

ATTI DELLA SOCIETÀ
DEGLI INGEGNERI E DEGLI INDUSTRIALI
DI TORINO

ANNO XVI - 1882

FASCICOLO UNICO

N° 22 della Serie completa degli Atti.



Le Memorie pubblicate negli Atti della Società non si possono nè tradurre nè riprodurre
senza il consenso degli Autori



TORINO
TIPOGRAFIA SALESIANA
1883.

ALBERTO BIANCHI

INGEGNERE

IN TORINO

1881 - 1882

PROVA

ESAME

SOCIETA' DEGLI INGEGNERI
E DEGLI INDUSTRIALI
TORINO

LA SOCIETA' DEGLI INGEGNERI E DEGLI INDUSTRIALI TORINO

TORINO

STAMPATA

1882

ATTI DELLA SOCIETÀ DEGLI INGEGNERI E DEGLI INDUSTRIALI DI TORINO

SOMMARIO

Comitato Direttivo per l'anno 1883	Pag. 3
Elenco dei Membri della Società al 31 dicembre 1882 »	3
Verbali delle Adunanze generali dell'anno 1882 . . »	7
Adunanza 14 febbraio	7
» 3 marzo	8
» 28 giugno	8
» 18 luglio	8
» 2 dicembre	9
» 29 dicembre	10
Sulla determinazione Grafica della Radice Cubica di una retta. — Nota dell'Ing. SCIPIONE CAPPA . . »	11
Del Calcolo Grafico dei Movimenti di Terra. — Nota dell'Ing. CAMILLO GUIDI	17
Nell'apertura della nuova Chiesa di S. Giovanni Evangelista eretta dal Sac. D. Giovanni Bosco in Torino 1882. — Memoria del Conte ARBORIO-MELLA . . »	19
L'Integratore o Planimetro dei momenti di I. Amster-Laffon. — Memoria dell'Ing. SCIPIONE CAPPA . . »	22
Doni pervenuti alla Società durante il 1882 . . . »	41
Elenco delle Opere periodiche esposte nella Sala di Lettura (sulla Copertina)	

Conto di gestione della Società 1882 - apposto

COMITATO DIRETTIVO per l'anno 1883

	Scadenza
PRESIDENTE — FERRARIS Cav. Ing. Galileo	(31 dic. 1883)
V. PRESIDENTI — SOLDATI Cav. Ing. Vincenzo	(31 dic. 1884)
» — FERRANTE Cav. Ing. G. B.	(31 dic. 1885)
CONSIGLIERI — MORENO Cav. Ing. Ottavio	(31 dic. 1884)
» — FADDA Cav. Ing. Stanislao	(31 dic. 1884)
» — ENRICO Cav. Ing. Giovanni	(31 dic. 1884)
» — PECCO Cav. Ing. Edoardo	(31 dic. 1884)
» — REYCEND Cav. Prof. Gio. Angelo	(31 dic. 1885)
» — NUOLI Cav. Ing. Rosbaldo	(31 dic. 1885)
SEGRETARIO — FERRIA Ing. Gius.	
SEGRETARIO-ECONOMO — BIGNAMI Ing. Orlando	
BIBLIOTECARIO — CAMPERI Ing. Giacomo	
CASSIERE — CERIANA Ing. Franc.	

ELENCO DEI MEMBRI DELLA SOCIETÀ

DEGLI

INGEGNERI E DEGLI INDUSTRIALI DI TORINO

AL 31 DICEMBRE 1882

Onorari.

Numero d'Ordine	di Matricola	
1	265	ANTONELLI Comm. Prof. Alessandro, Architetto.
2	295	ARBORIO-MELLA Conte Edoardo, cultore e scrittore d'Arti, Socio di varie Accademie.
3	266	PARODI Comm. Ing. Adolfo, Ispettore del Genio Civile.
4	267	ROSSI Comm. Alessandro, Senatore del Regno.
5	107	SCHIAVONI Cav. Federico, Prof. di Geodesia teoretica - Napoli.
6	53	SOBRERO Comm. Ascanio, Prof. di Chimica docimastica nella R. Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri di Torino e Membro della R. Accademia delle Scienze di Torino.
7	108	TURAZZA Cav. Domenico, Membro di parecchi Istituti scientifici, e Prof. nell'Università di Padova.

Effettivi residenti.

1	70	ALBERT Cav. Ing. Alessandro.
2	170	ALLASIA Cav. Ing. Filiberto.
3	99	ALLEMANNO Cav. Giuseppe, Industriale.
4	310	ANELLI Ing. Luigi.
5	252	ARDUINO sig. Antonio, Costruttore.
6	244	AVOGADRO DI CERETTO Conte Ing. Alberto.
7	144	BANAUDI Cav. Carlo, Ingegnere-Capo nel Corpo Reale del Genio Civile, Direttore tecnico della ferrovia Torino Savona.
8	217	BASS Ing. Cav. Vittorio, Industriale.
9	22	BELLA Comm. Ing. Giuseppe, Senatore del Regno.
10	261	BELLIA sig. Giuseppe, Costruttore.
11	126	BENAZZO Comm. Ing. Enrico.
12	114	BERRUTI Comm. Ing. Giacinto, Direttore del R. Museo Industriale Italiano, Membro della R. Accademia delle Scienze di Torino.

