# SUGLI SFORZI PROVOCATI NELLE CENTINE POLIGONALI

## come quelle

## della grande tettoia nella stazione di Arezzo

## e sulla loro stabilità

per il Prof. GIOVANNI CURIONI.

*Memoria letta ed approvata per la stampa negli Atti della Società nelle adunanze 19 maggio e 21 giugno 1872.*

1. Fra gli svariatissiini sistemi di armature e di centine,' che in questi ultimi tempi vennero immaginate e costrutte per le grandi tettoie di cui imperioso si fa sentire il bisogno nelle moderne costruzioni e principalmente negli edifizi destinati all'esercizio delle ferrovie, è singolare quello che venne adottato nella stazione di Arezzo, sia per la forma affatto nuova che in esso si riscontra, sia per le grandi discussioni che suscitò in ordine al suo grado di stabilità.

Parecchi ingegneri si accinsero alla verificazione della stabilità di questa tettoia. Vi fu chi la trovò stabile; vi fu chi la trovò ben lungi dall'avere quel grado di sicurezza, che il costruttore deve porre nelle sue opere; ed alcuni si pronunciarono così sfavorevolmente da indurre il Governo ad ordinarne l'immediata demolizione.

Le differenti opinioni state manifestate sulla stabilità della tettoia di Arezzo mi invogliarono a studiare la quistione, e credo di essere giunto a metodi di calcoli che, per quanto mi consta, da altri non vennero ancora adottati.

Facendo conoscere i risultamenti delle mie ricerche, sono ben lungi dal voler dire che abbiano fatto male quanti mi



precedettero in questo lavoro. Il problema può essere trattato sotto differenti punti di vista ; ed io, considerando le centine poligonali del tipo di quelle della grande tettoia nella stazione di Arezzo come altrettanti sistemi armati per ottenere di diminuire od anche di annullare le spinte sui piedritti, intendo di esporre semplicemente un metodo facile e pratico per la determinazione degli sforzi a cui trovansi sottoposte le varie parti delle centine stesse. Una volta determinati questi sforzi riescirà facile: trovare le dimensioni dei varii pezzi, affinchè una centina di tal genere sia in buone condizioni di stabilità, allorquando è quistione di darne il progetto; accingersi alla verificazione del grado di stabilità, allorquando trattasi di una centina già progettata ed anche già costrutta.

L'autorevole giudicio di quest'Associazione varrà a persuadermi della convenienza o della sconvenienza del mio metodo; e questo giudizio, qualunque sia per essere, sarà sempre a me beneviso. Se conforme alle mie idee, mi servirà di sprone per accingermi allo studio della resistenza e della stabilità di sistemi analoghi, ma più complessi di quello delle centine della grande tettoia nella stazione di Arezzo ; se sfavorevole varrà a rettificare il mio modo di vedere, a far modificare e correggere quanto in questo lavoro vi potrà essere di sconvenevole e di erroneo.

2. La tettoia di Arezzo è rappresentata nella figura 1, e la figura 2 mette in evidenza qual è il tipo generale delle centine poligonali costituenti la parte resistente di questa tettoia. Tali centine sono simmetriche rispetto alla verticale passante pel loro mezzo, e ciascuna loro metà consta: di puntoni di eguale lunghezza coi loro assi $AA_1$, $A_1 A_2$ , $A_2 A_3$, ..........., $A_{n-3} A_{n-2}$, $A_{n-2} A_{n-1}$ ed $A_{n-1} A_n$ inscritti in un arco circolare $A A_n$ ; di staffe $A_1 B_1$, $A_2 B_2$, $A_3 B_3$, ........, $A_{n-3} B_{n-3}$, $A_{n-2} B_{n-2}$, $A_{n-1} B_{n-1}$ ed $A_n B_n$, aventi i loro assi nelle direzioni dei raggi $A_1 C$, $A_2 C$, $A_3 C$, ..........., $A_{n-3} C$, $A_{n-2} C$, $A_{n-1} C$ ed $A_n C$ del detto arco $A A_n$, e le estremità inferiori di questi stessi assi su un arco circolare

$A B_n$ col suo centro in $O$ sulla verticale $A_n C$; e finalmente di tiranti $A B_1$, $B_1 B_2$, $B_2 B_3$, ......., $B_{n-3} B_{n-2}$, $B_{n-2} B_{n-1}$ e $B_{n-1} B_n$ formanti una catena unica $A B_1 B_2 B_3$ .......... $B_{n-3} B_{n-2} B_{n-1} B_n$ attaccata all'estremo inferiore $A$ del puntone $A A_1$ e fermata agli estremi $B_1$, $B_2$, $B_3$, ........., $B_{n-3}$, $B_{n-2}$, $B_{n-1}$ e $B_n$ delle indicate staffe.

3. Le forze operanti su una ccntina per tettoia sono, *permanenti* alcune, *accidentali* alcune altre. Le prime consistono nel peso della copertura, nel peso degli arcarecci e nel peso proprio della centina. Le seconde si riducono al peso della neve che può accumularsi sulla copertura, al peso degli operai e dei materiali occorrenti per riparazioni ed alla pressione esercitata dal vento.

Tutte le indicate forze, eccezion fatta della pressione del vento, sono verticali. Queste forze verticali, per mezzo degli arcarecci e dei puntoni, si ripartiscono sugli appoggi di questi ultimi, ossia sui punti $A_1$ $A_2$ , $A_3$, ........, $A_{n-3}$, $A_{n-2}$, $A_{n-1}$ ed $A_n$. La pressione esercitata dal vento fra il mezzo di un puntone ed il mezzo del puntone successivo approssimativamente si può supporre applicata nel punto di riunione dei puntoni stessi, e si può immaginare scomposta secondo due direzioni, una tangente alla curva direttrice della superficie superiore della tettoia, la quale non ha azione sulla centina, e l'altra verticale. In ultima analisi adunque, con sufficiente approssimazione per la pratica, si può considerare la centina siccome caricata di pesi applicati nei vertici della linea poligonale costituita dagli assi dei puntoni, quando si assumano come forze permanenti i soli pesi della copertura, degli arcarecci e dei puntoni, come forze accidentali il peso della neve, e le componenti verticali delle pressioni del vento decomposte verticalmente e tangenzialmente alla curva direttrice della superficie d'estradosso della tettoia.

Fra le forze permanenti si possono trascurare i pesi delle staffe e dei tiranti costituenti la catena, perché sempre piccoli in confronto degli altri carichi gravitanti sulla centina; e fra le forze accidentali si possono omettere i pesi degli



operai e dei materiali occorrenti per riparazioni, giacché questi carichi non si trovano sulla tettoia allorquando è coperta di neve o sotto l'azione di un impetuoso vento.

4. Come già ho detto nel numero 1, intendo considerare la catena e le staffe quale un armamento del sistema dei puntoni, onde diminuire la spinta di quest'ultimo contro i piedritti. Osservando ora che, se la centina esercita in $A$ una spinta orizzontale contro il piedritto, questa ha luogo nel senso della freccia $F$, il tirante inferiore $AB_1$, per diminuire questa spinta, deve agire sull'estremo $A$ del puntone $A$ $A_1$ come una forza diretta da $A$ verso $B_1$ e resistere per conseguenza ad uno sforzo di trazione. Sforzi della stessa natura si trasmettono da un tirante all'altro fino in $B_n$.

Trovandosi la catena attaccata agli estremi inferiori delle staffe, ciascuna di queste finisce per essere sotto l'azione simultanea di due forze eguali alle tensioni dei due tiranti adiacenti e dirette secondo gli assi dei tiranti medesimi. Queste due forze, a seconda degli angoli dei tiranti colle staffe a cui sono essi congiunti, provocano in queste uno sforzo longitudinale che può essere di tensione o di pressione. Osservando però che il tirante superiore a ciascuna staffa fa col prolungamento di questa un angolo acuto e che il tirante inferiore fa collo stesso prolungamento o un angolo acuto o un angolo poco ottuso, sono portato ad asserire che o tutte o la maggior parte delle staffe sopportano sforzi di trazione. D'altronde poi i risultati dei calcoli faranno conoscere quali di questi sforzi sono tensioni e quali sono pressioni, dando il segno positivo per le prime ed il segno negativo per le seconde.

Il sistema costituito dai puntoni verrà considerato come un'incavallatura poligonale e la sua metà $A A_1 A_2 A_3$ ........ $A_{n-3} A_{n-2} A_{n-1} A_n$ s'intenderà sollecitata: in $A_n$ (fig. 3) dall'azione orizzontale $R$ che la mezza centina di destra esercita contro la mezza centina di sinistra; nei vertici $A_1$, $A_2$, $A_3$, ........., $A_{n-3}$, $A_{n-2}$, $A_{n-1}$ ed $A_n$ dai carichi $P_1$,

$P_2$, $P_3$, ........., $P_{n-3}$, $P_{n-2}$, $P_{n-1}$ ed $\frac{1}{2} P_n$ rispettivamante su essi gravitanti, e dagli sforzi $S_1$, $S_2$, $S_3$, ........., $S_{n-3}$, $S_{n-2}$, $S_{n-1}$ ed $\frac{1}{2} S_n$ rispettivamente sopportati dalle staffe; e finalmente in $A$ dalle reazioni orizzontale e verticale $Q$ e $V$ dell'appoggio e dalla tensione $T_1$ del tirante più basso.

