotori. Infatti a fin di corsa la forza viva dei treni supplirà alla deficienza dello sforzo, ed il sistema andrà rallentando la velocità sino a fermarsi automaticamente al punto di stazione, senza bisogno di esser frenato.

Invece per impianti a motore fisso si trova che questo per mantenere la velocità costante dovrebbe dare in fin di corsa uno sforzo maggiore, o almeno andare a carico normale, ciò che obbligherebbe a chiudere l'ammissione del vapore o dell'acqua nel momento preciso in cui i treni toccano gli estremi della corsa, a costo di veder nascere degli inconvenienti, che bisognerebbe prevenire con costosi impianti di respintori o altro. Perciò nel caso di impianto fisso non si consiglia di applicare il profilo ad avviamento spontaneo, così come ora si è studiato.

Se nelle equazioni (1) e (2) di questo paragrafo alla (2) si sostituisce l'altra:

$$P \sin \beta - P' \sin \beta - pH + K = S$$

si trova:

$$\sin \beta = \sin \alpha - \sigma \frac{P}{P^2 - P'^2}$$

$$\sin \beta' = \sin \alpha' - \sigma \frac{P'}{P^2 - P'^2}$$

E se si volesse che tanto a principio come alla fine della corsa lo sforzo venisse diminuito di  $\sigma$ , si avrebbe:

$$\sin \beta = \sin \alpha - \frac{\sigma}{P - P'}$$

$$\sin \beta' = \sin \alpha' - \frac{\sigma}{P - P'}$$

Nell'uno e nell'altro caso i lati intermedi del poligono non subirebbero come prima uno spostamento parallelo; tuttavia sarà bene tener nota di queste relazioni quando si volesse adottare il profilo teorico per la parte centrale e raccordarlo convenientemente colle rampe estreme. Alcuni tentativi col diagramma di trazione, che abbiamo appreso a tracciare nel Capo I, meneranno spesse volte a una soluzione che, pur non presentando la convenienza massima della teorica, potrebbero soddisfare insieme a varie condizioni, con una sufficiente regolarità nell'esercizio.

Nella fig. 84 sono riprodotte sul diagramma le modificazioni provenienti dallo spostamento del profilo. Si comprende subito che tali modifiche possono anche farsi sino alla ordinata  $y_3$  quando il solo primo lato  $\frac{1}{2} s$  non si consideri sufficiente a dare la forza viva necessaria con un valore non eccessivo di  $\sigma$ .

8. — Per le funicolari a contrappeso d'acqua l'avviamento spontaneo si può anche procurare aggiungendo al carico motore una quantità d'acqua supplementare  $Q'$ . Se si vuole che il meccanismo acquisti lungo lo spazio  $l$  la velocità  $v_1$ , dovrà sussistere la relazione:

$$Q' l \sin \alpha'_1 = \frac{1}{2g} (P + P' + pL + Z + Q') v^2$$

dove  $\alpha'_1$  è, come già si sa, la rampa estrema al punto più elevato del profilo e  $Z$  ha il significato che le abbiamo assegnato al principio del paragrafo precedente.

Risulterà:

$$Q' = \frac{P + P' + pL + Z}{2gl \sin \alpha'_1 - v^2}$$

Tale quantità di acqua dovrà poi subito venire erogata, appena compiuto il percorso  $l$ , per evitare che imprima al treno un'accelerazione che potrebbe far crescere la velocità oltre i limiti assegnati.

Ma, d'altra parte, non sarà facile erogare tutto ad un tratto la quantità di acqua  $Q'$ : si potranno perciò disporre le cose in modo che essa venga erogata uniformemente lungo lo stesso percorso  $l$ . In tal caso la  $Q'$  risulterà dalla relazione:

$$\text{sen } \alpha', \int_0^l q \, ds = \frac{1}{2g} (P + P' + pL + Z) v^2 + \frac{1}{g} \int_0^v q \, v \, dv,$$

in cui:

$$q = Q' - Q' \frac{s}{l} = Q' - Q' \frac{v_1}{v}.$$

Integrando si ha:

$$\frac{1}{2} Q' l \text{sen } \alpha' = \frac{1}{2g} (P + P' + pL + Z + \frac{1}{3} Q' l) v^2.$$

Trascurando la  $Q'$  nel 2° termine rispetto a quantità molto più grandi, si trova che, a parità di condizioni, è necessario con questo secondo sistema, o un doppio volume d'acqua, o uno spazio doppio per raggiungere la stessa velocità  $v$ .

Esattamente dall'ultima relazione si avrebbe:

$$Q' = \frac{Q + P' + pL + Z}{gl \text{sen } \alpha' - \frac{1}{3} v^2}.$$

9. — Delle volte il profilo teorico mal si adatta al terreno perchè poco incurvato: allora se ne potrà aumentare la curvatura adottando un cavo di peso maggiore, cioè di sezione superiore a quella risultante dal calcolo in base alla tensione cui viene ad essere assoggettato. Si vede subito che così facendo aumenta il seno degli angoli al di là dell'incrocio e diminuisce quello degli angoli al di qua dell'incrocio stesso, giacchè i primi hanno per espressione:

$$\text{sen } \alpha' = \frac{H}{L} + \frac{p}{P + P'} h$$

e gli altri:

$$\text{sen } \alpha = \frac{H}{L} - \frac{p}{P + P'} h.$$

Viceversa, se il cavo è più leggero, il profilo diventa meno incurvato, sino che per  $p = 0$  il profilo di equilibrio diventa rettilineo.

Delle altre volte si potrà solo in parte adottare il profilo teorico; per la necessità di toccare dei punti obbligati si dovranno sostituire altre livellette a quelle che risultano dal calcolo. In tal caso, eseguendo il diagramma dello sforzo motore, questo non sarà limitato da una retta, ma da una spezzata, che ora supererà, ora rimarrà al disotto della traccia teorica, come mostra la fig. 85, in cui  $ABDFC$  è tale traccia.

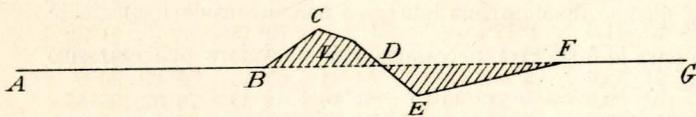


Fig. 85.

Evidentemente lungo il tratto  $BD$  vi è deficienza di sforzo, lungo  $DF$  esuberanza. Se si volesse conservare la velocità uniforme di regime, bisognerebbe nel primo tratto disporre una forza supplementare e nell'altro far uso di una forza ritardatrice come quella dei freni. Se non ricorreremo ad alcuno di questi mezzi, la velocità, che era  $V$  in  $B$ , diventerà  $V_1$  in  $D$ , secondo la relazione:

$$\frac{M}{2g} (V^2 - V_1^2) = L \quad (1)$$

dove s'indica con  $M$  il peso di tutti i congegni che si muovono,  $L$  lavoro deficiente, che ci è dato dall'area  $BCD$  misurata alla scala del disegno per ridurre la superficie in chilogrammetri. Data la  $V$ , si potrà calcolare la  $V_1$ . Da  $D$  in  $F$  la

velocità si andrà accelerando. Ora se l'area  $DEF$  è uguale a quella  $BCD$ , la velocità  $V_1$  nel punto  $F$  risulterà uguale alla  $V$  e il meccanismo riprenderà il moto di regime. Sarà invece minore se minore è l'area  $DEF$  rispetto alla  $BCD$  e maggiore se viceversa.

Se il sistema è automotore, ogni volta che si verifica diminuzione di sforzo, sarà necessario calcolare se la forza viva del treno nel punto in cui ha origine tale deficienza sia o meno sufficiente non solo a impedire l'arresto del treno, ma a conservargli una certa velocità. La (1) risolta rispetto a  $V_1$  dà:

$$V_1 = \sqrt{V^2 - 2g \frac{L}{M}}.$$

Che se risultasse:

$$V_1 < 0$$

i treni si arresterebbero: in tal caso, e anche quando  $V$  risultasse troppo esigua, bisognerebbe modificare il profilo.

Potenza, agosto 1896.

Ing. FILIPPO TAJANI.

### FISICA TERRESTRE

#### DETERMINAZIONE SPERIMENTALE DELLA DIREZIONE D'UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME DALL'ORIENTAZIONE DEL MAGNETISMO DA ESSO INDOTTO.

Risultati delle misure fatte dal dottor G. FOLGHERAITER (1).

In una Nota precedente (2) ho stabilito il metodo di misura della distribuzione del magnetismo libero in determinati oggetti, ed il modo di dedurre dalle misure l'orientazione del loro asse magnetico: espongo ora i risultati avuti.