Numero d'Ordine di Matricola	Numero d'Ordine di Matricola
13 236	BERTOLDO Cav. Ing. Giuseppe, Capo Sezione principale Uffici Studi nelle F. A. I.
14 319	BERTRAND Ing. Francesco.
15 264	BIGNAMI Ing. Orlando.
16 236	BOCCIOLONE sig. Giuseppe, Industriale.
17 260	BOELLA Cav. Ing. Francesco.
18 311	BOGGIO Ing. Camillo.
19 24	BORELLA Comm. Ing. Candido.
20 159	BORELLI Comm. Ing. Bartolomeo.
21 295	BOTTIGLIA Cav. Ing. Angelo, Prof. al R. Museo Ind. It.
22 296	BORZINI Ing. Emilio.
23 231	BOZZI Cav. Alessandro, Ing. di Revisione della Manutenzione nelle F. A. I.
24 221	BRAYDA Ing. Riccardo, Assistente d'Architettura nella Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri di Torino.
25 303	BRONZINI-ZAPPELLONI Ing. Alberto, Capo riparto nelle F. A. I.
26 173	CAMPERI Ing. Giacomo.
27 262	CAMPO sig. Carlo, Industriale.
28 25	CAMUSSO Comm. Ing. Ernesto.
29 289	CAPPA Ing. Scipione.
30 249	CARETTO sig. Eugenio, Costruttore.
31 28	CARRERA Cav. Ing. Pietro.
32 115	CASANA Cav. Ing. Severino.
33 317	CASELLI Ing. Crescentino, Prof. nella R. Accademia Albertina.
34 66	CAVALLERO Comm. Ing. Agostino, Prof. di macchine a vapore nella R. Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri in Torino.
35 16	CEPPI Conte Carlo, Architetto.
36 306	CERESOLE Ing. Guglielmo.
37 166	CERIANA Ing. Francesco.
38 230	CERIANA Ing. Stefano, Assistente di costruzione nella R. Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri in Torino.
39 161	CHARRIER Dott. Prof. Angelo.
40 255	CHIAZZARI DE TORRES Ing. Orazio.
41 241	CHINAGLIA Ing. Giuseppe.
42 223	COLLA Cav. Luigi, Industriale.
43 300	COMOLLI Ing. Giuseppe.
44 253	CAPPERI sig. Giuseppe, Costruttore.
45 288	CORNAGLIOTTI Ing. Giuseppe.
46 243	CORNETTI Cav. Fortunato, Ing. Capo della Trazione nelle F. A. I.
47 220	COSSA Comm. Alfonso, Prof. di Chimica docimastica nella R. Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri in Torino.
48 155	CROSA Cav. Ing. Vincenzo, Sotto-Commissionario tecnico per le F. A. I.
49 30	CURIONI Comm. Ing. Giovanni, Prof. di Costruzioni nella R. Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri, Membro della R. Accademia delle Scienze di Torino.
50 281	DADDI Gio. Battista, Capitano nel Genio militare, Prof. di Geometria Pratica nella R. Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri in Torino.
51 31	DAVICINI Comm. Ing. Giovanni.
52 32	DEBERNARDI Cav. Ing. Antonio.
53 151	DEBERNARDI sig. Cesare, Impresario.
54 248	DE BONIS Ing. Gabriele.
55 276	DEFERNEX Cav. Ing. Alberto.
56 226	DEMORRA Ing. Vincenzo.
57 245	DOGLIOTTI Cav. Ing. Pietro, Ispettore principale Capo Divisione nella Trazione delle F. A. I.
58 147	DOYEN Cav. Leonardo Litografo.
59 35	ELIA Comm. Ing. Michele, Prof. nel R. Museo Industriale Italiano.
60 197	ENRICO Cav. Ing. Giovanni.
61 69	ERBA Cav. Ing. Bartolomeo, Prof. nella R. Università di Torino.
62 234	FADDA Cav. Ing. Stanislao.
63 225	FENOGLIO Ing. Michele.
64 37	FERRANTE Cav. Ing. Gio. Battista.
65 38	FERRARI Cav. Ing. Vincenzo, Direttore tecnico dell'Impresa Guastalla.
66 140	FERRARIS Cav. Ing. Galileo, Prof. di Fisica nel R. Museo Industriale, Membro della R. Accademia delle Scienze di Torino.
67 12	FERRATI Comm. Ing. Camillo, Prof. di Geodesia nella R. Università di Torino, Deputato al Parlamento.
68 322	FERRERO Ing. Emilio.
69 233	FERRIA Ing. Giuseppe, Assistente d'Architettura nella Regia Scuola d'applicazione per gli Ingegneri di Torino.
70 127	FETTARAPPA Ingg. Giulio, Assistente alla Cattedra di Agronomia nella R. Scuola di applicazione per gl'Ingegneri, e professore all'Istituto tecnico di Torino.
71 39	FILIPPI Cav. Ing. Vincenzo, Sotto-Capo dell'Ufficio d'Arte del Municipio di Torino.
72 9	FOSCOLO Cav. Ing. Giorgio, Prof. nella R. Accademia Militare in Torino.
73 228	FRESCOT Comm. Cesare, Ing. Capo del Materiale nelle F. A. I.
74 158	GAMBAROTTA Cav. Domenico, Ing. nel Corpo Reale del Genio Civile.
75 169	GARNERI Ing. Benedetto.
76 291	GAROLA Ruggiero, Ing. nel Corpo Reale del Genio Civile.
77 224	GHIOTTI Ing. Ernesto.
78 313	GIOVARA Ing. Carlo.
79 201	GIROLA Ing. Alberto.
80 278	HONGLER Ing. Valentino.
81 165	KOSSUTS Comm. Teodoro, Ing. Capo del Materiale e della Trazione nelle F. A. I.
82 218	LANINO Cav. Luciano, Ingegnere Capo della Provincia di Torino.