Ponendo le generali condizioni d'equilibrio del sistema $A\,A_1\,A_2\,A_3$......... $A_{n-3}\,A_{n-2}\,A_{n-1}\,A_n$ sotto le azioni simultanee delle forze $Q$, $V$, $T_1$, $S_1$, $S_2$, $S_3$,........, $S_{n-3}$, $S_{n-2}$, $S_{n-1}$, $\frac{1}{2} S_n$, $P_1$, $P_2$, $P_3$,.........., $P_{n-3}$, $P_{n-2}$, $P_{n-1}$, $\frac{1}{2} P_n$ ed $R$, si otterranno tre equazioni fra le $n+4$ incognite $Q$, $V$, $T_1$, $S_1$, $S_2$, $S_3$,........, $S_{n-3}$, $S_{n-2}$, $S_{n-1}$, $S_n$ ed $R$. Siccome poi gli sforzi sopportati dai tre pezzi concorrenti in ciascuno dei vertici (fig. 2) $B_1$, $B_2$, $B_3$,........., $B_{n-3}$, $B_{n-2}$, $B_{n-1}$ e $B_n$ rappresentano tre forze che in questi vertici devono farsi equilibrio, risulteranno $2n$ equazioni fra gli $n$ sforzi $T_1$, $T_2$, $T_3$,.........., $T_{n-2}$, $T_{n-1}$ e $T_n$ sopportati dai tiranti componenti la catena e fra gli $n$ sforzi $S_1$, $S_2$, $S_3$,.........., $S_{n-3}$, $S_{n-2}$, $S_{n-1}$ ed $S_n$ sostenuti dalle staffe. Una di queste $2n$ equazioni, ossia quella esprimente che la somma algebrica delle componenti orizzontali delle forze applicate al vertice $B_n$ è nulla, a motivo della simmetria della centina rispetto al suo mezzo, trovasi soddisfatta per identità; cosicchè le condizioni dell'equilibrio delle tre forze applicate a ciascuno dei vertici $B_1$, $B_2$, $B_3$,.........., $B_{n-3}$, $B_{n-2}$, $B_{n-1}$ e $B_n$ danno luogo a $2n-1$ equazioni effettivamente utili. Queste equazioni, unite alle tre sopraindicate condizioni d'equilibrio, costituiranno un complesso di $2n+2$ equazioni fra le $2n+3$ incognite $Q$, $V$, $R$, $T_1$, $T_2$, $T_3$,........., $T_{n-2}$, $T_{n-1}$, $T_n$, $S_1$, $S_2$, $S_3$,........., $S_{n-3}$, $S_{n-2}$, $S_{n-1}$ ed $S_n$ incognite, di maniera che il problema presentasi sulle prime siccome indeterminato.

Per rendere determinato il problema mi balenò alla mente l'idea di applicare, o il *principio della minima resistenza* di Moseley o il *principio di elasticità* stato proposto dal generale Menabrea, ed inserto nelle Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino *(Serie II, Tomo XXV)*. Se non che, passando al caso concreto, tosto mi accorsi che finiva per inutilmente complicare il problema; e che, trattandosi di un sistema in gran parte deformabile, in molti dei cui pezzi contemporaneamente trovasi cimentata la resistenza longitudinale e la resistenza trasversale, per convenientemente applicare il principio di elasticità, avrei dovuto far uso di coefficienti numerici relativi alla resistenza trasversale che ancora non vennero determinati.

Queste previsioni ben tosto mi persuasero della convenienza di trattare il problema con un metodo ben più modesto, ma più utile per l'ingegnere costruttore. Domandai a me stesso qual è il motivo per cui si mettono le catene nelle incavallature e nelle centine; e, siccome le catene sono destinate a diminuire e talvolta anche a distruggere totalmente le spinte sui piedritti, conchiusi che, per un ingegnere progettante un'incavallatura o una centina con catena, la spinta orizzontale può essere assunta come un dato del problema. Non bisogna però credere che a questa spinta si possano assegnare tutti i valori immaginabili; ed essa può solo variare fra zero ed un certo valore, facile a determinarsi per qualsiasi tipo d'incavallatura e di centina e che costituisce il limite superiore della spinta orizzontale. Nel caso particolare, questo limite superiore corrisponde all'ipotesi in cui i tiranti componenti la catena sono senza azione sul puntone inferiore e sulle staffe, ossia all'ipotesi in cui la centina trovasi ridotta al solo sistema dei puntoni.

Assunta la spinta orizzontale come un dato del problema, si hanno solamente le $2n+2$ incognite $V$, $R$, $T_1$, $T_2$, $T_3$, ........, $T_{n-2}$, $T_{n-1}$, $T_n$, $S_1$, $S_2$, $S_3$,........., $S_{n-3}$, $S_{n-2}$ $S_{n-1}$, ed $S_n$, e quindi tante incognite quante sono le equazioni d'equilibrio.

Si possono ora stabilire le formole atte alla determinazione delle dimensioni delle varie parti di una centina odligonale qualunque del tipo di quella rappresentata nella figura 2, e per fissare le idee, si considererà il caso particolare di una centina con quattordici puntoni, che è appunto quello che si verifica nella tettoia della stazione di Arezzo.

5. Quattro sono gli elementi, i quali determinano le posizioni e le lunghezze degli assi dei differenti pezzi componenti la centina. Il numero dei puntoni che, nel caso particolare che vuoisi esaminare, è di quattordici per la centina intiera e di sette per la mezza centina; la semi-corda $\overline{AD}$ (fig. A) comune ai due archi circolari $AA_7$ ed $AB_7$; la saetta $\overline{DA_7}$ del primo arco; la saetta $\overline{DB_7}$ del secondo arco. Si indicherà con

$c$ la semi-corda $\overline{AD}$, con

$m$ la monta o saetta $\overline{DA_7}$ e con

$m'$ la monta $\overline{DB_7}$

Tutti gli altri elementi lineari ed angolari, che possono occorrere nello sviluppo dei calcoli, assai facilmente si determinano in seguito alla conoscenza dei quattro sopraindicati, quando sono verificatc le due condizioni dell'eguale lunghezza dei puntoni e della convergenza delle saette al centro C dell'arco $AA_7$

Tenendo poi conto delle semplici relazioni geometriche che esistono fra i diversi elementi lineari ed angolari della figura costituita dagli assi dei diversi pezzi della centina, e traendo partito dalla figura 4 per le denominazioni degli angoli, si ha: che il raggio $CA = r$, che il raggio $0A=r'$, che l'angolo $ACA_7 = 7\alpha$, che la lunghezza $l$ dell'asse di un puntone, che l'angolo $AOB_7 = \gamma$, che l'angolo $0AC= \beta$ e che la lunghezza $\overline{0C} = d$, sono dati da

$$(1)\left\{\begin{aligned} r &= \frac{c^2+m^2}{2m}, \\ r' &= \frac{c^2+m'^2}{2m'}, \end{aligned}\right.$$



$$\text{segue } (1)\left\{\begin{aligned} sen\,7\alpha &= \frac{c}{r}, \\ l &= 2r\,sen\frac{1}{2}\alpha, \\ sen\,\gamma &= \frac{c}{r'}, \\ \beta &= 7\alpha - \gamma, \\ d &= r\frac{sen\,\beta}{sen\,\gamma}; \end{aligned}\right.$$

che gli angoli $\beta_1$, $\beta_2$, $\beta_3$, $\beta_4$, $\beta_5$ e $\beta_6$ si possono determinare mediante le formole

$$(2)\left\{\begin{aligned} sen\,\beta_1 &= \frac{d}{r'}sen\,6\alpha \\ sen\,\beta_2 &= \frac{d}{r'}sen\,5\alpha \\ sen\,\beta_3 &= \frac{d}{r'}sen\,4\alpha \\ sen\,\beta_4 &= \frac{d}{r'}sen\,3\alpha \\ sen\,\beta_5 &= \frac{d}{r'}sen\,2\alpha \\ sen\,\beta_6 &= \frac{d}{r'}sen\,\alpha; \end{aligned}\right.$$

che gli angoli $\gamma_1$, $\gamma_2$, $\gamma_3$, $\gamma_4$, $\gamma_5$ e $\gamma_6$ sono dati da

$$(3)\left\{\begin{aligned} \gamma_1 &= 6\alpha - \beta_1 \\ \gamma_2 &= 5\alpha - \beta_2 \\ \gamma_3 &= 4\alpha - \beta_3 \\ \gamma_4 &= 3\alpha - \beta_4 \\ \gamma_5 &= 2\alpha - \beta_5 \\ \gamma_6 &= \alpha - \beta_6; \end{aligned}\right.$$

che gli angoli $\delta$, $\delta_1$ $\delta_2$ $\delta_3$ $\delta_4$ $\delta_5$ e $\delta_6$ si possono dedurre dalle formole

$$
(4)\quad \left\{
\begin{aligned}
\delta &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma - \gamma_1) - \beta \\
\delta_1 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) - \beta_1 \\
\delta_2 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_2 - \gamma_3) - \beta_2 \\
\delta_3 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4) - \beta_3 \\
\delta_4 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_4 - \gamma_5) - \beta_4 \\
\delta_5 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_5 - \gamma_6) - \beta_5 \\
\delta_6 &= 90^\circ - \frac{1}{2}\gamma_6 - \beta_6 ;
\end{aligned}
\right.
$$

che gli angoli $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$, $\lambda_4$, $\lambda_5$, $\lambda_6$ e $\lambda_7$ risultano

$$
(5)\quad \left\{
\begin{aligned}
\lambda_1 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma - \gamma_1) + \beta_1 \\
\lambda_2 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) + \beta_2 \\
\lambda_3 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_2 - \gamma_3) + \beta_3 \\
\lambda_4 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_3 - \gamma_4) + \beta_4 \\
\lambda_5 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_4 - \gamma_5) + \beta_5 \\
\lambda_6 &= 90^\circ - \frac{1}{2}(\gamma_5 - \gamma_6) + \beta_6 \\
\lambda_7 &= 90^\circ - \frac{1}{2}\gamma_6 ;
\end{aligned}
\right.
$$



che gli angoli $\varepsilon_1$, $\varepsilon_2$, $\varepsilon_3$, $\varepsilon_4$, $\varepsilon_5$, $\varepsilon_6$ ed $\varepsilon_7$ valgono

$$
(6)\quad \left\{
\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= 90^\circ - \frac{13}{2}\alpha \\
\varepsilon_2 &= 90^\circ - \frac{11}{2}\alpha \\
\varepsilon_3 &= 90^\circ - \frac{9}{2}\alpha \\
\varepsilon_4 &= 90^\circ - \frac{7}{2}\alpha \\
\varepsilon_5 &= 90^\circ - \frac{5}{2}\alpha \\
\varepsilon_6 &= 90^\circ - \frac{3}{2}\alpha \\
\varepsilon_7 &= 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha ;
\end{aligned}
\right.
$$

e finalmente che l'angolo $\eta$ risulta dalla formola

$$
(7)\qquad \eta = \delta + 7\alpha - 90^\circ .
$$

Gli elementi che si possono determinare con queste formole vengono in acconcio per essere adoperati nelle formole determinatrici degli sforzi sopportati dai differenti pezzi della centina.