1. Mi sono costruito una serie di cilindri cavi di diametro esterno e spessore uguali; le altezze rispettive variano tra mm. 22,7 e mm. 117, ciò che corrisponde da poco più di un terzo del diametro a circa il doppio, essendo esso uguale in media a mm. 58,8.

Tutti i cilindri furono disposti entro il forno in modo, che il loro asse durante la cottura rimanesse verticale: naturalmente le loro dimensioni furono prese dopo la cottura.

L'ago dell'intensimetro di forma anulare aveva il diametro di millimetri 22, e la distanza del suo centro dal punto più avvicinato dell'oggetto, che si faceva poggiare contro la lastrina di ottone, come è stato esposto nella Nota citata, era costantemente eguale a mm. 25,5.

I risultati ottenuti sono riassunti nella tabella I, dove la 1ª colonna dà il numero progressivo dei cilindri in ordine della loro altezza; la 2ª colonna ne dà l'altezza relativa; la 3ª l'inclinazione del loro asse magnetico *calcolata* in base alla quantità di magnetismo libero trovato nei quattro punti della sezione normale; la 4ª colonna dà l'inclinazione *ridotta*, coll'immaginare cioè riunito il magnetismo nei quattro punti della sezione normale e col togliere all'azione complessiva di ciascun cilindro, quando è avvicinato uno dei quattro punti, quella dovuta agli altri tre secondo la formola (1) della Nota già citata; la 5ª colonna dà la differenza tra i valori della 4ª e l'inclinazione del campo magnetico terrestre, che ha prodotto la magnetizzazione.

TABELLA I.

Oggetti	Altezza	Inclinazione dell'asse magnetico		Differenza tra l'inclinazione ridotta e quella del campo
		calcolata	ridotta	
	mm.			
1	22,7	62° 32'	73° 57'	+ 16° 17'
2	24,0	63 0	73 38	15 58
3	27,5	64 20	72 55	15 15
4	28,0	66 25	74 25	16 45
5	41,0	67 55	72 15	14 35
6	51,8	67 50	70 30	12 50
7	55,0	67 40	69 45	12 5
8	92,5	69 39	68 59	11 19
9	104,5	69 50	68 51	11 11
10	117,0	69 50	68 30	10 50

(1) *Atti della R. Accademia dei Lincei*, settembre 1896.

(2) Vedi *Ingegneria Civile*, anno corrente, fasc. di agosto, pag. 124.

2. Mi sono costruito un'altra serie di cilindri cavi, tutti a press'a poco della stessa altezza e spessore, ma di diametro esterno diverso. La cottura degli oggetti e le misure sulla distribuzione del magnetismo libero furono fatte nelle identiche condizioni di prima.

I risultati avuti sono raccolti nella seguente tabella:

TABELLA II.

Oggetti	Altezza	Diametro	Inclinazione dell'asse magnetico		Differenza tra la inclinazione ridotta e quella del campo
			calcolata	ridotta	
	mm.	mm.			
A	104,5	57,4	69° 50'	68° 51'	+ 11° 11'
B	100,0	71,5	65 10	65 10	7 30
C	107,5	73,5	63 50	64 14	6 34
D	105,2	86,1	62 55	64 6	6 26
E	98,5	91,7	62 40	63 51	6 11
F	106,0	92,9	62 30	63 41	6 1
G	104,0	111,0	62 17	63 53	6 13

Dall'esame di queste due tabelle si deduce:

Che tanto l'inclinazione calcolata quanto quella ridotta risultano sempre più grandi dell'inclinazione del campo. In cilindri poco alti la differenza tra l'inclinazione calcolata e quella del campo sono relativamente piccole: invece le differenze tra l'inclinazione ridotta e quella del campo sono assai grandi. A seconda che cresce la lunghezza dei cilindri, rimanendo costante il loro diametro, i valori dell'inclinazione calcolata e ridotta si avvicinano e per una determinata lunghezza diventano eguali. Per lunghezze maggiori l'inclinazione ridotta risulta un po' minore di quella calcolata, e le sue differenze dall'inclinazione del campo variano pochissimo.

In cilindri sufficientemente lunghi rispetto alla distanza, a cui si colloca l'oggetto dall'ago ed alle dimensioni di questo, le differenze tra l'inclinazione ridotta e quella del campo vanno successivamente diminuendo al crescere del diametro, dapprima rapidamente, ma poi molto lentamente (1); sicchè sembra probabile, che in cilindri di dimensioni diverse, purchè sufficientemente lunghi e di diametro abbastanza grande, le differenze tra le due inclinazioni si conservino pressochè eguali, almeno entro i limiti degli errori possibili.

Questa conclusione è importante, perchè mostra, che con opportune correzioni si può con sufficiente approssimazione dedurre in base alla distribuzione apparente del magnetismo libero la direzione, in cui ha agito la forza magnetizzante; ma nel medesimo tempo le differenze assai marcate tra l'inclinazione del campo e quella del magnetismo indotto fanno vedere, che l'ipotesi stabilita per dedurre dalle misure la direzione dell'asse magnetico è sempre difettosa, si contemplino o no le azioni delle varie parti dei cilindri. Secondo quell'ipotesi si considerano i quattro punti della sezione normale come quattro poli, di cui i due massimi dovrebbero dare la somma di due magnetismi omonimi, ed i due minimi la somma di magnetismi opposti. Ora, mentre nelle calamite comuni le azioni del magnetismo libero dei vari punti influiscono per ragione di simmetria egualmente sui due estremi, che vengono considerati come poli, qui, quando si avvicina all'intensimetro un massimo, oltre la sua azione si misura quella dei punti prossimi, la cui intensità è minore, e va diminuendo colla loro distanza; invece, quando all'intensimetro si avvicina un minimo, alla propria azione si aggiunge quella dei punti prossimi, che è maggiore, e che va aumentando colla loro distanza. Per conseguenza il valore  $\varphi$  dei massimi non viene modificato, nello stesso rapporto che il valore  $\varphi'$  dei minimi, ma in rapporto minore, e quindi per la componente orizzontale si ha un valore  $\varphi - \varphi'$  diminuito, e per la componente verticale un valore  $\varphi + \varphi'$  aumentato, e l'inclinazione dell'asse magnetico dedotta dal rapporto  $\frac{v}{h}$ , secondo l'ipotesi fatta, riuscirà tanto più grande dell'inclinazione del campo, quanto più sarà diverso il rapporto, nel quale il magnetismo libero dei vari punti influirà sul valore dei massimi e dei minimi, ossia quanto più rapidamente cresce o diminuisce l'intensità magnetica da

(1) Nelle mie ricerche non ho esaminato cilindri di diametro maggiore di 11 cm. per la ragione che i vasi antichi, nei quali dovrò studiare la distribuzione del magnetismo, non hanno basi di diametro di molto maggiore; e del resto oggetti più grandi non avrei potuto cuocerli nel mio forno che in posizione verticale, mentre che per compiere il mio studio era necessario disporli in diverse orientazioni, come verrà in seguito esposto.

punto a punto, o in altre parole quanto più piccolo è il diametro dei cilindri e quanto più grande è la differenza tra i valori dei massimi e dei minimi.

3. Ho studiato quale sia la precisione, colla quale si arriva a determinare la direzione del campo magnetico inducente dalla direzione del magnetismo indotto, quando i cilindri d'argilla vengano cotti in diverse orientazioni; a tale scopo li ho disposti entro il forno sopra un piano, che poteva essere tenuto a volontà più o meno inclinato per mezzo di piccoli cunei di argilla cotta.

Per poter mettere in relazione l'inclinazione del magnetismo indotto negli oggetti coll'inclinazione del loro asse geometrico rispetto alla direzione del campo magnetico terrestre, ho stabilito di esprimere l'inclinazione dei medesimi dall'angolo formato dal loro asse geometrico con un piano inclinato di 32° 20' sull'orizzonte e disposto in modo, che la normale ad esso sia parallela alla direzione del campo magnetico terrestre; di più ho calcolato l'inclinazione dell'asse magnetico degli oggetti mediante i valori della componente verticale del magnetismo indotto presa nel senso dell'asse geometrico e della componente orizzontale presa in senso ad esso normale (1). In tal modo l'orientazione degli oggetti e l'inclinazione della forza magnetizzante rispetto ai medesimi sono espresse dallo stesso angolo  $\alpha$  (2), ed eguale a questo stesso angolo dovrebbe pure risultare l'inclinazione del magnetismo indotto, se questa potesse venire calcolata in base alla vera distribuzione del magnetismo.

Nelle seguenti due tabelle sono riuniti i risultati avuti dalle misure fatte su cilindri cavi di egual diametro, ma di altezze diverse. I numeri della prima colonna corrispondono ad oggetti di già studiati nella tabella I; nelle altre colonne della tabella III è notata l'inclinazione calcolata del magnetismo indotto, quando l'asse geometrico dei cilindri aveva durante la cottura le diverse inclinazioni  $\alpha$ ; nella tabella III bis si hanno le corrispondenti inclinazioni dell'asse geometrico ridotte.