Numero d'Ordine di Matricola	Numero d'Ordine di Matricola
83	10 LUVINI Cav. Giovanni, Prof. nella R. Accademia militare in Torino.
84	290 MAGNAGHI Ing. Giovanni.
85	76 MALVANO Ing. Alessandro.
86	277 MARIONE sig. Michele, Gerente tecnico della Società Italiana per il Gaz.
87	168 MASINO Ing. Giusto.
88	44 MASSA Comm. Ing. Mattia, Direttore generale delle Strade F. A. I.
89	273 MAZZUCCHETTI Comm. Ing. Alessandro.
90	209 MEANO Ing. Cesare.
91	285 MELANO DI PORTULA Conte Ing. Emanuele.
92	148 MERCANDINO sig. Giuseppe, Industriale.
93	45 MONDINO Cav. Ing. Achille.
94	186 MORENO Cav. Ing. Ottavio.
95	142 MOTTURA Ing. Enrico.
96	251 MUSSO sig. Giuseppe, Costruttore.
97	178 NUOLI Cav. Ing. Risbaldo, Costruttore.
98	309 OAKES Ing. Reginaldo.
99	188 Olmi Ing. Giuseppe.
100	171 OTTINO Cav. Giacinto, Industriale.
101	180 OVAZZA Ing. Emilio.
102	268 PAGANI Francesco Domenico, Ingegnere dell' Ufficio tecnico della Provincia di Torino.
103	47 PANIZZA Cav. Barnaba, Architetto.
104	175 PARIANI Ing. Achille.
105	298 PASTORE Ing. Giuseppe.
106	7 PECCO Cav. Edoardo, Ing. Capo dell' Ufficio d'Arte del Municipio di Torino.
107	219 PELLEGRINI Cav. Adolfo, Ing. delle Miniere.
108	299 PENATI Ing. Cesare, Prof. al R. Museo Ind. Ital.
109	97 PETITI Cav. Ing. Enrico.
110	98 PEYRON Comm. Ing. Amedeo.
111	100 PIANA Ing. Edoardo.
112	101 POCARDI Cav. Giuseppe, Proprietario di fonderia in metalli.
113	163 POLTO Ing. Luigi.
114	105 Pozzi Francesco, Ing. del Civico Ufficio d'Arte.
115	106 PULCIANO Cav. Ing. Melchiorre.
116	135 RANCO Comm. Ing. Luigi, Senatore del Regno.
117	118 REGIS Cav. Ing. Domenico, Prof. nella R. Accademia militare in Torino.
118	192 REY sig. Carlo, Impresario.
119	48 REYEND Cav. Ing. Gio. Angelo, Prof. d'Architettura nella R. Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri in Torino.
120	198 RICCI March. Ing. Vincenzo.
121	315 RICCIO Ing. Camillo.
122	6 RICHELMY Comm. Ing. Prospero, Prof. emerito d'Idraulica nella R. Scuola di applicazione per gl'Ingegneri, Membro della R. Accademia delle Scienze di Torino.
123	134 RIGNON Conte Felice.
124	286 ROGNETTA Comm. Ing. Benedetto.
125	215 ROSSI Cav. Angelo, Industriale.
126	154 ROVELLO Alberto, Ing. nel R. Corpo delle Miniere.
127	75 SACHERI Cav. Ing. Giovanni.
128	221 SAVOIA Ing. Giuseppe.
129	52 SELLA Comm. Ing. Quintino, Membro della R. Accademia delle Scienze di Torino, Presidente della R. Accademia dei Lincei di Roma, Deputato al Parlamento Nazionale.
130	232 SERENA Ing. Francesco.
131	79 SOLDATI Cav. Ing. Vincenzo.
132	142 SOLDATI Ing. Eugenio.
133	182 SOLDATI Ing. Ermanno.
134	202 SOLITO Cav. Ing. Gio Battista, Ispettore principale della Trazione nelle F. A. I.
135	102 SPEZIA Cav. Ing. Antonio.
136	193 SPEZIA Cav. Ing. Giorgio.
137	95 SPREAFICO Ing. Leonida.
138	20 SPURGAZZI Comm. Ing. Pietro.
139	323 STRADA Ing. Ernesto.
140	109 SUSINNO Comm. Gabriele, Ingegnere Capo del Canale Cavour.
141	206 TADDEI Ing. Gerolamo.
142	56 TEALDI Cav. Domenico.
143	321 TESSARI Cav. Ing. Domenico, Prof. nel R. Museo Industriale Italiano.
144	92 THOVEZ Cav. Ing. Cesare, Professore nel R. Istituto tecnico di Torino.
145	314 TONSO Ing. Angelo.
146	88 TONTA Ing. Giuseppe.
147	254 TOPPIA Ing. Enrico, Ispettore principale della Trazione nelle F. A. I.
148	177 TREVES Cav. Ing. Michele.
149	297 UZIBELLI Ing. Gustavo, Prof. di Mineralogia alla Scuola d'applicazione per gl'Ingegneri in Torino.
150	64 VALVASSORI Comm. Ing. Angelo.
151	318 VARVELLI Ing. G. M.
152	270 VICARJ Ing. Mario.
153	146 VIGNA Ing. Carlo Maurizio.
154	189 VIRIGLIO Ing. Sebastiano.
155	181 WALZER sig. Carlo, Meccanico.
156	250 ZANETTO sig. Pietro.
157	203 ZERBOGLIO Cav. Ing. Pier Giuseppe.

Effettivi non residenti.

1	101 AGAZZI Cav. Ing. Zaverio, Capo Servizio del Materiale e Trazione per le Ferrovie Romane — Firenze.
2	271 ALLASTI Ing. Giuseppe.
3	263 BERTA Ing. Felice.
4	304 BIGLIA Comm. Adolfo, Ing. Direttore tecnico governativo delle Ferrovie Calabro-Sicule — Caltanissetta.
5	73 BILLIA Ing. Felice Giacomo — Torino.
6	258 BOBBIO Ing. Vittorio — Torino.
7	307 BONELLI Ing. Enrico — Torino.