6. Si possono ora stabilire le equazioni fondamentali per la deduzione della reazione verticale $V$ dell'appoggio $A$, dell'azione $R$ della mezza centina di destra sulla mezza centina di sinistra, delle tensioni $T_1$ $T_2$ $T_3$, $T_4$, $T_5$, $T_6$ e $T_7$ dei tiranti e delle tensioni $S_1$, $S_2$ $S_3$, $S_4$, $S_5$, $S_6$ ed $S_7$ delle staffe. Come già venne fatto nel numero 4 si chiami Q la reazione orizzontale dell'appoggio $A$ contro l'estremo inferiore della centina; i pesi $P$ applicati ai vertici della centina stessa siano eguali fra di loro; e, per le dimensioni lineari ed angolari che avverrà di considerare, si ritengano le denominazioni già stabilite nel precedente numero.

Le forze applicate al sistema poligonale $A$ $A_1$ $A_2$ $A_3$ $A_4$ $A_5$ $A_6$ $A_7$ devono soddisfare alle generali condizioni d'equilibrio, quando al vertice $A_7$ suppongansi applicate solamente le metà del peso P e della tensione $S_7$. Segue da ciò: che devono essere nulle, la somma algebrica delle loro componenti orizzontali, la somma algebrica delle loro componenti verticali e la somma algebrica dei loro momenti di rotazione intorno all'asse orizzontale passante pel punto $A_7$; che queste generali condizioni d'equilibrio sono tre; e che risultano

$$(1)\left\{\begin{aligned}
&\left.\begin{array}{l} Q + T_1 \cos n - R \\ + S_1 \operatorname{sen} 6\alpha + S_2 \operatorname{sen} 5\alpha + S_3 \operatorname{sen} 4\alpha + S_4 \operatorname{sen} 3\alpha \\ + S_5 \operatorname{sen} 2\alpha + S_6 \operatorname{sen} \alpha \end{array}\right\} = 0 \\
&\left.\begin{array}{l} V + T_1 \operatorname{sen} n - \frac{13}{2} P \\ - S_1 \cos 6\alpha - S_2 \cos 5\alpha - S_3 \cos 4\alpha - S_4 \cos 3\alpha \\ - S_5 \cos 2\alpha - S_6 \cos \alpha - \frac{1}{2} S_7 \end{array}\right\} = 0 \\
&\left.\begin{array}{l} (Q + T_1 \cos n)\, m - (V + T_1 \operatorname{sen} n)\, c \\ + P r (\operatorname{sen} 6\alpha + \operatorname{sen} 5\alpha + \operatorname{sen} 4\alpha + \operatorname{sen} 3\alpha \\ \quad + \operatorname{sen} 2\alpha + \operatorname{sen} \alpha) \\ + r (S_1 \operatorname{sen} 6\alpha + S_2 \operatorname{sen} 5\alpha + S_3 \operatorname{sen} 4\alpha + S_4 \operatorname{sen} 3\alpha \\ \quad + S_5 \operatorname{sen} 2\alpha + S_6 \operatorname{sen} \alpha) \end{array}\right\} = 0.
\end{aligned}\right.$$

Le tre forze applicate a ciascuno dei sette vertici $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$, $B_5$, $B_6$ e $B_7$ devono farsi equilibrio, e quindi per ciascuna terna devono essere nulle le due somme algebriche delle componenti perpendicolari e dirette secondo $B_1 C$, $B_2 C$, $B_3 C$, $B_4 C$, $B_5 C$, $B_6 C$ e $B_7 C$. L'annullarsi delle prime somme dà luogo alle sei equazioni

$$(2)\left\{\begin{aligned}
T_1 \operatorname{sen} \lambda_1 - T_2 \operatorname{sen} \delta_1 &= 0 \\
T_2 \operatorname{sen} \lambda_2 - T_3 \operatorname{sen} \delta_2 &= 0 \\
T_3 \operatorname{sen} \lambda_3 - T_4 \operatorname{sen} \delta_3 &= 0 \\
T_4 \operatorname{sen} \lambda_4 - T_5 \operatorname{sen} \delta_4 &= 0 \\
T_5 \operatorname{sen} \lambda_5 - T_6 \operatorname{sen} \delta_5 &= 0 \\
T_6 \operatorname{sen} \lambda_6 - T_7 \operatorname{sen} \delta_6 &= 0;
\end{aligned}\right.$$



e l'annullarsi delle seconde somme dà luogo alle sette equazioni

$$(3)\left\{\begin{aligned}
S_1 - T_1 \cos \lambda_1 - T_2 \cos \delta_1 &= 0 \\
S_2 - T_2 \cos \lambda_2 - T_3 \cos \delta_2 &= 0 \\
S_3 - T_3 \cos \lambda_3 - T_4 \cos \delta_3 &= 0 \\
S_4 - T_4 \cos \lambda_4 - T_5 \cos \delta_4 &= 0 \\
S_5 - T_5 \cos \lambda_5 - T_6 \cos \delta_5 &= 0 \\
S_6 - T_6 \cos \lambda_6 - T_7 \cos \delta_6 &= 0 \\
S_7 - 2 T_7 \cos \lambda_7 &= 0.
\end{aligned}\right.$$

Nel vertice culminante $B_7$ della catena non venne considerata l'equazione d'equilibrio relativa alla somma algebrica delle componenti perpendicolari alla direzione $C B_7$, giacchè, essendo eguali le tensioni dei due tiranti $B_7 B_6$ e $B_7 B'_6$ concorrenti in tale vertice, essa si riduce ad un'identità.

Le equazioni (1), (2) e (3) sono in numero di sedici, cosicchè, quando il costruttore progettante la centina si assuma come dato del problema la spinta orizzontale che vuol tollerare sui piedritti, la qual spinta è eguale e contraria alla reazione $Q$, si hanno effettivamente sedici equazioni fra le sedici incognite $V$, $R$, $T_1$, $T_2$, $T_3$, $T_4$, $T_5$, $T_6$, $T_7$, $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$, $S_5$, $S_6$ ed $S_7$. Queste equazioni poi, per la particolare loro composizione, riescono di assai facile applicazione, e nel numero che immediatamente segue si danno le formole che da esse si deducono pel calcolo delle citate incognite.

7. Convenientemente combinando fra di loro le equazioni (2) del precedente numero, si ricavano i coefficienti numerici $K_6$, $K_5$, $K_4$, $K_3$, $K_2$ e $K_1$, dati da

$$(1)\left\{\begin{aligned}
K_6 &= \frac{\operatorname{sen} \delta_6}{\operatorname{sen} \lambda_6} \\
K_5 &= \frac{\operatorname{sen} \delta_6 \operatorname{sen} \delta_5}{\operatorname{sen} \lambda_6 \operatorname{sen} \lambda_5}
\end{aligned}\right.$$

segue (1)

$$\left\{\begin{aligned}
K_4 &= \frac{sen\,\delta_6\,sen\,\delta_5\,sen\,\delta_4}{sen\,\lambda_6\,sen\,\lambda_5\,sen\,\lambda_4}\\
K_3 &= \frac{sen\,\delta_6\,sen\,\delta_5\,sen\,\delta_4\,sen\,\delta_3}{sen\,\lambda_6\,sen\,\lambda_5\,sen\,\lambda_4\,sen\,\lambda_3}\\
K_2 &= \frac{sen\,\delta_6\,sen\,\delta_5\,sen\,\delta_4\,sen\,\delta_3\,sen\,\delta_2}{sen\,\lambda_6\,sen\,\lambda_5\,sen\,\lambda_4\,sen\,\lambda_3\,sen\,\lambda_2}\\
K_1 &= \frac{sen\,\delta_6\,sen\,\delta_5\,sen\,\delta_4\,sen\,\delta_3\,sen\,\delta_2\,sen\,\delta_1}{sen\,\lambda_6\,sen\,\lambda_5\,sen\,\lambda_4\,sen\,\lambda_3\,sen\,\lambda_2\,sen\,\lambda_1}.
\end{aligned}\right.$$

Trovati i coefficienti $K$, riesce agevole ottenere gli altri coefficienti numerici $M_1$, $M_2$, $M_3$, $M_4$, $M_5$, $M_6$ ed $M_7$, i cui valori sono

$$(2)\quad\left\{\begin{aligned}
M_1 &= K_1\cos\lambda_1 + K_2\cos\delta_1\\
M_2 &= K_2\cos\lambda_2 + K_3\cos\delta_2\\
M_3 &= K_3\cos\lambda_3 + K_4\cos\delta_3\\
M_4 &= K_4\cos\lambda_4 + K_5\cos\delta_4\\
M_5 &= K_5\cos\lambda_5 + K_6\cos\delta_5\\
M_6 &= K_6\cos\lambda_6 + \cos\delta_6\\
M_7 &= 2\cos\lambda_7.
\end{aligned}\right.$$

Calcolati i coefficienti $K$ ed $M$ si passa alla deduzione delle sedici incognite contenute nelle sedici equazioni del precedente numero, le quali vengono date dalle formole

$$(3)\qquad V = \frac{13}{2}P$$

$$(4)\quad T_7 = \frac{\begin{aligned}Vc - Qm - Pr\,(sen\,6\alpha + sen\,5\alpha + sen\,4\alpha\\ + sen\,3\alpha + sen\,2\alpha + sen\,\alpha)\end{aligned}}{\begin{aligned}r\,(M_1 sen\,6\alpha + M_2 sen\,5\alpha + M_3 sen\,4\alpha + M_4 sen\,3\alpha\\ + M_5 sen\,2\alpha + M_6 sen\,\alpha) - K_1\,(c\,sen\,n - m\cos n)\end{aligned}}$$

$$(5)\quad \begin{aligned}R = Q + T_7\,(K_1\cos n + M_1\,sen\,6\alpha + M_2\,sen\,5\alpha\\ + M_3\,sen\,4\alpha + M_4\,sen\,3\alpha + M_5\,sen\,2\alpha + M_6\,sen\,\alpha)\end{aligned}$$



$$(6)\quad\left\{\begin{aligned}
T_1 &= K_1 T_7\\
T_2 &= K_2 T_7\\
T_3 &= K_3 T_7\\
T_4 &= K_4 T_7\\
T_5 &= K_5 T_7\\
T_6 &= K_6 T_7
\end{aligned}\right.$$

$$(7)\quad\left\{\begin{aligned}
S_1 &= M_1 T_7\\
S_2 &= M_2 T_7\\
S_3 &= M_3 T_7\\
S_4 &= M_4 T_7\\
S_5 &= M_5 T_7\\
S_6 &= M_6 T_7\\
S_7 &= M_7 T_7
\end{aligned}\right.$$

Una volta trovati i coefficienti numerici $K$ ed $M$, si può verificare se vennero ben fatti i calcoli relativi alla loro determinazione, giacchè deve ridursi ad un'identità l'equazione

$$\begin{aligned}K_1\,sen\,n = M_1\cos 6\alpha + M_2\cos 5\alpha + M_3\cos 4\alpha\\ + M_4\cos 3\alpha + M_5\cos 2\alpha + M_6\cos\alpha + \frac{1}{2}M_7.\end{aligned}$$

Non verificandosi questa condizione occorse qualche errore nel calcolo degli elementi lineari ed angolari di cui si parlò nel numero 5, oppure nel calcolo dei coefficienti $K$ ed $M$, e prima di progredire oltre importa rintracciarlo e correggerlo.