TABELLA III.

Oggetti	Altezza	$\alpha =$					
		0°	23°	40°	57° 40'	76°	90°
	mm.						
5	41,0	1° 12'			67° 55'		91° 38'
6	51,8	1 12		51° 34'	67 50		91 20
7	55,0	1 48	30° 45'	51 25	67 40	78° 40'	90 0
8	92,5	- 0 21	31 0	52 15	69 39	79 0	88 56
10	117,0	- 1 26	32 0	53 20	69 50	79 45	89 2

TABELLA III bis.

Oggetti	Altezza	$\alpha =$					
		0°	23°	40°	57° 40'	76°	90°
	mm.						
5	41,0	1° 12'			72° 15'		91° 38'
6	51,8	1 12		55° 2'	70 30		91 20
7	55,0	1 48	33° 33'	54 24	69 45	79° 47'	90 0
8	92,5	- 0 21	30 7	51 16	63 59	78 37	88 56
10	117,0	- 1 26	30 14	51 24	68 30	79 2	89 2

Nelle seguenti due tabelle sono riuniti i risultati avuti operando su cilindri press'a poco della stessa altezza, ma di diametro diverso; le lettere della colonna 1<sup>a</sup> corrispondono ad oggetti già studiati nella tabella II. Nelle altre colonne della tabella IV è notata l'inclinazione calcolata dell'asse magnetico dei vari cilindri, quando questi erano stati posti col loro asse geometrico durante la cottura nelle diverse inclinazioni  $\alpha$ ; nella tabella IV bis poi sono date le corrispondenti inclinazioni dell'asse magnetico ridotte.

(1) Questa modificazione, a quanto fu esposto nella Nota antecedente per il calcolo dell'inclinazione dell'asse magnetico, non ne altera punto le conclusioni.

(2) Si ha un'inclinazione dell'oggetto = 0°, quando esso poggia con una generatrice sul piano inclinato di 32° 20', ed il suo asse geometrico si trova nel piano del meridiano magnetico; l'inclinazione  $\alpha$  dell'oggetto è 57° 40' se il suo asse è verticale,  $\alpha = 90°$  se l'asse geometrico è normale al piano inclinato di 32° 20' sull'orizzonte, e quindi sta nella direzione del campo magnetico terrestre. L'inclinazione della forza induttrice rispetto agli oggetti viene espressa dagli stessi angoli.

TABELLA IV.

Oggetti	Altezza	Diametro	$\alpha =$					
			0°	24°	39°	57° 40'	76° 30'	90°
A	104,5	57,4	- 0° 27'	33° 0'	51° 20'	69° 50'	79° 45'	89° 2'
C	107,5	73,5	+ 0 41	28 50	47 35	63 50	78 57	88 44
F	106,0	92,9	- 1 12	28 30	45 25	62 30	77 51	91 16
G	104,0	111,0	+ 0 55	26 10	42 40	62 17	77 7	91 18

TABELLA IV bis.

Oggetti	Altezza	Diametro	$\alpha =$					
			0°	24°	39°	57° 40'	76° 30'	90°
A	104,5	57,4	- 0° 27'	31° 12'	49° 22'	68° 51'	79° 2'	89° 2'
C	107,5	73,5	+ 0 41	30 6	48 5	64 14	79 8	88 44
F	106,0	92,9	- 1 12	29 46	46 54	63 41	78 26	91 16
G	104,0	111,0	+ 0 55	27 46	44 40	63 53	77 57	91 18

Dall'esame delle tabelle III e IV risulta che le differenze tra il valore dell'inclinazione della forza induttrice e quello dell'asse magnetico degli oggetti è molto piccola nei casi in cui l'inclinazione del campo è 0° o 90°: esse sono ora positive, ora negative. Non posso qui riportare tutte le misure che hanno servito per fare i calcoli: mi basta solo accennare che, nel caso in cui l'inclinazione del campo è 0°, si hanno nei quattro punti della sezione normale quattro massimi, due massimi nord agli estremi della generatrice rivolta verso il basso, che poggiava cioè sul porta-oggetti, e due massimi sud agli estremi dell'altra generatrice determinante la sezione normale. Tanto sulla base superiore che sull'inferiore perciò vi è un polo nord ed un polo sud, e la linea neutra non si discosta generalmente che di poco dal diametro perpendicolare alla sezione normale.

Per dare un esempio del modo come varia l'intensità magnetica sopra ciascuna delle due basi, porto sopra un diagramma i valori ottenuti dall'esame dell'oggetto n. 10, dopo che era stato collocato entro il forno coll'inclinazione dell'asse geometrico eguale a zero. La prima curva si riferisce alla base inferiore, la seconda alla base superiore.

Le ordinate danno l'intensità magnetica dei vari punti; le positive indicano magnetismo nord, le negative magnetismo sud; le ascisse

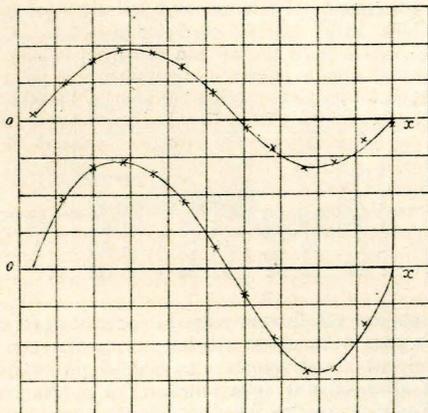


Fig. 86.

danno lo spostamento angolare dei vari punti partendo dalla linea neutra.

Nelle due curve le ordinate corrispondenti alla medesima ascissa danno i due valori dell'intensità magnetica agli estremi d'una stessa generatrice.

Si vede che nei punti corrispondenti delle due basi si ha la stessa specie e, press'a poco, la stessa quantità di magnetismo, e che i punti massimi e minimi delle curve si corrispondono perfettamente. In ambedue i casi si ha un'area maggiore per il magnetismo nord che per quello sud, ed anche i quattro massimi non hanno intensità assolute eguali, ma, come nell'esempio riportato, quasi sempre i massimi nord sono più intensi dei massimi sud; ciò è con molta probabilità dovuto

al magnetismo temporaneo indotto dalla Terra che, per la disposizione dell'oggetto rispetto all'ago durante la misura, rinforza il magnetismo nord ed agisce in senso contrario a quello sud. Ma nel calcolo delle componenti esso non porta alcuna influenza; di fatto la componente verticale è data dalla differenza dei due massimi nord o dei due massimi sud, e quella orizzontale dalla differenza tra un massimo nord ed uno sud; per cui sempre l'azione del magnetismo temporaneo viene eliminata.

È evidente anche che i 4 punti della sezione normale per ragione di simmetria dovrebbero essere influenzati press'a poco nello stesso rapporto dall'azione del magnetismo libero dei punti a loro vicini; per cui non esistono in questo caso, o sono assai piccoli gli errori dipendenti dalle azioni di questi, ed il valore delle componenti del magnetismo indotto è indipendente dall'inesattezza del metodo che dà i valori di  $\varphi$  e  $\varphi'$ . Esclusa tale causa d'errore, le differenze dal valore 0° dipendono dalle irregolarità nella forma degli oggetti, dall'incertezza nel collocarli nella dovuta posizione per la cottura e avanti all'intensimetro e dagli errori di lettura. Ci possiamo così pure formare un criterio dell'errore, che nelle diverse orientazioni dei vari oggetti è dovuto esclusivamente al metodo adoperato per la determinazione del magnetismo libero, errore che, come risulta dalle tabelle, è considerevolmente più grande di quello dovuto alle altre cause sommate assieme, specialmente quando l'inclinazione è molto diversa da 0° o 90°.

Anche quando l'asse dei cilindri è parallelo alla direzione del campo, e l'inclinazione perciò è 90°, i quattro punti della sezione normale vengono influenzati dai punti vicini press'a poco nello stesso modo: di fatto, studiando gli oggetti all'intensimetro si trova in questo caso un polo unico per base, e la quantità di magnetismo libero nei vari punti della periferia è press'a poco quasi sempre eguale, sicché si può immaginare che il cilindro sia costituito da una serie di calamite disposte una vicina all'altra coi loro assi paralleli e coi poli d'intensità eguale. Se in questo caso quindi si riportano sopra un diagramma i valori dell'intensità ottenuti nei diversi punti delle due basi, si hanno due linee parallele, o quasi, all'asse delle ascisse (fig. 87), una colle ordinate positive, corrispondente alla polarità nord

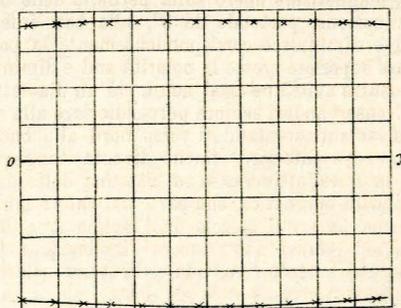


Fig. 87.

della base inferiore, l'altra colle ordinate negative corrispondente alla polarità sud della base superiore. Il diagramma qui unito dà la distribuzione del magnetismo libero sopra le due basi del cilindro n. 7, quando esso è stato collocato durante la cottura col proprio asse nella direzione del campo magnetico terrestre.