Numero di Ordine Matricola		Numero di Ordine Matricola	
8	245 BOVONE Ing. Carlo — <i>Torino</i> .	27	60 LANINO Comm. Ing. Giuseppe (Ferrovie Meridionali) — <i>Ancona</i> .
9	130 BRACCO Ing. Emanuele — <i>Spezia</i> .	28	172 LATTES Ing. Oreste.
10	218 BUSSER Ing. Carlo — <i>Novara</i> .	29	190 LEMMI Ing. Emilio — <i>Firenze</i> .
11	238 CANDELLERO Ing. Callisto — <i>Torino</i> .	30	316 LOSIO Ing. Carlo — <i>Bairo Canavese</i> .
12	239 CANTI Cav. Ing. Carlo — <i>Torino</i> .	31	249 LUCCHINI Ing. Gio. Angelo — <i>Torino</i> .
13	82 CHIARAVIGLIO Ing. Giuseppe, Ispettore del Macinato — <i>Firenze</i> .	32	235 MARTINETTI Ing. Pietro — <i>Torino</i> .
14	204 CHIAVES Ing. Ermanno — <i>Torino</i> .	33	308 MARTORELLI Ing. Luigi — <i>Torino</i> .
15	179 CLERICO Ing. Giacomo — <i>Ivrea</i> .	34	153 MASCARETTI Ing. Luigi — Ufficio del Genio Civile — <i>Torino</i> .
16	71 COLLI Cav. Ing. Rocco — <i>Novara</i> .	35	271 MASSARIA Ing. Luigi — <i>Girgenti</i> .
17	269 CORAZZA Ing. Antonio.	36	164 PIATTINI Ing. Ferdinando — <i>Torino</i> .
18	302 CUTTICA DI CASSINE Ing. Giuseppe — <i>Torino</i> .	37	212 PRATO Comm. Cesare, Colonnello comandante interinale del Genio militare — <i>Verona</i> .
19	185 DURANDY Giuseppe, Ingegnere-Capo municipale — <i>Nizza Marittima</i> .	38	280 RANDONE Ing. Teobaldo — <i>Torino</i> .
20	139 FRANCO Ing. Giulio — <i>Nizza Marittima</i> .	39	283 RICHIERI Ing. Candido — <i>Torino</i> .
21	312 FUSERI Ing. Domenico.	40	222 RUGGERI Ing. Nicola — <i>Tortona</i> .
22	305 GALASSINI Ing. Alfredo — <i>Torino</i> .	41	214 SCLOPIS Cav. Ing. Vittorio — <i>Torino</i> .
23	72 GAVOSTO Ing. Tommaso — <i>Biella</i> .	42	284 TURINA Ing. Leone — <i>Torino</i> .
24	274 GAYET Ing. Alberto.	43	320 VALERIO Ing. Cesare — <i>Torino</i> .
25	292 GELATI Ing. Cimbro — <i>Torino</i> .	44	301 VEROLE Ing. Pietro — <i>Torino</i> .
26	103 GRIBODO Ing. Giovanni — <i>Torino</i> .		

VERBALI DELLE ADUNANZE GENERALI

DELL' ANNO 1882

Adunanza del 14 Febbraio 1882

ORDINE DEL GIORNO :

- 1° Comunicazioni della Presidenza.
- 2° Presentazione del bilancio consuntivo del 1881 e presuntivo del 1882.
- 3° Proposta di ampliamento del locale della Società.
- 4° Ammissione di nuovi Socii.

Presidenza Prof. Ing. G. FERRARIS.

Presenti i socii: Ingegnere Ceriana — Canti — Berruti — Luvini — Pecco — Debernardi — Ferrante — Pagani — Bovone — Bottiglia — Zucchetti — Camperi — Poccardi — Porta — Vicarj — Enrico — Nuvoli — Fettareppa — Reyceud — Bass — Sacheri — Moreno — Frescot — Fadda — Borzino — Brayda — Bignami.

Il Presidente apre la seduta ringraziando l'Assemblea per la onorificenza che gli tributa nominandolo suo Presidente; discorre dei lavori compiuti dalla Società e di quelli che si faranno per l'avvenire, mostrando fondata speranza che abbiano ad essere numerosi.

Discorre delle riparazioni al nuovo locale della Società dove questa si raduna per la prima volta nell'odierna seduta; accenna ai lavori resi necessari durante il trasloco, e propone speciali ringraziamenti per l'Ingegnere Porta che volle arricchire il nuovo locale di un calorifero della sua fabbrica, non che ai soci Ingegneri Brayda, Ferria e Bignami per la parte avuta nel lavoro, certamente non facile, di adattamento.

Ringrazia i soci Cav. Nuvoli e Spreafico, membri dimissionarii del Comitato, per il costante appoggio da essi prestato alla Società, il primo in qualità di Segretario, ed il secondo in qualità di Economo.

Il Socio Ingegnere Berruti, già Presidente della Società, si associa al Presidente nell'esprimere i suoi particolari sentimenti di riconoscenza alle persone testè ricordate.

Il Presidente fa noto all'Assemblea che a sostituire il segretario e l'economo dimissionarii vennero eletti i soci Ingegneri Ferria e Bignami.

Annuncia inoltre le dimissioni del commesso Abele Chiaffredo per motivi di famiglia. Pren-

dendo argomento da una lettera del Comitato esecutivo dell'Esposizione Nazionale del 1884, il Presidente accenna alla parte importante che la Società è chiamata a prendere a questa Mostra, sia pel concorso dei singoli suoi membri, sia come corpo costituito.

Si presentano in seguito i bilanci consuntivo del 1881, e presuntivo del 1882.

Seguendo la consuetudine degli anni decorsi il Presidente invita l'Assemblea a nominare una Commissione per la revisione di questi due bilanci, la quale riesce composta dei Socii Ing. Ferrante, Bronzini e Fettareppa. Terminato quest'argomento si passa alla discussione per l'ampliamento del locale.

Il Presidente fa la storia delle trattative occorse coll'Accademia delle Scienze e spiega come il Comitato nell'ultima sua adunanza abbia deliberato di proporre l'affittamento di tutto il locale disponibile.

Nasce una viva discussione intorno a questo argomento, la quale termina colla votazione del seguente ordine del giorno presentato dal socio Berruti.

L'Assemblea autorizza il Comitato a conchiudere coll'Accademia delle Scienze la locazione della parte di locale che occorre immediatamente, oppure l'autorizza ad affittarlo tutto quando contemporaneamente si trovi a subaffittare il di più.

L'ordine del giorno Berruti è approvato. Viene in seguito la proposta per la nomina di nuovi soci.

Prima che si proceda alla votazione il socio Berruti domanda se si ritenga sufficiente il titolo di Professore d'Igiene per essere ammesso a membro della Società degli Ingegneri e degli Industriali.