8. Le forze sollecitanti il sistema $A\,A_1\,A_2\,A_3\,A_4\,A_5\,A_6\,A_7$ sono ora completamente determinate, e pei puntoni, sotto l'azione di queste forze, trovansi contemporaneamente cimentate le resistenze alla pressione, allo scorrimento trasversale ed alla flessione. Per valutare poi queste resistenze importa saper calcolare per una sezione retta qualsiasi dei diversi puntoni: 1° lo sforzo ad essa normale; 2° lo sforzo ad essa parallelo; 3° il momento inflettente. Per determinare poi speditamente queste quantità conviene ottenere: i coefficienti

$O_1$, $O_2$, $O_3$, $O_4$, $O_5$, $O_6$ ed $O_7$ rappresentanti le componenti orizzontali delle forze applicate ai vertici $A$, $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$ ed $A_6$, dati da

$$(1)\quad \begin{cases} O_1 = Q + T_1 \cos n \\ O_2 = S_1 \operatorname{sen} 6\alpha \\ O_3 = S_2 \operatorname{sen} 5\alpha \\ O_4 = S_3 \operatorname{sen} 4\alpha \\ O_5 = S_4 \operatorname{sen} 3\alpha \\ O_6 = S_5 \operatorname{sen} 2\alpha \\ O_7 = S_6 \operatorname{sen} \alpha; \end{cases}$$

e le componenti verticali delle forze applicate agli stessi vertici, i cui valori $U_1$, $U_2$, $U_3$, $U_4$, $U_5$, $U_6$ ed $U_7$ sono dati da

$$(2)\quad \begin{cases} U_1 = V + T_1 \operatorname{sen} n \\ U_2 = -P - S_1 \cos 6\alpha \\ U_3 = -P - S_2 \cos 5\alpha \\ U_4 = -P - S_3 \cos 4\alpha \\ U_5 = -P - S_4 \cos 3\alpha \\ U_6 = -P - S_5 \cos 2\alpha \\ U_7 = -P - S_6 \cos \alpha. \end{cases}$$

Dopo questo, si trovino le somme $O'_1$, $O'_2$, $O'_3$, $O'_4$, $O'_5$, $O'_6$ ed $O'_7$ delle componenti orizzontali delle forze applicate fra l'estremo $A$ ed una sezione retta qualunque di ogni puntone, le quali risultano

$$(3)\quad \begin{cases} O'_1 = O_1 \\ O'_2 = O'_1 + O_2 \\ O'_3 = O'_2 + O_3 \\ O'_4 = O'_3 + O_4 \\ O'_5 = O'_4 + O_5 \\ O'_6 = O'_5 + O_6 \\ O'_7 = O'_6 + O_7, \end{cases}$$



e le somme $U'_1$, $U'_2$, $U'_3$, $U'_4$, $U'_5$, $U'_6$ ed $U'_7$ delle analoghe componenti verticali date da

$$(4)\quad \begin{cases} U'_1 = U_1 \\ U'_2 = U'_1 + U_2 \\ U'_3 = U'_2 + U_3 \\ U'_4 = U'_3 + U_4 \\ U'_5 = U'_4 + U_5 \\ U'_6 = U'_5 + U_6 \\ U'_7 = U'_6 + U_7. \end{cases}$$

Lo sforzo normale ad una sezione retta qualunque di un puntone si ottiene facendo la somma algebrica delle componenti di tutte le forze applicate al sistema dal suo estremo $A$ fino alla sezione che si considera, prese queste componenti normalmente alla sezione stessa. Dicendo rispettivamente $Z_1$, $Z_2$, $Z_3$, $Z_4$, $Z_5$, $Z_6$ e $Z_7$ questo sforzo per una sezione qualsiasi di ciascuno dei sette puntoni, si ha

$$(5)\quad \begin{cases} Z_1 = O'_1 \operatorname{sen} \varepsilon_1 + U'_1 \cos \varepsilon_1 \\ Z_2 = O'_2 \operatorname{sen} \varepsilon_2 + U'_2 \cos \varepsilon_2 \\ Z_3 = O'_3 \operatorname{sen} \varepsilon_3 + U'_3 \cos \varepsilon_3 \\ Z_4 = O'_4 \operatorname{sen} \varepsilon_4 + U'_4 \cos \varepsilon_4 \\ Z_5 = O'_5 \operatorname{sen} \varepsilon_5 + U'_5 \cos \varepsilon_5 \\ Z_6 = O'_6 \operatorname{sen} \varepsilon_6 + U'_6 \cos \varepsilon_6 \\ Z_7 = O'_7 \operatorname{sen} \varepsilon_7 + U'_7 \cos \varepsilon_7. \end{cases}$$

Lo sforzo parallelo ad una sezione retta qualunque di un puntone, ossia lo sforzo trasversale ha per valore la somma algebrica delle componenti di tutte le forze applicate al sistema dalla sua estremità $A$ fino alla sezione considerata, prese queste componenti parallelamente alla sezione stessa. Segue da ciò che, dicendo $N_1$, $N_2$, $N_3$, $N_4$, $N_5$, $N_6$ ed $N_7$ questo sforzo per una sezione qualsiasi di ciascuno dei sette puntoni, risulta

$$
(6)\quad \begin{cases}
N_1 = O'_1 \cos \varepsilon_1 - U'_1 \operatorname{sen} \varepsilon_1 \\
N_2 = O'_2 \cos \varepsilon_2 - U'_2 \operatorname{sen} \varepsilon_2 \\
N_3 = O'_3 \cos \varepsilon_3 - U'_3 \operatorname{sen} \varepsilon_3 \\
N_4 = O'_4 \cos \varepsilon_4 - U'_4 \operatorname{sen} \varepsilon_4 \\
N_5 = O'_5 \cos \varepsilon_5 - U'_5 \operatorname{sen} \varepsilon_5 \\
N_6 = O'_6 \cos \varepsilon_6 - U'_6 \operatorname{sen} \varepsilon_6 \\
N_7 = O'_7 \cos \varepsilon_7 - U'_7 \operatorname{sen} \varepsilon_7 .
\end{cases}
$$

Il momento inflettente per rapporto ad una sezione retta qualunque di un puntone è la somma algebrica dei momenti di tutte le forze applicate al sistema dall'estremo $A$ alla sezione retta considerata, presi questi momenti intorno alla orizzontale passante pel centro di superficie della sezione stessa. Chiamando rispettivamente $\mu_1$, $\mu_2$, $\mu_3$, $\mu_4$, $\mu_5$, $\mu_6$ e $\mu_7$ il momento inflettente per una sezione qualsiasi di ciascuno dei sette puntoni a partire dal più basso, assumendo come positivi i momenti inflettenti che tendono far rotare il punto $A$ verso l'interno della centina e dicendo $z_1$, $z_2$, $z_3$, $z_4$, $z_5$, $z_6$ e $z_7$ la distanza della sezione per cui vuolsi il momento inflettente dall'estremo più basso del puntone su cui si trova, si ottiene

$$
(7)\quad \begin{cases}
\mu_1 = N_1 z_1 \\
\mu_2 = N_1 l + N_2 z_2 \\
\mu_3 = (N_1 + N_2) l + N_3 z_3 \\
\mu_4 = (N_1 + N_2 + N_3) l + N_4 z_4 \\
\mu_5 = (N_1 + N_2 + N_3 + N_4) l + N_5 z_5 \\
\mu_6 = (N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5) l + N_6 z_6 \\
\mu_7 = (N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + N_5 + N_6) l + N_7 z_7 .
\end{cases}
$$

I valori di $\mu_1$, $\mu_2$, $\mu_3$, $\mu_4$, $\mu_5$, $\mu_6$ e $\mu_7$ mettono in evidenza come per ciascun puntone i momenti inflettenti variino da sezione a sezione. Essi sono funzioni lineari delle ascisse $z$ e quindi nell'intiero sistema costituito dai puntoni si ve-



rifica il massimo momento inflettente in corrispondenza di un vertice. I momenti inflettenti relativi ai vertici $A$, $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$, $A_6$ ed $A_7$ sono adunque i più importanti a determinarsi e, indicandoli rispettivamente colle lettere $m$, $m_1$, $m_2$, $m_3$, $m_4$, $m_5$, $m_6$ ed $m_7$, si ha

$$
(8)\quad \begin{cases}
m = 0 \\
m_1 = N_1 l \\
m_2 = m_1 + N_2 l \\
m_3 = m_2 + N_3 l \\
m_4 = m_3 + N_4 l \\
m_5 = m_4 + N_5 l \\
m_6 = m_5 + N_6 l \\
m_7 = m_6 + N_7 l .
\end{cases}
$$