Il valore della componente orizzontale del magnetismo indotto dato da  $\varphi - \varphi'$  è naturalmente zero o assai vicino a zero. Talvolta però si verificano dei casi in cui la quantità di magnetismo libero non è costante nei diversi punti della periferia delle due basi, e apparentemente sembra che la componente orizzontale abbia un valore abbastanza grande; ma in questi casi i massimi sono disposti agli estremi di una generatrice ed i minimi agli estremi dell'altra generatrice, che determinano la sezione normale, ed i cilindri si comportano, come se fossero costituiti da calamite perfette, una vicina all'altra, tutte coi loro assi paralleli, ma coi poli d'intensità, che varia regolarmente, seguendo il cammino della periferia, da un massimo ad un minimo e viceversa; sicché se la componente orizzontale si deduce dalla media dei due valori di  $\varphi - \varphi'$  ottenuti sulle due basi, il valore suo diventa assai piccolo, e l'inclinazione dell'asse magnetico risulta circa 90°.

Riporto come esempio le misure sulla distribuzione del magnetismo libero avute esaminando il cilindro G della tabella IV, dopo che fu cotto coll'asse geometrico nella direzione del campo magnetico terrestre. I numeri della 1ª riga danno le intensità alla base superiore partendo da un punto della sezione normale: quelli della 2ª riga danno le intensità alla base inferiore partendo dallo stesso punto, sicché i numeri corrispondenti delle due righe danno l'intensità agli estremi di una stessa generatrice.

TABELLA V.

Sud.												
-	17,0	16,6	16,6	16,1	14,2	12,2	10,3	10,5	11,9	14,0	15,7	16,6
Nord.												
+	15,5	15,4	15,0	14,0	12,0	11,0	10,0	10,5	11,0	11,2	12,0	14,0

Si vede bene come la differenza d'intensità nei vari punti di ciascuna periferia è molto marcata, ma che agli estremi di ogni generatrice l'intensità varia press'a poco nel medesimo modo, e se si calcola l'inclinazione dell'asse magnetico determinando il valore delle componenti dalla media dei valori di  $\varphi$  e  $\varphi'$  ottenuti sulle due basi si ha  $91^{\circ} 18'$ , giacchè la

componente orizzontale:

$$= \frac{15,5 - 10,0 + (-17,0) - (-10,3)}{2} = -0,6;$$

componente verticale:

$$= \frac{15,5 - (-17,0) + 10,0 - (-10,3)}{2} = +26,4.$$

Ma se per la forma speciale di un oggetto non si potessero avere le misure sulla distribuzione del magnetismo libero su ambedue le basi e si dovesse calcolare l'inclinazione magnetica colle misure fatte sopra una sola di esse, evidentemente si correrebbe il rischio di ottenere per l'inclinazione dell'asse magnetico un risultato assai diverso dal vero. Di fatto, supponendo date dalla tabella V, solamente o le misure sul polo nord o quelle sul polo sud, si ricaverebbero rispettivamente come valori dell'inclinazione dell'asse magnetico:

$$\text{arc tang } \frac{15,5 + 10,0}{15,5 - 10,0} = 77^{\circ} 50' \quad \text{e} \quad \text{arc tang } \frac{17,0 + 10,3}{17,0 - 10,3} = 76^{\circ} 13'.$$

Questo esempio mostra quanto poco si possa fidarsi delle misure fatte su di una sola base dei cilindri per calcolare l'inclinazione del loro asse magnetico.

\*

Quando l'asse dei cilindri viene disposto durante la cottura in una inclinazione diversa da  $0^{\circ}$  o  $90^{\circ}$ , varia colla sua posizione anche la distribuzione del magnetismo libero sulla periferia delle due basi. Al crescere dell'inclinazione, partendo da  $0^{\circ}$ , alla base inferiore cresce la polarità nord e diminuisce corrispondentemente la polarità sud; viceversa alla base superiore cresce la polarità sud e diminuisce quella nord: la linea neutra sulle due basi non è più un diametro, ma una corda, la quale, conservandosi sempre perpendicolare alla sezione normale, va successivamente spostandosi verso nord alla base superiore e verso sud alla base inferiore, finchè diventa tangente alle due periferie. Si ha in quest'ultimo caso su ciascuna delle due basi unicamente una polarità magnetica, che parte dal valore minimo eguale a 0 fino ad un massimo, e il calcolo dà l'inclinazione dell'asse magnetico eguale a  $45^{\circ}$ . Aumentando ancora l'inclinazione dell'oggetto, il minimo va successivamente crescendo colla stessa polarità del massimo fino a che a  $90^{\circ}$ , come è stato già notato, si ha una intensità uniforme, ma di segno contrario sulle due basi.

Porto sopra i qui uniti diagrammi i valori dell'intensità nei vari punti della periferia delle due basi, trovati per l'oggetto A. Essi corrispondono alle inclinazioni dell'asse magnetico di  $33^{\circ}$  (fig. 88),  $51^{\circ} 20'$  (fig. 89) e  $69^{\circ} 50'$  (fig. 90). (L'inclinazione dell'asse geometrico durante la cottura era nei tre diversi casi di  $24^{\circ}$ ,  $39^{\circ}$  e  $57^{\circ} 40'$ : vedi tabella IV). Le curve sono tracciate colle norme date per i diagrammi antecedenti.

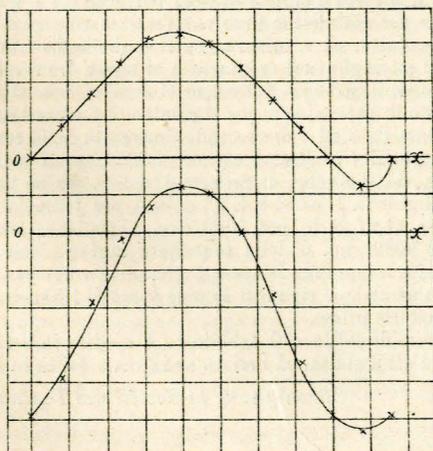


Fig. 88.

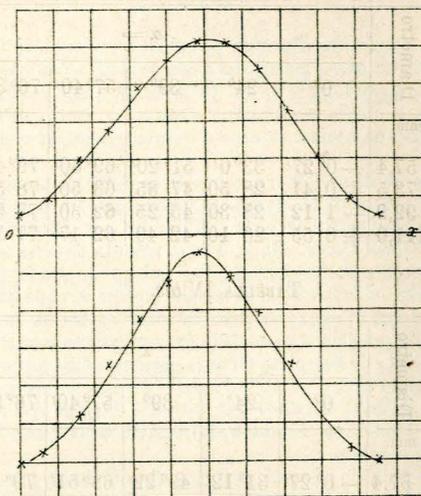


Fig. 89.

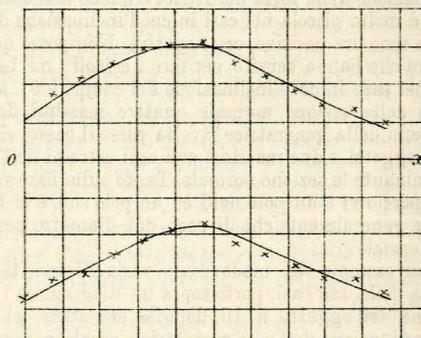


Fig. 90.

Si vede che nella fig. 88 esistono ancora su ciascuna base le due polarità sud e nord, ma d'intensità molto diversa; al massimo nord della base inferiore corrisponde il minimo nord della base superiore, ed al minimo sud della base inferiore corrisponde il massimo sud della base superiore; ma le linee neutre non si corrispondono più. Nella fig. 89 alla base inferiore è sparita completamente la polarità sud, ed alla base superiore è sparita la polarità nord; nella fig. 90 le curve sono molto meno pronunciate, perchè la distribuzione del magnetismo è già più uniforme; ma anche nelle fig. 89 e 90 si vede ancora chiaramente, come al massimo e minimo di una base corrispondano il minimo e massimo dell'altra.