Il Presidente interpella in proposito l'Assemblea la quale a maggioranza risponde negativamente.

Il Socio Berruti propone la sospensione sulla nomina del Sig. Dott. Pagliani prof. d'Igiene. La sospensione non è approvata.

Si procede pertanto alla votazione per la nomina a socii dei nuovi proposti, dalla quale risulta che i signori Ingegneri Anelli, Oackes, Bertrand e Boggio proposti a membri residenti, e gli Ingegneri Martorelli e Bonelli proposti a

membri non residenti, vengono ammessi a maggioranza assoluta. Il professore Pagliani ha 18 voti favorevoli e 10 contrarii, per cui a termini del Regolamento non può essere accettato come Socio.

La seduta è sciolta alle ore 10 ³/₄.

Il Vicesegretario *Il Presidente*
O. BIGNAMI. G. FERRARIS.

Adunanza generale 3 Marzo

ORDINE DEL GIORNO :

- 1° Comunicazioni della Presidenza.
- 2° Relazione della Commissione per la revisione del bilancio consuntivo del 1881, e del presuntivo del 1882.
- 3° Presentazione di alcuni disegni relativi agli ospedali moderni, fatta dal socio Ingegnere R. Brayda.
- 4° Lettura di una nota intorno ad un argomento di calcolo grafico fatta dal socio C. Guidi.
- 5° Domanda per l'ammissione nella Società dell'Ingegnere Domenico Fuseri fatta dal socio Ing. S. Fadda.

Presidenza Prof. Ing. G. FERRARIS.

Sono presenti i soci Ingegneri: Brayda — Debernardi — Pecco — Ceriana — Fattarappa — Melano — Verole — Cappa — Ferrante — Pulciano — Pellegrini — Curioni — Bronzini — Boggio — Pagani — Soldati Ermanno — Ceresole — Vigna — Porta — Masino — Enrico — Bertrand — Gelati — Polto — Reycend — Boella — Martorelli e Ferria *Segretario*.

1° Letto ed approvato il verbale della seduta 18 Dicembre 1881, il Presidente comunica le conclusioni del contratto fatto coll'Accademia delle Scienze per l'ampliamento del locale, e le condizioni di accettazione del nuovo commesso Barra Gioachino. Spiega come si sia potuto fare in modo che il nuovo locale ed il nuovo servizio richiedano una spesa annua minore di quella che avevasi negli anni precedenti.

2° Per l'assenza del Segretario Economo si rimanda ad altra seduta la presentazione della Relazione sui bilanci, portata all'ordine del giorno di questa seduta.

3° Il socio Brayda presenta i disegni dei principali tipi di ospedali moderni, e dà sommariamente le spiegazioni opportune per ciascuno di essi.

4° Il socio Ingegnere S. Cappa legge una Nota sulla ricerca geometrica della radice cubica di una retta.

5° Si procede alla votazione segreta per l'ammissione a socio non residente dell'Ingegnere Domenico Fuseri presentato dal socio S. Fadda, che venne accettata all'unanimità.

Il Segretario *Il Presidente*
ING. G. FERRIA. G. FERRARIS.

Adunanza del 28 Giugno 1882

ORDINE DEL GIORNO :

- 1° Presentazione della relazione sul bilancio consuntivo del 1881 e del presuntivo 1882.
- 2° Proposta per la pubblicazione negli atti della Nota su di un argomento di calcolo grafico letta dal socio Ing. S. Cappa nell'ultima adunanza generale.
- 3° Lettura del sig. Ing. Prof. C. Guidi intorno ad un argomento di calcolo grafico.
- 4° Proposta per l'ammissione a soci dei signori Ing. Camillo Riccio, G. M. Varvelli, Carlo Losio, Carlo Giovara, Angelo Tonso, Celestino Caselli.

Presidenza Prof. Ing. FERRARIS.

Sono presenti i soci: Berruti — Fattarappa — Sacheri — Pagani — Martorelli — Cappa — Brayda — Ceppi — Bignami — Enrico — Ceresole — Pozzi e Ferria *Segretario*.

Non essendosi raggiunto il numero legale dei soci per la votazione, si dà lettura della Memoria del Prof. Guidi sur un argomento di calcolo grafico; dopo di che la seduta è sciolta.

Il Segretario *Il Presidente*
ING. G. FERRIA G. FERRARIS.

Adunanza del 18 Luglio 1882

ORDINE DEL GIORNO :

- 1° Approvazione del bilancio consuntivo del 1881 e del presuntivo del 1882.
- 2° Votazione per la stampa negli atti della Nota del socio Ing. S. Cappa intorno ad un argomento di calcolo grafico.
- 3° Votazione per la stampa negli atti della Nota dell'Ingegnere professore C. Guidi intorno al calcolo dei movimenti di terra.
- 4° Proposta per l'ammissione a soci dei signori Ingegneri Camillo Riccio, Angelo Tonso, G. M. Varvelli, Carlo Giovara, Celestino Caselli e Carlo Losio.

Presidenza Prof. Ing. G. FERRARIS.

Sono presenti i soci: Curioni — Moreno — Fadda — Solito — Porta — Cappa — Penati — Verole — Martorelli — Bignami e Ferria *Segretario*.

Essendo l'Assemblea riconvocata per mancanza del numero legale dei soci nella seduta precedente, a termini del Regolamento, le votazioni sono valide qualunque sia il numero dei soci presenti:

1° Letti ed approvati i verbali della seduta 3 Marzo e 28 Giugno, si dà lettura di una missiva del Presidente del IV Congresso degli Ingegneri e degli Architetti Italiani, il quale avrà luogo in Roma, e si distribuiscono le circolari che vengono indirizzate dalla Commissione ordinatrice del Congresso.

2° Si dà lettura della relazione sul bilancio consuntivo del 1881 e sul preventivo del 1882, la quale viene approvata.

3° Si approvano le proposte per la inserzione negli atti delle Memorie presentate dall'Ingegnere S. Cappa e dall'Ing. Prof. C. Guidi.