9. Gli sforzi, che nel numero precedente vennero indicati colle lettere $Z_1$, $Z_2$, $Z_3$, $Z_4$, $Z_5$, $Z_6$, $Z_7$, ed i momenti inflettenti che nello stesso numero vennero chiamati $\mu_1$, $\mu_2$, $\mu_3$, $\mu_4$, $\mu_5$, $\mu_6$ e $\mu_7$ provocano nei puntoni la resistenza longitudinale, ed in una sezione retta qualunque del sistema poligonale $A A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7$ può essere cimentata o la sola resistenza alla compressione, o contemporaneamente resistenza all'estensione ed alla compressione. Comunque però avvenga la cosa, la resistenza alla compressione è la sola che importa al costruttore, giacchè nel problema che trattasi è quella che dà luogo alla massima resistenza longitudinale riferita all'unità di superficie. Se poi le sezioni rette dei puntoni si suppongono simmetriche rispetto al piano determinato dagli assi dei puntoni stessi e rispetto alle orizzontali passanti pei loro centri di superficie, e se per ciascun puntone, a partire dal più basso, si dicono $v_1$, $v_2$, $v_3$, $v_4$, $v_5$, $v_6$ e $v_7$ la metà dell'altezza, $\Omega_{p1}$, $\Omega_{p2}$, $\Omega_{p3}$ $\Omega_{p4}$, $\Omega_{p5}$ $\Omega_{p6}$ e $\Omega_{p7}$ l'area, $I_1$, $I_2$, $I_3$, $I_4$, $I_5$, $I_6$ ed $I_7$ il momento d'inerzia della sezione retta, si ha, che le massime resistenze longitudinali riferite all'unità di superficie sono date dalle formole

$$
(1)\left\{
\begin{aligned}
Q_1 &= \frac{v_1 \mu_1}{I_1} + \frac{Z_1}{\Omega_{p1}} \\
Q_2 &= \frac{v_2 \mu_2}{I_2} + \frac{Z_2}{\Omega_{p2}} \\
Q_3 &= \frac{v_3 \mu_3}{I_3} + \frac{Z_3}{\Omega_{p3}} \\
Q_4 &= \frac{v_4 \mu_4}{I_4} + \frac{Z_4}{\Omega_{p4}} \\
Q_5 &= \frac{v_5 \mu_5}{I_5} + \frac{Z_5}{\Omega_{p5}} \\
Q_6 &= \frac{v_6 \mu_6}{I_6} + \frac{Z_6}{\Omega_{p6}} \\
Q_7 &= \frac{v_7 \mu_7}{I_7} + \frac{Z_7}{\Omega_{p7}},
\end{aligned}
\right.
$$

essendo $Q_1$ la massima pressione riferita all'unità di superficie per una sezione retta qualunque del puntone più basso, e successivamente $Q_2$, $Q_3$, $Q_4$, $Q_5$, $Q_6$ e $Q_7$ le massime pressioni riferite all'unità di superficie in una sezione retta qualunque degli altri puntoni fino al più alto.

Portando su una stessa retta $AX$ (fig. 5) le lunghezze dei sette puntoni della metà di una centina, elevando sugli estremi di queste lunghezze altrettante perpendicolari e prendendo su esse le lunghezze $A_1 m_1$, $A_2 m_2$, $A_3 m_3$, $A_4 m_4$, $A_5 m_5$ ed $A_6 m_6$, rispettivamente proporzionali ai momenti $m_1$, $m_2$, $m_3$, $m_4$, $m_5$, ed $m_6$, si ottiene nella spezzata $Am_1 m_2 m_3 m_4 m_5 m_6 A_7$ il diagramma dei momenti inflettenti. Questo diagramma mette in evidenza come il momento inflettente massimo corrisponda ad un vertice e come per conseguenza il momento inflettente massimo per ogni puntone corrisponda ad una sua estremità. Risulta da quest'ultima osservazione che, per un determinato puntone, si verifica la massima pressione riferita all'unità di superficie in uno dei suoi due estremi. Dicendo adunque rispettivamente $m'_1$, $m'_2$, $m'_3$, $m'_4$, $m'_5$, $m'_6$ ed $m'_7$ il più grande dei due momenti estremi re-



lativi a ciascun puntone, incominciando dal più basso, si ha che le massime pressioni $Q'_1$, $Q'_2$, $Q'_3$, $Q'_4$, $Q'_5$, $Q'_6$ e $Q'_7$ riferite all'unità di superficie relative ai puntoni $AA_1$, $A_1A_2$, $A_2A_3$, $A_3A_4$, $A_4A_5$, $A_5A_6$ ed $A_6A_7$ sono date da

$$
(2)\left\{
\begin{aligned}
Q'_1 &= \frac{v_1 m'_1}{I_1} + \frac{Z_1}{\Omega_{p1}} \\
Q'_2 &= \frac{v_2 m'_2}{I_2} + \frac{Z_2}{\Omega_{p2}} \\
Q'_3 &= \frac{v_3 m'_3}{I_3} + \frac{Z_3}{\Omega_{p3}} \\
Q'_4 &= \frac{v_4 m'_4}{I_4} + \frac{Z_4}{\Omega_{p4}} \\
Q'_5 &= \frac{v_5 m'_5}{I_5} + \frac{Z_5}{\Omega_{p5}} \\
Q'_6 &= \frac{v_6 m'_6}{I_6} + \frac{T_6}{\Omega_{p6}} \\
Q'_7 &= \frac{v_7 m'_7}{I_7} + \frac{T_7}{\Omega_{p7}}.
\end{aligned}
\right.
$$

10. Trovati gli sforzi tutti sopportati dai diversi pezzi del sistema, viene facile porre le equazioni di stabilità, determinatrici di una dimensione della sezione retta di ciascun pezzo.

Se chiamansi $\Omega_{t1}$, $\Omega_{t2}$, $\Omega_{t3}$, $\Omega_{t4}$, $\Omega_{t5}$, $\Omega_{t6}$ ed $\Omega_{t7}$ la superficie delle sezioni rette dei tiranti componenti la catena ed $n'R'$ il prodotto del coefficiente di stabilità pel coefficiente di rottura della materia di cui è formata la catena stessa, si ha

$$
(1)\left\{
\begin{aligned}
n'R' &= \frac{T_1}{\Omega_{t1}} \\
n'R' &= \frac{T_2}{\Omega_{t2}}
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\text{segue (1)} \left\{
\begin{aligned}
n'R' &= \frac{T_3}{\Omega_{t3}} \\
n'R' &= \frac{T_4}{\Omega_{t4}} \\
n'R' &= \frac{T_5}{\Omega_{t5}} \\
n'R' &= \frac{T_6}{\Omega_{t6}} \\
n'R' &= \frac{T_7}{\Omega_{t7}} .
\end{aligned}
\right.
$$

Analogamente, essendo $\Omega_{s1}$, $\Omega_{s2}$, $\Omega_{s3}$, $\Omega_{s4}$, $\Omega_{s5}$, $\Omega_{s6}$ ed $\Omega_{s7}$ la superficie delle sezioni rette delle staffe ed $(n'R')$ il prodotto del coefficiente di stabilità pel coefficiente di rottura per tensione della materia di cui le staffe sono formate, risulta

$$
(2) \left\{
\begin{aligned}
(n'R') &= \frac{S_1}{\Omega_{s1}} \\
(n'R') &= \frac{S_2}{\Omega_{s2}} \\
(n'R') &= \frac{S_3}{\Omega_{s3}} \\
(n'R') &= \frac{S_4}{\Omega_{s4}} \\
(n'R') &= \frac{S_5}{\Omega_{s5}} \\
(n'R') &= \frac{S_6}{\Omega_{s6}} \\
(n'R') &= \frac{S_7}{\Omega_{s7}} .
\end{aligned}
\right.
$$

In quanto ai puntoni, dicendo $n''R''$ il prodotto del coefficiente di stabilità pel relativo coefficiente di rottura per pressione, si ha



$$
(3) \left\{
\begin{aligned}
n''R'' &= \frac{v_1 m'_1}{I_1} + \frac{Z_1}{\Omega_{p1}} \\
n''R'' &= \frac{v_2 m'_2}{I_2} + \frac{Z_2}{\Omega_{p2}} \\
n''R'' &= \frac{v_3 m'_3}{I_3} + \frac{Z_3}{\Omega_{p3}} \\
n''R'' &= \frac{v_4 m'_4}{I_4} + \frac{Z_4}{\Omega_{p4}} \\
n''R'' &= \frac{v_5 m'_5}{I_5} + \frac{Z_5}{\Omega_{p5}} \\
n''R'' &= \frac{v_6 m'_6}{I_6} + \frac{Z_6}{\Omega_{p6}} \\
n''R'' &= \frac{v_7 m'_7}{I_7} + \frac{Z_7}{\Omega_{p7}} ,
\end{aligned}
\right.
$$

e queste equazioni servono a determinare quel lato della sezione retta di ciascun puntone che entra come incognita nei valori delle lunghezze $v$, delle superficie $\Omega$ e dei momenti d'inerzia $I$.

Una volta determinate le dimensioni dei puntoni coll'aver riguardo alla resistenza longitudinale in essi provocata, per essere sicuri che per nessun verso trovasi compromessa la loro stabilità, importa accertarsi in quali condizioni si trovano per rapporto alla resistenza trasversale. Perciò dicendo $n'''R'''$ il prodotto del coefficiente di stabilità pel coefficiente di rottura, nel senso trasversale, della materia di cui i puntoni sono formati, si porranno le equazioni

$$
(4) \left\{
\begin{aligned}
n'''R''' &= \frac{N_1}{\Omega_{p1}} \\
n'''R''' &= \frac{N_2}{\Omega_{p2}} \\
n'''R''' &= \frac{N_3}{\Omega_{p3}}
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\text{segue (4)}\left\{
\begin{aligned}
n''' R''' &= \frac{N_4}{\Omega_{p4}} \\
n''' R''' &= \frac{N_5}{\Omega_{p5}} \\
n''' R''' &= \frac{N_6}{\Omega_{p6}} \\
n''' R''' &= \frac{N_7}{\Omega_{p7}} .
\end{aligned}
\right.
$$

Da tutte queste equazioni si ricaverà il coefficiente di stabilità $n'''$, e si conchiuderà che esiste la voluta sicurezza per rapporto alla resistenza trasversale, allorquando tutti i valori di $n'''$ trovansi minori di $\frac{1}{10}$ se trattasi di puntoni di legno e minori di $\frac{1}{5}$ se trattasi di puntoni metallici. Se alcuno dei valori di $n'''$ fosse maggiore dell'indicato limite, bisognerebbe, per il puntone a cui un tal valore si riferisce, calcolare la dimensione incognita della sua sezione retta colla relativa equazione di stabilità corrispondente alla resistenza trasversale.