Per completare l'esame delle tabelle III e IV, faccio osservare che al crescere dell'inclinazione degli oggetti va pure successivamente crescendo la differenza tra l'inclinazione del campo e quella dell'asse magnetico; si ha un massimo a  $45^{\circ}$ , e poi la differenza diminuisce fino a  $90^{\circ}$ , ed ho di già fatto notare come queste differenze siano dovute in grandissima parte all'azione dei punti prossimi ai massimi ed ai minimi che ne alterano in rapporto diverso la misura dell'intensità. Qualunque sia del resto l'orientazione nella quale sono stati calamitati durante la cottura tanto gli oggetti di eguale diametro ma di altezze diverse, quanto gli oggetti di eguale altezza, ma di diametro diverso, valgono le stesse considerazioni che sono state dedotte dall'esame delle tabelle I e II.

Le tabelle III bis e IV bis danno l'inclinazione *ridotta* corrispondente all'inclinazione *calcolata* delle rispettive tabelle III e IV; si scorge che il calcolo dell'inclinazione ridotta porta a dei risultati poco diversi, quando si tratta di oggetti di dimensioni abbastanza grandi rispetto alla distanza a cui vengono posti dall'ago e alla grandezza di questo. E ciò è anche naturale per la legge secondo la quale il magnetismo agisce colla distanza. I valori poi corrispondenti ad  $\alpha = 0^{\circ}$  ed  $\alpha = 90^{\circ}$  non sono stati neppure ridotti per le considerazioni più sopra esposte.

(Continua).

## NOTIZIE

**La nuova condotta d'acqua potabile per la città di Grosseto.**

— La città di Grosseto inaugurava con grande solennità l'11 giugno scorso la nuova condotta d'acqua potabile, la quale reca sommo beneficio igienico a quella popolazione situata in mezzo alla Maremma. Riportiamo alcune notizie intorno a questa grandiosa opera di risanamento.

Grosseto, sede di prefettura, conta circa 8000 abitanti, e per la sua posizione nel centro della Maremma, aveva già fin dal 1871 iniziato opere di bonificazione per cura dell'illustre ing. Baccarini quando vi era capo del Genio Civile. Ma la buona volontà dovette allora piegare di fronte al problema finanziario, per cui quelle opere dovettero essere interrotte ed attendono di essere riprese e condotte a termine ancora al giorno d'oggi. Se però la lotta contro la malaria venne sospesa, quella per l'acqua potabile fu combattuta con strenuo valore e venne coronata da completa vittoria. Grosseto fino ad ora era fornita di mediocrissima acqua potabile in parte attinta da cisterne e in parte per mezzo di gallerie filtranti dal torrente Maiano con una condotta di 13 km. di tubi di terracotta verniciata internamente ed in piccola parte di tubi di ghisa.

Ma queste gallerie filtranti, costrutte fin dal 1872, non fecero buona prova, permettendo all'acqua del Maiano di passare nella tubazione tale e quale era nel torrente, cioè di rimanere colle qualità di poca potabilità con danno gravissimo della popolazione. Fu dunque nell'anno 1887 che la Società italiana per condutture d'acqua, quando già si sentiva vivamente il bisogno di altra acqua pura e fresca, fece la proposta alla città di Grosseto di eseguire una nuova condotta di acqua attingendola dalle falde del Monte Amiata. L'Amministrazione comunale, bene intenzionata nel voler soddisfare la generale aspettazione, accolse favorevolmente l'idea grandiosa espressa dalla Società italiana, e con lodevole prudenza tosto studiò il progetto finanziario per far fronte all'ingente spesa necessaria, ed ottenne il prestito di favore della Cassa depositi e prestiti con apposita Legge 26 luglio dell'anno 1888; quindi nominò una Commissione tecnica composta dei signori ingegneri Cuppari, Andreini, Luciani, Ponticelli e Corsini, affinché studiasse il progetto definitivo della condotta, che venne presentato nel 1891.

Dal 1892 al 1893 si fecero pratiche per l'espropriazione delle sorgenti e dei terreni che dovevano essere attraversati dalla condotta ed il 28 gennaio 1896 venivano consegnati i terreni alla Società assuntrice dei lavori.

Vi fu un dibattito e conseguente polemica intorno alla verniciatura dei tubi, ma si risolvette presto la questione, tanto che il 1° agosto del 1894 si cominciò la posa dei tubi di ghisa che durò sino all'aprile testè decorso.

**Particolari della condotta.** — Le sorgenti acquistate dal Comune sono quelle dette *Arbure*, che trovansi nel territorio di Casteldelpiano a 870 metri sul livello del mare nella vallata del Monte Amiata, che si eleva a circa 1734 metri.

Le analisi chimica e batteriologica delle sorgenti diedero un risultato soddisfacentissimo ritenendole di ottima qualità.

Dalle misure praticate si dedusse che nelle magre possono dare 71 litri al 1". Di questi, 63 litri sono allacciati e condotti nel locale di riunione donde parte la condotta.

Per ora dei 63 litri solo 21 litri al 1" vengono rimessi nella tubazione, che toccando i Comuni di Arcidosso, famoso per la fine tragica del profeta David Lazzaretti, di Ciugniano, di Roccalbenga, di Compagnatico e di Scansano, perviene a Grosseto dopo circa 51 km. di sviluppo, oltre a 7 km. di condotta interna della città.

I diametri dei tubi di ghisa variano da 19 cm. a 5 cm., provenienti dagli alti forni di Terni.

I punti di massima pressione capitano nei sifoni del torrente Ente e Zamona dove la condotta sopporta la pressione di 15 atmosfere. Onde evitare altre notevoli pressioni si praticarono otto pozzi di interruzione o di calma lungo la condotta, la quale arriva al serbatoio di Montorsoli, della capacità di 1060 m. c., col pelo d'acqua a 94,85 sul livello del mare, cioè col carico di oltre 8 atmosfere sopra Grosseto, che ha la soglia del Municipio a metri 12,40 sul mare. La tubazione dal serbatoio a Grosseto ha il diametro di 17 centimetri e mezzo.

Oltre al detto serbatoio, eseguito secondo le esigenze moderne, sono notevoli molte altre opere d'arte. Citiamo parecchie briglie, i muri di sostegno, i due soprapassaggi composti di travate in ferro sui torrenti Ente e Ribusieri, lunghe rispettivamente 16 e 5,30 metri, la doppia grande briglia di Melaccio, lunga 42 metri, i cunicoli per l'allacciamento delle sorgenti *Arbure*, *Croccolino* e *Casalone*, quest'ultima per la condotta secondaria di Batignano.

Devesi inoltre ricordare un magnifico ponte a travata parabolica gettato sul torrente Trasubbe della lunghezza di 41 metri e diversi ponti in muratura.

Per la città di Grosseto vennero assegnate 9 fontanelle, 6 abbeveratoi, 5 fontane a zampillo, 4 fontane di decorazione, una colonna per inaffiamento e 31 idranti per incendi.

Per la frazione Istia si posero 3 fontanelle, 2 abbeveratoi ed 1 lavatoio, e per quello di Batignano 3 fontanelle ed 1 abbeveratoio.

Sono in corso di esecuzione i lavori per dotare i pubblici macelli, le latrine, i lavatoi, ecc., della nuova acqua, come pure è di prossima attuazione il servizio dell'acqua potabile per i privati, per modo che dei 1728 metri cubi giornalieri si hanno oltre 1200 metri cubi per la popolazione.

La spesa totale della nuova condotta fu di 1 milione e 500 mila lire, per cui il costo medio di 1 metro lineare di condotta fu di circa lire 26.

Sia lode sincera dunque alla città di Grosseto e specialmente al sindaco Ponticelli e al direttore dei lavori ing. Tosini, i quali seppero condurre in porto un'opera così grandiosa e nello stesso tempo così umanitaria.

(*Ingegneria Sanitaria*)

Ing. SACCARELLI.

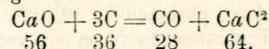
**Sulla fabbricazione del carburo di calcio.** — Le notizie pubblicate finora sulla fabbricazione del carburo di calcio sono in generale poco precise e spesso volte contraddittorie. Il *Journal of the American Chemical Society* pubblica una nota dei signori I. T. Morhead e S. de Chalmot, la quale contiene i rilievi fatti all'officina d'alluminio della Società Willson, a Spray, dove si fabbricò durante parecchi mesi carburo di calcio a titolo di saggio. Sono dati assai interessanti dal punto di vista della produzione dell'acetilene.

Il carburo di calcio può dare 365 litri di gas per chg., ma conviene di più produrre il carburo a 96,6%, il quale non dà che 309 litri per chg. I carburi ordinariamente fabbricati danno da 213 a 352 litri di gas per chg., a seconda del loro grado di purezza.

Con una corrente di 1700 ampères a 100 volts, corrispondente ad una potenza di 225 cavalli, si producono chg. 38,5 di carburo di calcio all'ora. La spesa per i soli carboni costituenti uno degli elettrodi è di 25 lire per tonnellata di carburo prodotto.