4° Si procede alla votazione per le ammissioni a soci dei signori Ingegneri Camillo Riccio, Angelo Tonso, G. M. Varvelli, Carlo Giovarena, Celestino Caselli e Carlo Losio, le quali vengono tutte approvate.

Il Segretario
ING. G. FERRIA.

Il Presidente
G. FERRARIS.

Adunanza del 2 Dicembre 1882

ORDINE DEL GIORNO :

- 1° Discussione su una dimanda fatta dal Collegio degli Ingegneri ed Architetti di Napoli.
- 2° Lettura del socio Ing. S. Cappa sull'Integratore di Amsler.
- 3° Proposta per l'Ammissione a socio residente del signor Prof. Cav. Domenico Tessari Ingegnere, fatta dal socio Prof. Ing. G. Ferraris; ed a socio non residente del signor Ing. Cesare Valerio, fatta dal Socio Ing. L. Martorelli.

Presidenza Prof. Ing. G. FERRARIS.

Sono presenti i soci: Brayda — Casana — Nuvoli — Sacheri — Fettareppa — Pecco — Cappa — Zucchetti — Vicarj — Martorelli — Polto — Caselli — Bottiglia — Soldati Ermanno — Soldati Vincenzo — Daddi — Serena — Pastore — Camperi — Bass — Fadda — Zerboglio e Ferria *Segretario*.

Il Segretario dà lettura della proposta del Collegio degli Ingegneri ed Architetti di Napoli per il Collegamento di tutte le Società degli Ingegneri e degli Architetti del Regno.

Il Presidente apre la discussione su questo argomento. Il socio Ing. Pecco ha la parola. Egli spiega come dalla Circolare del Collegio di Napoli non apparisca abbastanza chiaramente lo scopo dell'Associazione nuova che si propone, nè quale utilità possa presentare.

Il Presidente risponde che non si è ricevuto dalla Società altro che il programma di cui si è data lettura, dal quale risulta quale scopo debba avere l'associazione proposta.

Il socio Ing. Nuvoli osserva che di simili proposte ne furono già fatte altre in altre circostanze, ma che non vennero mai accolte dalla nostra Società.

Il socio Ing. Soldati Vincenzo propone l'adesione. Egli osserva che se per un lato sarebbe desiderabile una maggior chiarezza sullo scopo della proposta del Collegio di Napoli, per altra parte non può essere che interessante questo progetto di Collegamento di tutte le Società degli Ingegneri e degli Architetti del Regno, e che converrebbe interessarvi anche il Ministero. Egli nota che ogni qualvolta si sono fatte delle proposte nell'interesse degli Ingegneri mancò

sempre l'appoggio di altre società, e che l'occasione che ora si presenta potrebbe porre riparo a questo inconveniente, che infine si può fare l'esperimento dell'utilità che essa può presentare, accettando di far parte dell'associazione, liberi sempre di uscirne qualora essa non corrisponda al desiderio dei soci. Egli aderisce pertanto alla proposta del Collegio di Napoli.

Il Presidente fa osservare che in uno degli articoli del programma è detto che il Regolamento sarà fatto col concorso di tutti i soci e si potrà perciò vedere se esso sia conveniente.

Il socio Ing. Fettareppa proporrebbe la nomina di una commissione per lo studio della questione.

Il Presidente risponde che questo non si potrebbe più fare essendo già troppo tardi; doversi rispondere al Collegio di Napoli al quale si era promesso una risposta per la fine di Novembre; ad ogni modo metterà ai voti la proposta se si debba deliberare subito intorno a questa domanda del Collegio di Napoli. È approvata la proposta di deliberare.

Si passa immediatamente all'esame degli articoli del programma. Dopo una lunga discussione intorno a questi articoli alla quale prendono parte i Soci Ing. Brayda, Fettareppa, Casana, Daddi, Sacheri, Tovez, Caselli, Soldati Vincenzo e Bass, si conchiude che inopportuno sarebbe pel momento continuare la discussione di questi articoli essendo prima necessario far presente al Collegio di Napoli come la nostra Società sia costituita di Ingegneri e di Industriali, e che gli interessi di questi ultimi potrebbero non solo essere ben distinti da quelli degli Ingegneri e degli Architetti, ma che potrebbero anche divenire opposti: essere studio della nostra Società di evitare qualunque scissura possa nascere fra i soci per la ragione suddetta; e nel caso che si accetti la proposta del Collegio di Napoli, dover spiegare al Collegio questa circostanza, e far le debite riserve.

Il Presidente mette a voti la proposta di fare adesione in massima al progetto del Collegio di Napoli, spiegando la necessità di fare le debite riserve. È approvata —

Il socio Ingegnere Scipione Cappa fa una lettura intorno all'Integratore di Amsler, esponendone la descrizione, la teoria e l'uso.

Si procede alla nomina a socio residente del Prof. Ing. Cavaliere Domenico Tessari, proposto dal socio Ing. Prof. G. Ferraris, che viene approvata; ed a socio non residente dell'Ingegnere Cesare Valerio, proposto dal socio Ing. Martorelli, che viene pure approvata.

Il Segretario
ING. G. FERRIA

Il Presidente
ING. G. FERRARIS.

Adunanza ordinaria 29 Dicembre 1882

ORDINE DEL GIORNO :

- 1° Presentazione del bilancio preventivo pel 1883.
- 2° Nomina di un vicepresidente e di due Consiglieri.
- 3° Proposta del socio Prof. Ing. A. Reycend relativa al prossimo Congresso degli Ing. in Roma.
- 4° Dimanda per l'ammissione nella Società dei signori:
Ing. Emilio Ferrero proposto dal socio Ing. G. Borzini,
Ing. Ernesto Strada proposto dal socio suddetto Ing. Borzini.

Presidenza Prof. Ing. G. FERRARIS.