11. Si è detto nel numero 4 che la spinta orizzontale di una centina poligonale, come quella in quistione, deve essere compresa fra due limiti; che il limite inferiore è zero; e che il limite superiore corrisponde all'ipotesi in cui i tiranti componenti la catena sono senza azione sul puntone e sulle staffe.

Le formole da adottarsi, pel caso in cui un costruttore vuol progettare una centina che non produca spinta sui piedritti, sono quelle che vennero stabilite nei precedenti numeri, quando in esse si faccia $Q=0$. Le stesse formole sono ancora convenienti pel caso in cui si vuole che la centina produca la più gran spinta possibile sui piedritti. Diventano nulle le tensioni di tutte le staffe e di tutti i tiranti, ed il valore della spinta orizzontale $Q$ si riduce a

$$Q=\frac{Vc-Pr\,(sen\,6\alpha+sen\,5\alpha+sen\,4\alpha+sen\,3\alpha+sen\,2\alpha+sen\,\alpha)}{m}.$$



Osserverò ancora che una spinta maggiore è impossibile, giacché, pel modo con cui il tirante inferiore è unito alla staffa e per esservi sempre uno snodo fra questa e l'estremità inferiore del puntone, non si può ammettere che la catena possa avere tendenza di cacciare all'infuori l'estremo inferiore alla centina. La catena o è inattiva o funziona come tirante, e, o sono fondati su basi false, o non tengono conto della realtà dei fatti quei calcoli che conducono a trovare una spinta orizzontale maggiore del limite superiore sopraindicato.

12. Per dare il progetto di una centina poligonale come quella della grande tettoia nella stazione di Arezzo, conviene stabilire innanzi tutto se gli estremi devono essere liberi o fissi; e, nel primo caso, se devono trovarsi sopra rulli, sopra scorritoi, o sopra muratura.

Quando gli estremi devono essere liberi, si può supporre che la spinta orizzontale $Q$ sia uguale alla pressione verticale $V$ che la mezza centina produce sull'appoggio, moltiplicata per un coefficiente d'attrito $f$. Questo coefficiente si assumerà nella pratica eguale a *0,04,* o a *0,08,* o da *0,50* a *0,65,* secondo che la centina deve essere posta in opera sopra rulli, o sopra scorritoi, o sopra pietre e muratura. Osservando poi che il coefficiente d'attrito $f$ è piccolo nel caso della centina appoggiata su rulli, si può supporre che la spinta orizzontale corrispondente sia nulla, ed una tale ipotesi conduce a trovare pei diversi pezzi della centina sforzi sempre un po' maggiori di quelli che effettivamente si verificano, cosicché risulta essa a vantaggio della stabilità. Una volta fissato il valore della spinta $Q$, mediante le forinole *(I), (2), (3), (4), (5), (6)* e (7) del numero 5, si determinano gli elementi geometrici occorrenti al calcolo dei diversi sforzi sopportati dalla centina. Colle formole *(1), (2), (3), (4),* (5), *(6)* e *(7)* del numero 7, si trovano le tensioni $T_1$ $T_2$, $T_3$, $T_4$, $T_5$, $T_6$ e $T_7$ dei tiranti e le tensioni $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$, $S_s$, $S_6$ ed $S_7$ delle staffe. Applicando le formole (1), (2), (3), (4), (5), *(6),* (7) ed *(8)* del numero *8,* si calcolano gli sforzi longitudinali $Z_1$ $Z_2$, $Z_3$, $Z_4$, $Z_5$, $Z_6$ e$Z_7$, gli sforzi trasversali $N_1$, $N_2$, $N_3$, $N_4$, $N_5$, $N_6$ ed $N_7$ i momenti inflettenti $\mu_1$, $\mu_2$, $\mu_3$, $\mu_4$, $\mu_5$, $M_6$ e $\mu_7$, per una sezione qualunque di ciascun puntone, ed i momenti inflettenti $m_1$ $m_2$, $m_3$ $m_4$, $m_5$, $m_6$ ed $m_7$ per le sezioni corrispondenti ai vertici del sistema poligonale $A$ $A_1$ $A_2$ $A_3$ $A_4$ $A_5$ $A_6$ $A_7$ (fig. 4). Colle forinole *(2)* del numero *9* si determinano le massime pressioni $Q'_1$, $Q'_2$ $Q'_3$, $Q'_4$, $Q'_5$, $Q'_6$ e $Q'_7$ riferite all'unità di superficie, presso i vertici del sistema stesso. Finalmente si impiegano le equazioni di stabilità *(1), (2), (3)* e *(4)* del numero 10 per determinare una delle dimensioni della sezione retta di ciascun pezzo della centina.

Se invece la centina deve essere fissata sugli appoggi, il costruttore incomincia a stabilirsi la spinta orizzontale che vuoi lasciar sopportare ai piedritti, la qual spinta non deve essere maggiore del valore di $Q$ dato dalla formola del precedente numero. Fatto questo procederà colle formole date a trovare le tensioni dei tiranti, le tensioni delle staffe, le massime pressioni riferite all'unità di superficie sui puntoni, e finalmente a porre le equazioni di stabilità determinatrici di una dimensione della sezione retta di ciascun pezzo della centina. Nell'esecuzione del progetto poi bisogna assolutamente portare i tiranti al grado di tensioni date dai calcoli, e le stesse tensioni bisognerebbe mantenere nelle centine in opera se non vuoisi aumento di spinta sui piedritti e diminuzione di stabilità nei medesimi.

È superfluo il dire che, tanto nel caso degli estremi liberi, quanto nel caso degli estremi fissi, i piedritti devono essere determinati in modo da poter sopportare la massima spinta che su essi può verificarsi.

13. Per verificare la stabilità di una centina, del tipo di quella della grande tettoia nella stazione di Arezzo, nell'ipotesi che una tale centina si trovi già in opera, conviene osservare innanzi tutto se i suoi estremi sono liberi, oppure se sono fissi ; a calcolare il valore di $V$, ossia il valore della pressione verticale che la centina produce su ciascun appoggio.



Quando gli estremi della centina non sono fissi, si moltiplica l'indicata pressione pel coefficiente d'attrito *0,04* o *0,08* o *0,50,* secondo che la centina è in opera sopra rulli o sopra scorritoi o sopra muratura, e nel prodotto si ottiene così la spinta orizzontale $Q$. Quando la centina è collocata sopra rulli, si può anche ammettere che essa non produca spinta sui piedritti; e, quando gli appoggi hanno luogo sopra pietra o sopra muratura, si può portare fino a *0,65* il valore dell'indicato coefficiente d'attrito. — Fissato il valore della spinta orizzontale $Q$, mediante le formole *(1), (2), (3), (4),* (5), *(6)* e (7) del numero *5,* si determinano gli elementi geometrici necessari pel calcolo dei diversi sforzi sopportati dalla centina. Colle formole *(1), (2), (3), (4), (5), (6)* e (7) del numero *7,* si trovano le tensioni $T_1$, $T_2$, $T_3$, $T_4$, $T_5$, $T_6$ e $T_7$ dei tiranti e le tensioni $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$, $S_5$, $S_6$ ed $S_7$, delle staffe. Adottando le formole *(1), (2), (3), (4), (5), (6), (7)* ed *(8)* del numero *8,* si calcolano gli sforzi longitudinali $Z_1$, $Z_2$ $Z_3$, $Z_4$, $Z_5$ $Z_6$ e $Z_7$, gli sforzi trasversali $N_1$ $N_2$, $N_3$, $N_4$, $N_5$, $N_6$ ed $N_7$ ed i momenti inflettenti $m_1$ $m_2$, $m_3$, $m_4$, $m_5$, $m_6$ ed $m_7$, per le sezioni corrispondenti ai vertici del sistema poligonale $A$ $A_1$ $A_2$ $A_3$ $A_4$ $A_5$ $A_6$ $A_7$ (fig. 4). Colle formole *(2)* del numero *9* si determinano le massime pressioni $Q'_1$, $Q'_2$, $Q'_3$, $Q'_4$, $Q'_5$, $Q'_6$ e $Q'_7$, riferite all'unità di superficie, presso i vertici del sistema stesso. Dopo, si pongono le equazioni di stabilità *(1), (2), (3)* e *(4)* del numero *10* e si determinano i corrispondenti coefficienti di stabilità. Se questi coefficienti sono minori di $\frac{1}{10}$ pei pezzi di legno e minori di 1/5 pei pezzi metallici, è segno che si ha la necessaria stabilità, ed invece questa manca in quei pezzi in cui i detti coefficienti hanno valori maggiori di quelli or indicati.

Se invece la centina è fissata sui piedritti, si può incominciare dall'osservare se i tiranti sono in tensione o no. Nel secondo caso la centina esercita la massima spinta possibile sui piedritti, facile a determinarsi colla formola che venne data dal numero 11, ed i diversi suoi pezzi sopportano quegli sforzi che si ricavano dalle forinole generali state stabilite nei precedenti numeri, quando in esse pongasi per $Q$ l'ultimo indicato valore della spinta massima. Trovati questi sforzi si deducono i relativi coefficienti di stabilità, e, quando tali coefficienti sono nei limiti già indicati, si deve conchiudere che la centina è stabile, sempre che abbiasi nei piedritti una tale robustezza da poter essi permanentemente sopportare l'indicata spinta orizzontale.

Se poi, essendo fissi gli estremi della centina, i tiranti sono in tensione, si cercherà qual è il limite superiore della spinta che i piedritti possono sopportare, e sarà questo il valore di $Q$ da porsi nelle forinole che servono alla determinazione degli sforzi sopportati dai differenti pezzi della centina. Dopo questa determinazione, si pongono le equazioni di stabilità e si deducono i relativi coefficienti di stabilità, i quali danno un'idea del grado di sicurezza dell'opera.

Nel caso in cui gli estremi della centina sono fissi, si può anche misurare la tensione di un tirante, per esempio quella del tirante più basso, per dedurre dalle equazioni che vennero stabilite, le tensioni degli altri tiranti, la spinta orizzontale della centina, le tensioni delle staffe e le massime pressioni riferite all'unità di superficie nelle sezioni più affaticate dei puntoni. Dopo la determinazione di questi sforzi si possono calcolare i coefficienti di stabilità applicando le forinole *(1)*, *(2)*, (3) e *(4)* del numero 10.