La media di 12 prove ha dato una produzione per cavallo di forza e nelle 24 ore di chg. 4,42 di carburo capace di dare 307 litri di gas per chg., il che corrisponde a 1357 litri di gas per cavallo di forza nelle 24 ore, mentre la cifra indicata più sopra corrisponderebbe a chg. 4,10 di carburo per cavallo di forza nelle 24 ore.

La reazione è la seguente:



Teoricamente occorrono adunque chg. 0,563 di calce, chg. 0,875 di carbone per ottenere un chg. di carburo di calcio; ma il carburo prodotto contiene sempre dell'ossido di calcio libero. Da una media di 10 esperienze è risultato doversi impiegare chg. 1,228 di calce e chilogrammi 0,837 di carbone per ogni chg. di carburo di calcio.

Aggiungiamo alcuni dati riportati dai giornali americani sulla fabbricazione del carburo al Niagara per mezzo di una forza motrice di 1000 cavalli, somministrata dalla Niagara Fall Power Company. La corrente alternata è prodotta a 2200 volts e vi è ridotta coi trasformatori a 110. L'impianto comprende 5 parti: la sala dei polverizzatori, quella dei forni, quella dei trasformatori, un magazzino per il carburo fabbricato ed un laboratorio.

Il coke e la calce sono mescolati nelle proporzioni di 100 chg. del primo e di 75 chg. della seconda, dopo di essere stati ridotti in polvere col mezzo dei rompitori Dodge e dei cilindri e passati al crivello. Il miscuglio dev'essere fatto molto intimo, dopo di che viene condotto ai forni per mezzo di trasporti elicoidali e di elevatori a tazze.

I forni sono nel piano superiore; ciascuno ha 4 crogiuoli capaci di 400 chg. di miscuglio. Gli elettrodi sono costituiti l'uno dal crogiuolo stesso e l'altro da un cilindro di carbone. Incominciasi a mettere nel crogiuolo una certa quantità di coke polverizzato e quindi si abbassa il carbone per stabilire il circuito e formare un arco ad alta temperatura; in seguito, ed a misura che il carbone diventa incandescente, si versa il miscuglio nel crogiuolo e si agita. La reazione chimica ha subito luogo, il carbone ed il calcio si combinano e si sviluppa ossido di carbonio il quale sfugge per il camino che sovrasta al forno. L'operazione dura da 3 ad 8 ore secondo l'intensità della corrente elettrica. Un miscuglio di 875 chg. di calce e di 565 chg. di carbone, in totale 1440 chg., dà 1000 chg. di carburo di calcio. Se ne producono 5 tonnellate al giorno. Il costo è di 23 dollari per tonnellata, che equivale a 133 od a 118 franchi per 1000 chg., secondochè trattasi della tonnellata di 9060 chg. o della tonnellata inglese. Non è ben detto se questo costo comprenda le spese tutte, ossia corrisponda al valore del costo commerciale, o riguardi le sole spese di fabbricazione, forza motrice e materie prime.

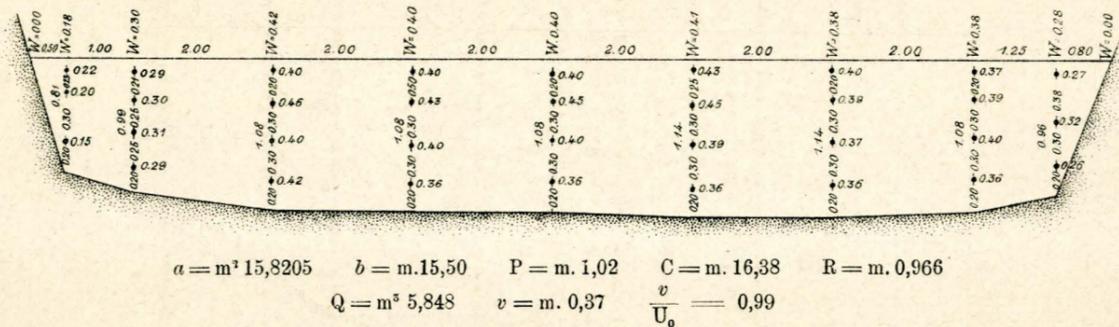
Il carburo di calcio così fabbricato è spedito in botti impermeabili all'aria ed all'umidità, ed inviato nella sua totalità in Pensilvania.

(*Chronique de la Société des Ingénieurs Civils*).

ERRATA-CORRIGE. — A pag. 133 di questo fascicolo, colonna 2ª, linea 3-4 a vece di *parallelogramma* leggesi *rettangolo*.

Fig. 1. — FUCINO: Canale collettore a m. 1900 dall'incile dell'emissario.

Idrometro m. 1,26 (L'idrometro ha lo zero a m. 0,21 sul fondo dell'emissario) 23 aprile 1894.



Idrometro m. 2,385.

Fig. 2. — FUCINO: Canale collettore a m. 500 dall'incile dell'emissario.

26 gennaio 1895.

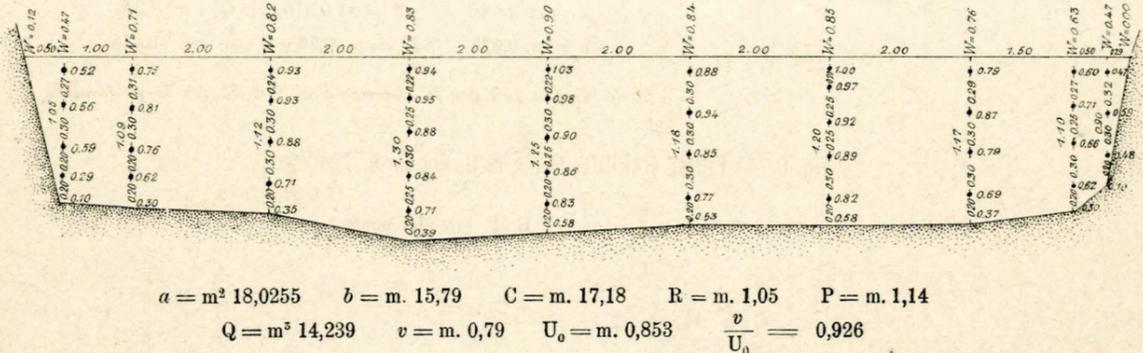


Fig. 3. — FIUME LIRI: a monte del Molino di Ceprano.

20 luglio 1893.

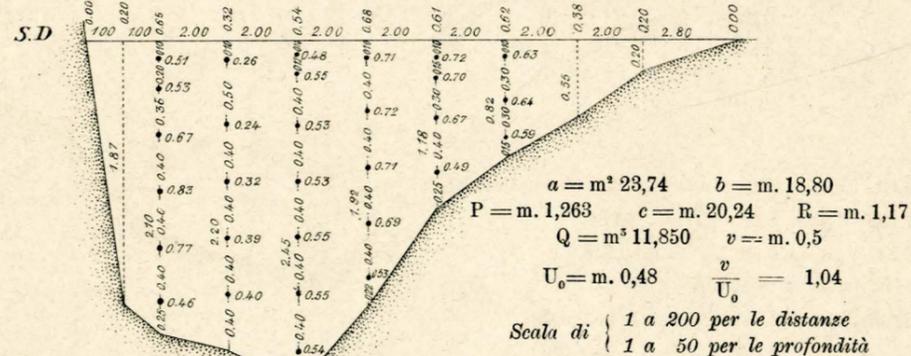


Fig. 4. — FIUME FIBRENO: Emissario del Lago di Posta.

17 luglio 1893.

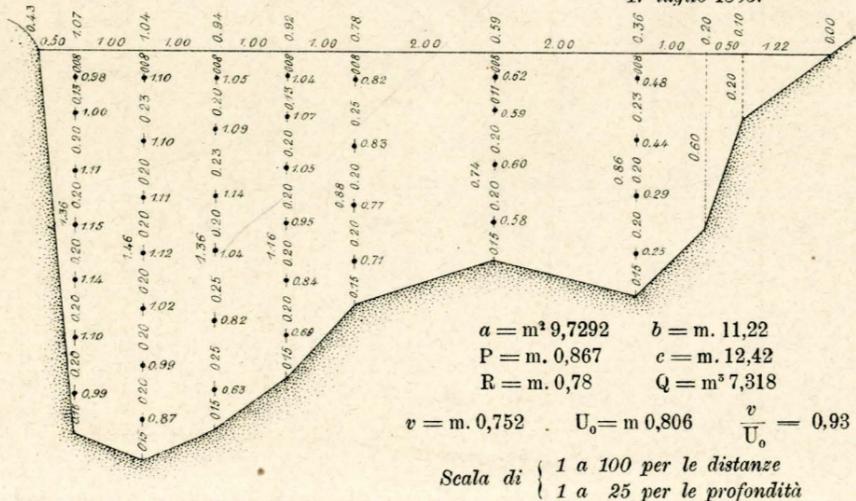


Fig. 5. — FIUME FIBRENO: sotto il Ponte della strada Sora-Alvito.