Sono presenti i soci: Ing. Fettareppa — Curioni — Pecco — Reycend — Albert — Verole — Nuvoli — Ferrante — Tonso — Soldati Vincenzo — Tessari — Ceriana — Polto — Brayda — Cappa — Pastore — Sacheri — Daddi — Caselli — Camperi — Bottiglia — Riccio — Corradini — Penati — Giovara e Ferria *Segretario*.

Letto ed approvato il verbale della seduta precedente, il Presidente comunica all'Assemblea come alcuni membri non potendosi fermare che poco tempo alla seduta, desidererebbero fosse invertito l'ordine del giorno per prendere parte all'argomento relativo al congresso degli Ingegneri.

L'Assemblea approva quest'inversione: e si passa immediatamente alla proposta del socio prof. A. Reycend presentata con lettera 6 Dicembre diretta alla Presidenza.

L'Ing. Reycend ha la parola. — Egli aggiunge poche parole, alla proposta scritta, per invitare la Società a farsi rappresentare al IV Congresso degli Ingegneri Italiani che avrà luogo in Roma verso la metà di Gennaio, per notificare che da notizie da lui ricevute risulta come l'apertura del Congresso siasi protratta di alcuni giorni. Prendendo occasione da questa circostanza egli proporrebbe che si approfitti di questa proroga per esaminare i quesiti che verranno trattati al Congresso di Roma, e di studiare particolarmente quelli relativi ai concorsi architettonici, di cui la nostra Società ebbe già occasione di occuparsi in apposite sedute.

Il Presidente comunica una circolare della Commissione esecutiva del Congresso di Roma, dove si annuncia la proroga dei giorni dell'apertura: da essa risulterebbe per altro che il giorno dell'apertura non sarebbe quello indicato dal socio P. Reycend, ma il 15 Gennaio. Tuttavia essendo la detta circolare arrivata assai in ritardo, si scriverà a Roma per sapere se siansi prese ulteriori determinazioni.

Il socio Prof. Curioni fa notare essere necessario domandare informazioni precise alla Commissione esecutiva del Congresso di Roma; ma che intanto converrebbe occuparsi immediatamente della proposta di farsi rappresentare al

IV Congresso, e di presentare apposita domanda perchè il V congresso abbia luogo in Torino. L'Assemblea approva le osservazioni del socio Prof. Curioni, e delibera di occuparsi seduta stante dei quesiti che si tratteranno al IV congresso.

Si passa alla lettura dei vari quesiti, terminata la quale nasce una discussione intorno al modo di trattare le questioni in essi contemplate, e sulla probabilità di trovare qualche socio che prenda parte al congresso e s'incarichi di presentarvi le idee e le conclusioni della nostra Società intorno a qualche argomento.

Dopo molte osservazioni presentate su questo punto dai soci Pecco, Curioni, Daddi, Soldati Vincenzo, Reycend e Polto, si conchiude che qualunque socio intenda prendere parte al IV Congresso venga autorizzato dalla Presidenza per mezzo di apposita lettera a rappresentare la Società in quel modo che egli crederà migliore; e di conferire intanto particolar mandato a questo scopo ai soci Curioni e conte Ceppi. Nello stesso tempo si prega la Presidenza di fare le debite pratiche presso l'autorità Municipale per sapere se sia possibile ottenere il suo appoggio per un invito formale agli Ingegneri Italiani convenuti in Roma, affinchè il V congresso abbia luogo in Torino; con riserva di comunicare per telegramma il risultato di queste pratiche al socio conte Ceppi attualmente in Roma, per sua norma nel fare la proposta al IV Congresso.

2° In seguito si passa alla presentazione del bilancio presuntivo pel 1883.

Il Presidente, a norma delle consuetudini, propone che si nomini una commissione per la revisione di questo bilancio. Essa viene composta dei soci Ing. Sacheri, Penati e Cappa.

L'Ing. Sacheri osserva che non fu ancora comunicata la domanda per la stampa negli atti della memoria del socio Ing. Cappa sull'Integratore di Amsler. Il Presidente domanda all'Assemblea se crede di votarla, e l'Assemblea approva all'unanimità.

3° Il presidente annunzia che col 31 del mese scadono dal loro ufficio il Vice Presidente Prof. Curioni e i due consiglieri l'Ing. Casana e l'Ing. Brayda; ed invita l'Assemblea ad eleggere i successori per votazione segreta.

Risultano eletti:

Ing. Cav. G. B. Ferrante Vicepresidente.

— A. Reycend Consigliere.

— R. Nuvoli Consigliere.

4° Si passa alla votazione per l'accettazione a soci dei signori Ing. Ernesto Strada ed Ing. Emilio Ferrero proposti entrambi dal socio Ing. Borzini, i quali vengono accettati all'unanimità.

Il Segretario

G. FERRIA.

Il Presidente

G. FERRARIS.

SULLA DETERMINAZIONE GRAFICA

DELLA

RADICE CUBICA DI UNA RETTA

NOTA

DELL'INGEGNERE SCIPIONE CAPPA

Assistente alla R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino.

Fra i vari problemi che si presentano nello studio del calcolo grafico, avvi quello dell'estrazione della *radice cubica di una retta*, per la risoluzione del quale servono già parecchie linee ausiliarie.

La curva logaritmica, la spirale logaritmica e le curve potenziali valgono infatti a fornire con sufficiente approssimazione la risoluzione del problema della determinazione grafica di qualsiasi radice di una retta. Un'altra curva che serve essenzialmente col suo impiego a trovare graficamente la radice cubica di una data retta, è quella che gode della proprietà di avere ogni suo punto distante da un punto fisso di una quantità, che è la reciproca della proiezione di questa distanza sopra un asse passante pel punto fisso medesimo. Questa curva però presenta l'inconveniente di non potere servire in modo diretto alla ricerca della radice cubica di una retta che sia minore dell'unità grafica; egli è necessario in questo caso di cercare dapprima la quantità reciproca della quantità data, la quale essendo minore dell'unità, ammetterà la reciproca maggiore dell'unità, estrarre coll'impiego della curva la radice cubica della reciproca della quantità data e quindi costruire la reciproca della radice cubica così ottenuta.