14. Per la centina della grande tettoia nella stazione di Arczzo, si ha: che la semi-corda $\overline{AD}$ (fig. 4) è di $14^m$; che la monta $\overline{DA_7}$ ha la lunghezza di $9^m,80$ e che la monta $\overline{DB_7}$ vale $7^m,90$. Calcolando poi mediante questi dati gli elementi tutti che si possono determinare colle formole state determinate nel numero 5, si ottengono i seguenti risultati:

$$r = \overline{CA} = 14^m,90$$
$$r' = \overline{OA} = 16\ ,35$$



$$7\alpha = A\,C\,A_7 = 69^\circ\,59'\,2''$$
$$l = A\,A_1 = \ldots\ldots = 2^m,60$$
$$\gamma = 58^\circ\,54'\,1''$$
$$\beta = 11^\circ\,5'\,11''$$
$$d = 3^m,35,$$

$$\beta_1 = 10^\circ\,12'\,17''$$
$$\beta_2 = \ 9\ \ 0\ 57$$
$$\beta_3 = \ 7\ 33\ 20$$
$$\beta_4 = \ 5\ 52\ 13$$
$$\beta_5 = \ 4\ \ 0\ 42$$
$$\beta_6 = \ 2\ \ 2\ \ 8,$$

$$\gamma_1 = 49^\circ\,46'\,53''$$
$$\gamma_2 = 40\ 58\ 22$$
$$\gamma_3 = 32\ 26\ \ 7$$
$$\gamma_4 = 24\ \ 7\ 22$$
$$\gamma_5 = 15\ 59\ \ 1$$
$$\gamma_6 = \ 7\ 57\ 44,$$

$$\delta = 74^\circ\,21'\,25''$$
$$\delta_1 = 75\ 23\ 38$$
$$\delta_2 = 76\ 42\ 56$$
$$\delta_3 = 78\ 17\ 18$$
$$\delta_4 = 80\ \ 3\ 37$$
$$\delta_5 = 81\ 58\ 40$$
$$\delta_6 = 83\ 59\ \ 0,$$

$$\lambda_1 = 95^\circ\,38'\,43''$$
$$\lambda_2 = 94\ 36\ 42$$
$$\lambda_3 = 93\ 17\ 13$$
$$\lambda_4 = 91\ 42\ 51$$

$$\lambda_5 = 89^0\ 56'\ 32''$$
$$\lambda_6 = 88\quad 1\ 30$$
$$\lambda_7 = 86\quad 1\ \ 8,$$

$$\varepsilon_1 = 25^0\quad 0'\ 54''$$
$$\varepsilon_2 = 35\quad 0\ 46$$
$$\varepsilon_3 = 45\quad 0\ 38$$
$$\varepsilon_4 = 55\quad 0\ 30$$
$$\varepsilon_5 = 65\quad 0\ 22$$
$$\varepsilon_6 = 75\quad 0\ 14$$
$$\varepsilon_7 = 85\quad 0\ \ 4,$$

$$\pi = 54^0\ 20'\ 27''$$

I coefficienti numerici $K_1$, $K_2$, $K_3$, $K_4$, $K_5$ e $K_6$ non che gli altri $M_1$, $M_2$, $M_3$ $M_4$, $M_5$, $M_6$ ed $M_7$, i quali sono indipendenti dalle forze sollecitanti la centina e che sono solamente funzioni degli angoli δ e γ che gli assi dei tiranti fanno coi raggi del poligono costituito dagli assi dei puntoni, facili ad ottenersi mediante le formole *(1)* e *(2)* del numero *7,* risultano

$$K_1 = 0{,}9042 \qquad K_4 = 0{,}9710$$
$$K_2 = 0{,}9299 \qquad K_5 = 0{,}9853$$
$$K_3 = 0{,}9523 \qquad K_6 = 0{,}9951,$$

$$M_1 = 0{,}1455 \qquad M_4 = 0{,}1410$$
$$M_2 = 0{,}1441 \qquad M_5 = 0{,}1399$$
$$M_3 = 0{,}1425 \qquad M_6 = 0{,}1391$$
$$M_7 = 0{,}1387.$$

Si può ora passare al calcolo degli sforzi sopportati dalle diverse parti della centina. Per determinare questi sforzi è necessario assumere fra i dati la spinta orizzontale della centina sui piedritti, e verranno considerati i seguenti tre



casi: quello che corrisponde all'ipotesi di una spinta nulla sui piedritti; quello che corrisponde all'ipotesi in cui il coefficiente d'attrito fra l'estremità inferiore della centina e la superficie d'appoggio è *0,50,* ossia all'ipotesi di una spinta orizzontale eguale alla metà della pressione verticale della centina su ciascun appoggio; e finalmente quello che corrisponde all'ipotesi della spinta massima sui piedritti. Si supporrà poi che ciascuno dei vertici del poligono costituito dagli assi dei puntoni sia caricato di un peso di 1100 chilogrammi, il qual peso, con molta approssimazione, corrisponde al carico permanente ed al carico accidentale massimo che può gravitare sulla centina.

Per verificare il grado di stabilità dei differenti pezzi componenti la centina è necessario conoscere le dimensioni delle loro sezioni rette. I tiranti hanno sezione circolare col diametro di metri 0,04; le staffe hanno sezione retta rettangolare col lato orizzontale di metri 0,25 e coll'altro lato di metri 0,18; i puntoni presentano pure sezione retta rettangolare col lato orizzontale di metri 0,25 e coll'altro lato di metri 0,30.

15. Nell'ipotesi che la centina non produca spinta sui piedritti, si ha: che le tensioni dei tiranti costituenti la catena risultano

$$T_1 = 22100^{\text{k}}$$
$$T_2 = 22700$$
$$T_3 = 23300$$
$$T_4 = 23700$$
$$T_5 = 24100$$
$$T_6 = 24300$$
$$T_7 = 24400;$$

che le tensioni delle staffe sono date da

$$S_1 = 3550^{kg}$$
$$S_2 = 3520$$
$$S_3 = 3480$$
$$S_4 = 3450$$
$$S_5 = 3410$$
$$S_6 = 3400$$
$$S_7 = 3390;$$

che le pressioni dirette secondo gli assi dei puntoni ammettono i valori

$$Z_1 = 28200^{kg}$$
$$Z_2 = 27300$$
$$Z_3 = 26500$$
$$Z_4 = 25800$$
$$Z_5 = 25100$$
$$Z_6 = 24700$$
$$Z_7 = 24500;$$

che gli sforzi di taglio per una sezione retta qualunque di ciascun puntone sono

$$N_1 = 1050^{kg}$$
$$N_2 = 318$$
$$N_3 = -154$$
$$N_4 = -387$$
$$N_5 = -418$$
$$N_6 = -303$$
$$N_7 = -106;$$

che i momenti inflettenti, per sezioni rette dei puntoni vicinissime ai vertici del poligono costituito dai loro assi, risultano



$$m = 0$$
$$m_1 = 2730$$
$$m_2 = 3560$$
$$m_3 = 3170$$
$$m_4 = 2150$$
$$m_5 = 1060$$
$$m_6 = 276$$
$$m_7 = 0;$$

e finalmente che le massime pressioni, riferite al metro quadrato, per sezioni rette vicinissime ai vertici del poligono costituito dai loro assi, ammettono i valori

$$Q'_0 = 376000^{kg}$$
$$Q'_1 = 1104000$$
$$Q'_2 = 1313000$$
$$Q'_3 = 1199000$$
$$Q'_4 = 913000$$
$$Q'_5 = 618000$$
$$Q'_6 = 403000$$
$$Q'_7 = 327000.$$

Il tirante più alto è quello che sopporta la maggior tensione, ed assumendo di 40 chilogrammi per millimetro quadrato il coefficiente di rottura del ferro di cui esso è formato, il coefficiente di stabilità ad esso relativo risulta di 0,48; cosicchè questo coefficiente sarebbe compreso fra $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{3}$, ma assai prossimo ad $\frac{1}{2}$.

La staffa più bassa è quella in cui viene provocata la maggior tensione, e, nell'ipotesi che sia di chilogrammi 6,1 per ogni millimetro quadrato il coefficiente di rottura del legno di cui èssa è costituita, il suo grado di stabilità viene marcato dal coefficiente 0,13, il quale è compreso fra $\frac{1}{7}$ ed $\frac{1}{8}$.

In una sezione vicinissima al vertice $A_2$ trovasi provocata la massima pressione riferita all'unità di superficie nel sistema costituito dai puntoni, e, assumendo di chilogrammi 6,1 per millimetro quadrato il coefficiente di rottura del legno di cui questo sistema si compone, risulta di 0,21 quel coefficiente che marca il suo grado di stabilità, il qual coefficiente è compreso fra $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{5}$, ma assai più prossimo ad $\frac{1}{5}$ che non ad $\frac{1}{4}$.

16. Supponendo che il coefficiente d'attrito fra l'estremità inferiore della centina e la superficie d'appoggio sia 0,50, ossia che la spinta orizzontale sia la metà della pressione verticale della centina su ciascun appoggio, si hanno risultamenti ben diversi da quelli ottenuti nel precedente numero.