15 dicembre 1893.

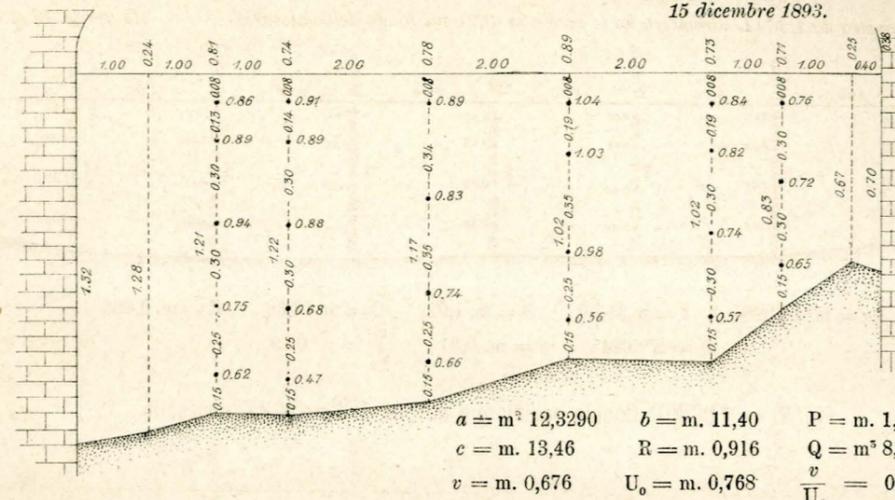


Fig. 6. — FIUME RAPIDO: Ponte di S. Angelo in Teodice.

21 luglio 1893.

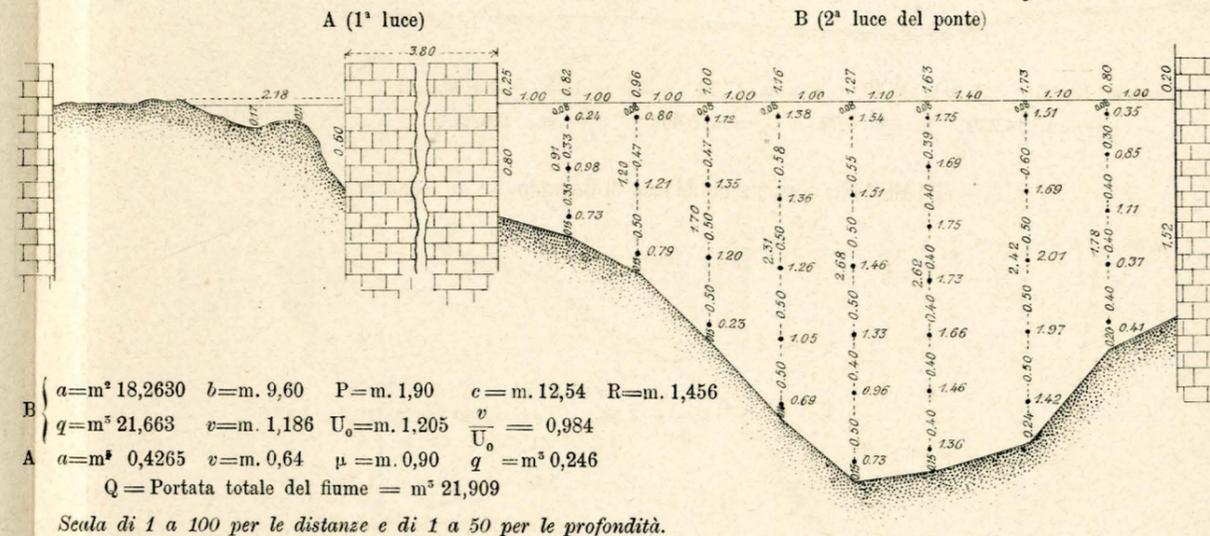


Fig. 7. — PALUDI PONTINE: Sorgente Feronia (detta Mezzovino).

20 dicembre 1893.

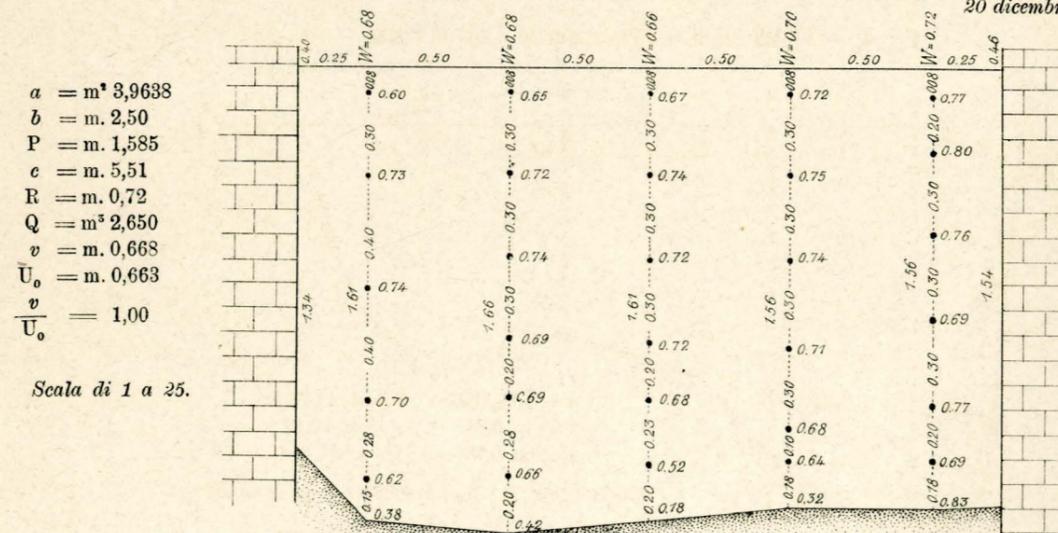
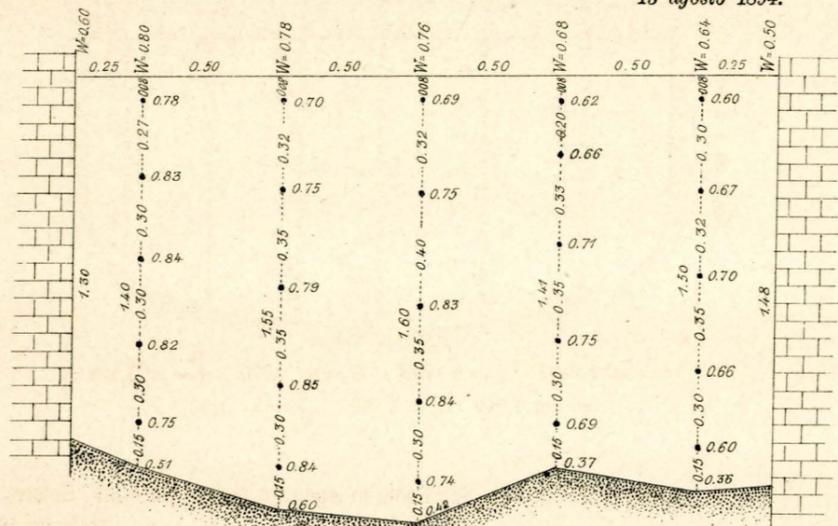


Fig. 1. — PALUDI PONTINE: Sorgente Feronia (detta Mezzovino).



$a = m^2 3,7150$   $Q = m^3 2,684$   $v = 0,72$   $U_0 = 0,657$   $\frac{v}{U_0} = 1,095$

Scala di 1 a 25.

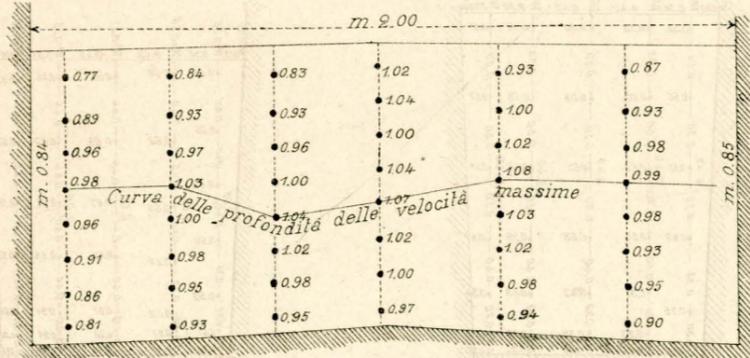
Fig. 2. — ACQUEDOTTO MARCIO: 2° Acquedotto Casina.

Fondo e pareti in cemento levigato.



Fig. 3. — ACQUEDOTTO MARCIO: Trombino-Divisione.

Fondo e pareti in cemento levigato.



Scala di 1 a 20.

Fig. 4. — ACQUEDOTTO MARCIO: 1° Acquedotto.

Fondo e pareti in cemento levigato.

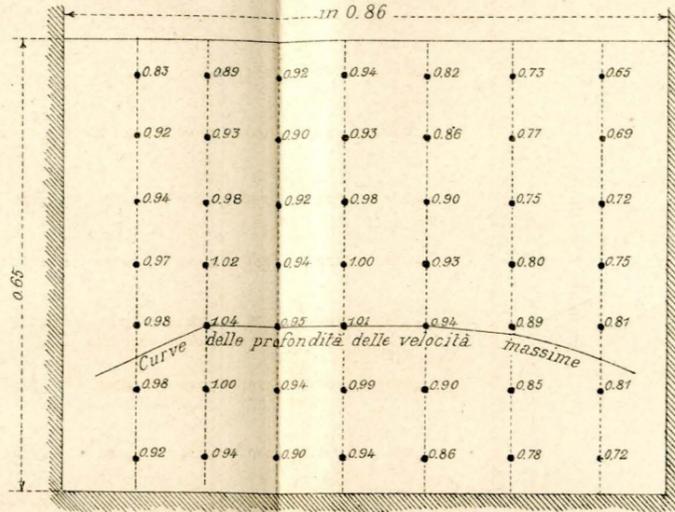


Fig. 5. — ACQUEDOTTO MARCIO: 1° Acquedotto.

Fondo e pareti in muratura grezza.

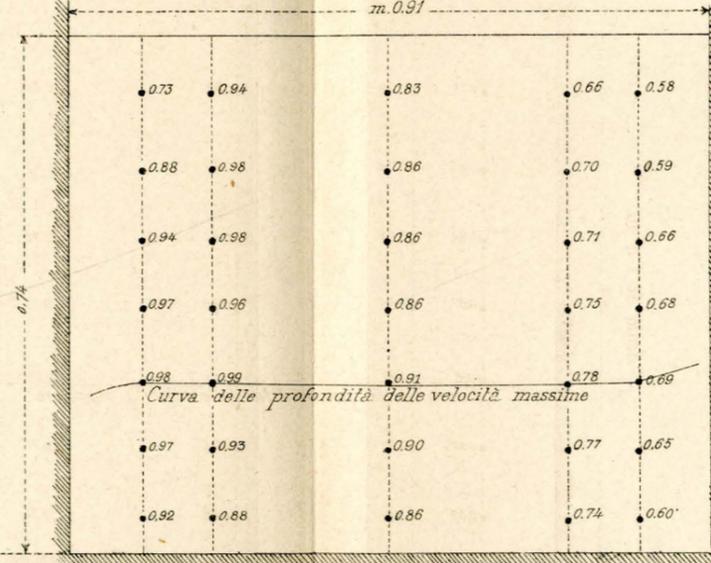
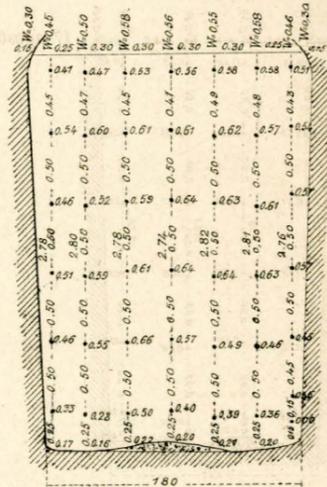


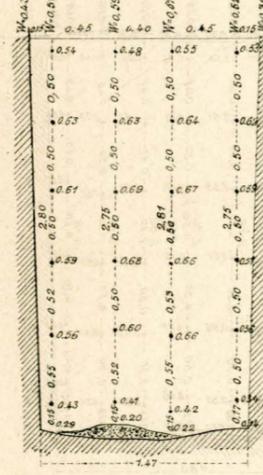
Fig. 8. 14 luglio 1895.



$a = m^2 5,2913$   $b = m. 2,00$   $q = m^3 2,729$   
 $v = m. 0,516$   $U_0 = m. 0,518$   $\frac{v}{U_0} = 0,996$

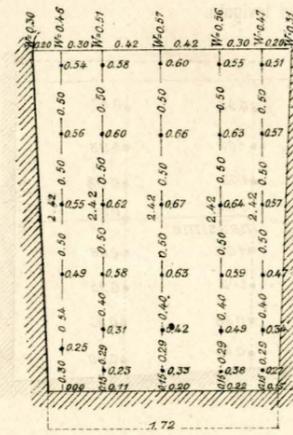
Fig. 8, 9, 10 e 11. — FOSSO CONTE O CANALE DI SARNO (derivato dalla Sorgente Foce).

Fig. 9. 17 agosto 1895.



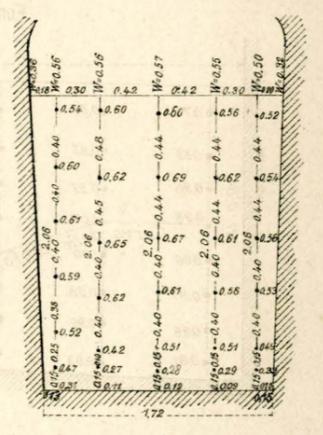
$a = m^2 4,2640$   $b = m. 1,60$   
 $q = m^3 2,358$   $v = m. 0,553$

Fig. 10. 12 ottobre 1895.



$a = m^2 4,3076$   $b = m. 1,84$   
 $q = m^3 2,166$   $v = m. 0,503$   
 $U_0 = m. 0,54$   $\frac{v}{U_0} = 0,932$

Fig. 11. 16 gennaio 1896.



$a = m^2 3,6462$   $b = m. 1,82$   
 $q = m^3 1,938$   $v = m. 0,531$   
 $U_0 = m. 0,551$   $\frac{v}{U_0} = 0,961$

Fig. 6. — FIUME SABATO: Acquedotto Serino. 15 gennaio 1896.

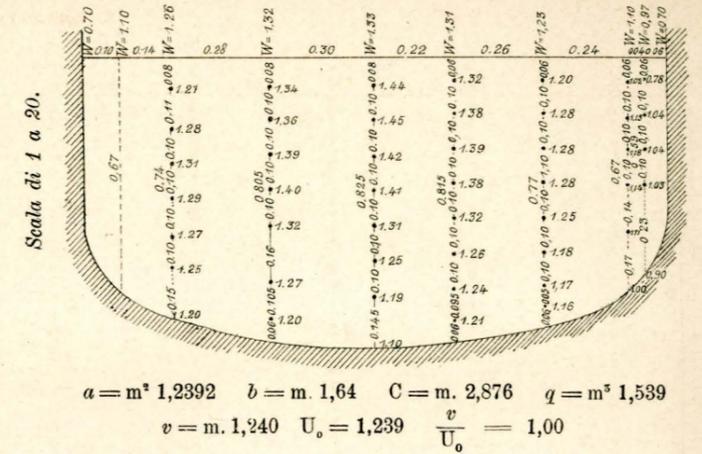
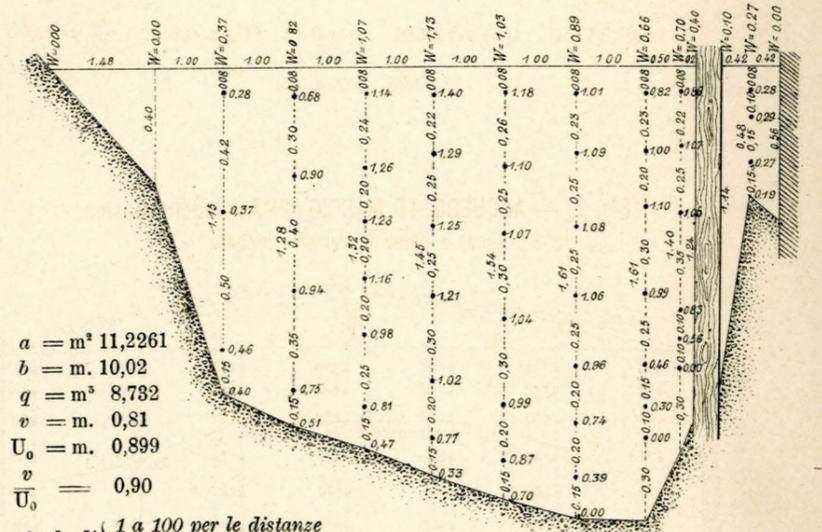


Fig. 7. — SORGENTI DI TELESE: Ponte in legno tra la ferrovia e il F. Calore.

19 luglio 1895



$a = m^2 11,2261$   
 $b = m. 10,02$   
 $q = m^3 8,732$   
 $v = m. 0,81$   
 $U_0 = m. 0,899$   
 $\frac{v}{U_0} = 0,90$