Le tensioni dei tiranti riescono

$$
\begin{aligned}
T_1 &= 5330^{\text{kg}} \\
T_2 &= 5480 \\
T_3 &= 5610 \\
T_4 &= 5720 \\
T_5 &= 5810 \\
T_6 &= 5860 \\
T_7 &= 5890.
\end{aligned}
$$

I valori delle tensioni delle staffe sono dati da

$$
\begin{aligned}
S_1 &= 858^{\text{kg}} \\
S_2 &= 848 \\
S_3 &= 840
\end{aligned}
$$



$$
\begin{aligned}
S_4 &= 833 \\
S_5 &= 826 \\
S_6 &= 820 \\
S_7 &= 818.
\end{aligned}
$$

Le pressioni dirette secondo gli assi dei puntoni sono

$$
\begin{aligned}
Z_1 &= 13200^{\text{kg}} \\
Z_2 &= 12400 \\
Z_3 &= 11600 \\
Z_4 &= 10800 \\
Z_5 &= 10200 \\
Z_6 &= 9700 \\
Z_7 &= 9500.
\end{aligned}
$$

Gli sforzi di taglio per una sezione retta qualunque di ciascun puntone valgono

$$
\begin{aligned}
N_1 &= 1200^{\text{kg}} \\
N_2 &= 370 \\
N_3 &= -166 \\
N_4 &= -436 \\
N_5 &= -481 \\
N_6 &= -357 \\
N_7 &= -130.
\end{aligned}
$$

I momenti inflettenti, per sezioni rette dei puntoni vicinissime ai vertici del poligono costituito dai loro assi, risultano

$$
\begin{aligned}
m &= 0 \\
m_1 &= 3120 \\
m_2 &= 4082
\end{aligned}
$$

$$m_3 = 3650$$
$$m_4 = 2517$$
$$m_5 = 1266$$
$$m_6 = 338$$
$$m_7 = 0.$$

Finalmente, le massime pressioni, riferite al metro quadrato, per sezioni rette dei puntoni vicinissime ai vertici del poligono formato dagli assi dei puntoni stessi, ammettono i valori

$$Q'_0 = 176000^{kg}$$
$$Q'_1 = 1008000$$
$$Q'_2 = 1254000$$
$$Q'_3 = 1128000$$
$$Q'_4 = 815000$$
$$Q'_5 = 574000$$
$$Q'_6 = 219000$$
$$Q'_7 = 127000.$$

Adottando pel ferro e pel legname i coefficienti di rottura già stati indicati nel precedente numero, si ha: che il coefficiente di stabilità relativo al tirante più alto, il qual tirante è quello che sopporta la massima tensione, vale 0,12, cosicchè questo coefficiente è compreso fra $\frac{1}{8}$ ed $\frac{1}{9}$; che il coefficiente di stabilità per la staffa più bassa, nella quale trovasi provocata la maggior tensione, risulta 0,03, di modo che questo coefficiente è compreso fra $\frac{1}{33}$ ed $\frac{1}{34}$; finalmente, che in una sezione retta vicinissima al vertice $A_2$ trovasi provocata la massima pressione riferita all'unità di superficie nel sistema costituito dai puntoni, e che, essendo 0,205 il



relativo coefficiente di stabilità, trovasi esso compreso fra $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{5}$, ma assai più prossimo ad $\frac{1}{5}$ che non ad $\frac{1}{4}$.

17. Nell'ipotesi che la centina produca la massima spinta possibile sui piedritti, la qual spinta, facile a calcolarsi colla formola stata stabilita nel numero 11, risulta di chilogrammi 4712 nel caso particolare della centina della grande tettoia nella stazione di Arezzo, si ha: che sono nulli i valori delle tensioni dei tiranti e delle staffe; che le pressioni dirette secondo gli assi dei puntoni sono date da

$$Z_1 = 8470^{kg}$$
$$Z_2 = 7660$$
$$Z_3 = 6830$$
$$Z_4 = 6070$$
$$Z_5 = 5430$$
$$Z_6 = 4980$$
$$Z_7 = 4740;$$

che gli sforzi di taglio per una sezione retta qualsiasi di ciascuno dei sette puntoni ammettono i valori

$$N_1 = 1246^{kg}$$
$$N_2 = 388$$
$$N_3 = -170$$
$$N_4 = -452$$
$$N_5 = -501$$
$$N_6 = -374$$
$$N_7 = -139;$$

che i momenti inflettenti, per sezioni rette dei puntoni vicinissime ai vertici della linea poligonale costituita dagli assi dei puntoni stessi, risultano

$$m = 0$$
$$m_1 = 3250$$
$$m_2 = 4348$$
$$m_3 = 3806$$
$$m_4 = 2631$$
$$m_5 = 1329$$
$$m_6 = 972$$
$$m_7 = 0;$$

e finalmente che le massime pressioni, riferite al metro quadrato, per le stesse sezioni sono date da

$$Q'_0 = 142000^{\mathrm{k}}$$
$$Q'_1 = 1009000$$
$$Q'_2 = 1262000$$
$$Q'_3 = 1106000$$
$$Q'_4 = 783000$$
$$Q'_5 = 426000$$
$$Q'_6 = 326000$$
$$Q'_7 = 63000.$$

Nel sistema costituito dai puntoni trovasi provocata la massima pressione riferita all'unità di superficie in una sezione retta vicinissima al vertice $A_2$; ed il relativo coefficiente di stabilità vale 0,207. Questo coefficiente è compreso fra $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{5}$, ma è assai più prossimo ad $\frac{1}{5}$ che non ad $\frac{1}{4}$.

18. Onde vedere con un sol colpo d'occhio come variano da sezione a sezione gli sforzi sopportati dal sistema costituito dai puntoni, servono le figure 6, 7 ed 8. La figura 6 corrisponde all'ipotesi in cui la centina non esercita alcuna spinta sui piedritti; la figura 7 all'ipotesi di una spinta orizzontale eguale alla metà della pressione verticale che la



centina esercita sull'appoggio; e la figura 8 all'ipotesi della massima spinta orizzontale.

Considerando la figura 6, ecco come si procedette per la sua costruzione. Nella scala di $\frac{1}{100}$ e sulla retta $XY$, si fece lo sviluppo della linea poligonale costituita dagli assi dei sette puntoni componenti la metà della centina, e pei punti $A$, $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$, $A_6$ ed $A_7$ si elevarono altrettante perpendicolari alla retta $XY$. Su queste perpendicolari, nella scala di 3 millimetri per ogni 1000 chilogrammi, ed a partire dalla perpendicolare elevata pel punto $A_1$, si portarono i valori di $Z_1$, $Z_2$, $Z_3$, $Z_4$, $Z_5$, $Z_6$ e $Z_7$ stati riportati al numero 15. Vennero condotte altrettante parallele alla retta $XY$ per gli estremi delle portate lunghezze, e si ottenne la spezzata a linee continue, le cui ordinate rappresentano le pressioni dirette secondo gli assi dei puntoni in una sezione retta qualsiasi dei puntoni stessi.

Analogamente, nella scala di 4 millimetri per ogni 100 chilogrammi, si portarono, sulle stesse perpendicolari ad $XY$ ed a partire da quella elevata per $A_1$, i valori di $N_1$, $N_2$, $N_3$, $N_4$, $N_5$, $N_6$ ed $N_7$ che trovansi nel citato numero 15. Si giunse così ad ottenere la spezzata definita dalle linee a tratti, e le ordinate di questa spezzata rappresentano gli sforzi di taglio per le sezioni rette del sistema costituito dai puntoni.

Portando poi a partire dai puntoni $A$, $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$, $A_6$ ed $A_7$ i valori di $m$, $m_1$, $m_2$, $m_3$, $m_4$, $m_5$, $m_6$ ed $m_7$ nella scala di 2 millimetri per ogni 100 unità di momento inflettente, nella linea spezzata segnata con tratti alternati da un punto, si ottiene la linea le cui ordinate rappresentano i momenti inflettenti per le differenti sezioni rette del sistema costituito dai puntoni.

Finalmente, adottando la scala di 5 millimetri per ogni 100000 chilogrammi nel valutare i valori delle massime pressioni riferite all'unità di supèrficie nelle diverse sezioni rette dei puntoni, e portando i valori di $Q'_0$, $Q'_1$, $Q'_2$, $Q'_3$,

$Q'_4$, $Q'_5$, $Q'_6$ e $Q'_7$, che trovansi nel numero 15, sulle perpendicolari ad $XY$ elevate pei punti $A$, $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$, $A_6$ ed $A_7$, nella spezzata a tratti alternati con due punti si ottiene la linea le cui ordinate rappresentano la massima pressione riferita all'unità di superficie nelle differenti sezioni rette del sistema costituito dai puntoni.

Quello che si è fatto nella figura 6 supponendo che la centina non produca spinta sui piedritti, venne ripetuto nelle figure 7 ed 8 per le altre due ipotesi, traendo partito dei dati numerici contenuti nei numeri 16 e 17.

19. Conchiudendo in merito alle stabilità delle centine della gran tettoia nella stazione di Arezzo, parmi potersi stabilire:

1° Che, per le disposizioni state usate nel porre in opera ciascuna centina sui piedritti, non si può ammettere che la spinta di quella contro questi sia nulla o assai piccola, ma che invece questa spinta si deve ritenere siccome compresa fra la metà della pressione verticale della centina sugli appoggi e la pressione massima stata riportata nel numero 17;

2° Che i tiranti costituenti la catena si trovano in buone condizioni di stabilità, e che ancora migliori sono quelle in cui trovansi le staffe;

3° Che il sistema costituito dai puntoni è quello meno stabile, e che la maggior instabilità ha luogo presso il terzo vertice a partire dall'imposta;

4° Che il grado di stabilità corrispondente alla sezione pericolosa del sistema formato dai puntoni si può ritenere siccome definito dalla frazione 1/5, e che per conseguenza in tale sezione pericolosa ha luogo una massima pressione, riferita all'unità di superficie, che è la quinta parte di quella capace di produrre la rottura;

5° Che il progetto della tettoia di Arezzo, colle centine delle dimensioni state adottate, non si doveva accettare, e che si dovevano modificare le dimensioni del sistema costituito dai puntoni in modo da esservi il coefficiente di stabilità 1/10 nella sezione pericolosa del sistema stesso;



6° Che però, trattandosi ora di una tettoia già costrutta, la quale è ben lungi dall'essere al limite di rottura, conviene andare cauti nell'ordinarne la demolizione, salvo che presenti essa segni sensibili di deformazioni e di degradazioni nocive e pericolose;

7° Che, nello stato attuale delle cose, conviene procurare che i piedritti abbiano tali dimensioni da essere anche capaci di resistere alla spinta massima stata riportata nel numero 17;

8° Finalmente, che la tettoia di Arezzo deve essere tenuta in osservazione, onde immediatamente ripararla all'apparire dei primi segni di degradazione e di nocive deformazioni, ed anche per abbatterla quando queste degradazioni e queste deformazioni siano tanto grandi da compromettere la sicurezza dell'opera.

Osserverò per ultimo che vi sono alcuni ripieghi atti a consolidare le centine del tipo di quelle della gran tettoia nella stazione di Arezzo, e che questi ripieghi consistono nell'aggiunta di alcuni pezzi onde ottenere che il sistema dalla categoria dei sistemi deformabili passi a quella dei sistemi articolati.

Torino, 9 maggio 1872.

CURIONI GIOVANNI.