In virtù dell'eguaglianza:

$$\sqrt[3]{M} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{M}}}$$

la quantità che nel modo indicato si troverà, sarà la radice cubica della quantità data.

Or bene la radice cubica di una data retta si può ancora con discreta approssimazione ottenere graficamente coll'impiego delle curve di errore, e due sono i procedimenti che qui indicheremo potersi seguire per tal mezzo nella risoluzione di questo problema.

1° Siano XX ed YY (*Fig. 1*) due assi perpendicolari tra di loro incontrantisi nel punto O. A partire dal punto O si prendano sull'asse XX, una lunghezza OA eguale all'unità grafica, e sull'asse YY una lunghezza OB eguale ad una data retta *a*, la cui lunghezza può essere qualunque. Si congiunga il punto A col punto B mediante la retta AB, quindi dal punto B si elevi la perpendicolare BC a questa retta AB e si prolunghi fino ad incontrare in C l'asse XX; finalmente dal punto C si innalzi la perpendicolare alla retta BC e si prolunghi fino ad intersecare l'asse YY nel punto D.

Come è noto, il segmento OD dell'asse YY, rappresenta il cubo della retta *a*.

Infatti dai due triangoli OAB ed OBC, simili tra di loro per avere i lati rispettivamente perpendicolari, si ha:

$$OA : OB = OB : OC$$

donde

$$OC = \frac{OB^2}{OA}$$

e per essere OA=1

$$OC = \overline{OB^2}$$

Analogamente dai due triangoli BOC e COD simili fra di loro per avere ancora i lati rispettivamente perpendicolari, si ha:

$$OB : OC = OC : OD$$

quindi :

$$OD = \frac{\overline{OC}^2}{\overline{OB}}$$

e sostituendo ad OC il valore dato dalla proporzione precedente, si ricava :

$$OD = \frac{\overline{OB}^4}{\overline{OB}} = \overline{OB}^3 = a^3$$

Ciò posto, se data una retta di cui si vuole avere la radice cubica, si potesse, portando questa retta in OD (*Fig. 1*) sopra l'asse YY, condurre dal punto A, estremità del segmento OA dell'asse XX eguale all'unità grafica, una retta AB, la quale incontrasse l'asse YY nel punto B, da cui elevando la perpendicolare alla retta AB, questa perpendicolare andasse a ferire l'asse XX in un punto C tale, che innalzando ancora da esso la perpendicolare alla retta BC, questa perpendicolare incontrasse l'asse YY nel punto D, è evidente che il segmento OB dell'asse YY, sarebbe la radice cubica della retta data.

Se questo non si può ottenere in modo diretto, è tuttavia possibile raggiungerlo coll'impiego di una curva di errore, la quale si può assai facilmente tracciare nel modo seguente.

Sia M la retta da cui si vuole estrarre la radice cubica (*Fig. 2*). Si segnino due assi XX ed YY perpendicolari tra di loro ed incontrantisi in un punto O. Sopra questi assi si prendano a partire dal punto O i due segmenti OA ed OE eguali entrambi all'unità grafica, e sull'asse YY si prendano ancora, sempre a partire dal punto O, i due segmenti OD ed OF, eguali entrambi alla retta data M.

Siccome la radice cubica di una quantità è sempre compresa fra la quantità data e l'unità, così gli è evidente che il segmento che rappresenterà la radice cubica di M dovrà essere compreso fra OE ed OF, e quindi se un suo estremo cadrà in O, l'altro dovrà trovarsi fra i due punti E ed F.

Questa osservazione, come si vedrà, serve a semplificare la costruzione necessaria per la soluzione del problema.

Si descrivano ora i due cerchi aventi i loro centri sull'asse XX e passanti l'uno pei due punti A ed E e l'altro pei due punti A ed F. Il primo avrà per centro il punto O di incontro dei due assi XX ed YY ed il secondo, il punto O₁ dato dall'incontro dell'asse XX colla perpendicolare alla retta AF elevata nel suo punto di mezzo. Si divida la distanza OO₁ dei due centri O ed O₁ in un certo numero di parti eguali ed abbastanza piccole; p. es. in otto parti eguali, e siano O₁ O₂ O₃... O₇ i punti di divisione.

Fatto centro successivamente in questi punti O₁ O₂... O₇, si descrivano i cerchi che hanno rispettivamente per raggi le lunghezze O₁A, O₂A, O₃A,.... O₇A, e che passano perciò tutti sul punto A; quindi si conducano le rette DC₀ DC₁ DC₂... DC₇, che congiungono il punto D coi punti C₀ C₁ C₂... C₇ di incontro dei cerchi di centri O O₁ O₂ O₃... O₇ coll'asse XX. Dal punto A, estremità del segmento OA, eguale all'unità grafica, si conduca la corda AI₀ del circolo di centro O, parallela alla retta DC₀ e sia I₀ il suo punto di incontro col circolo stesso. Analogamente dal punto A si conduca la corda AI₁ del circolo di centro O₁ parallela alla retta DC₁, e sia I₁ il suo punto di incontro collo stesso circolo. Dal punto A si conduca parimente la corda AI₂ del circolo di centro O₂, parallela alla retta DC₂ e sia I₂ il punto suo di incontro col circolo medesimo ecc., e finalmente dal punto A si conduca la corda AI₇ del circolo di centro O₇, parallela alla retta DC₇, e sia I₇ il suo punto di incontro con questo stesso circolo.

Gli è facile riconoscere che se uno dei punti I₀ I₁ I₂... I₇ così ottenuti cadesse sull'asse YY, il segmento di questo asse compreso tra quel punto ed il punto O di incontro dei due assi XX ed YY, sarebbe la radice cubica del segmento OD, ossia della retta data M.

In generale però ciò non accadrà, ed i punti I₀ I₁ I₂... I₇ si troveranno fuori dell'asse YY e costituiranno una curva continua I₀ I₁ I₂... I₇.

Sia B il punto di incontro di questa curva coll'asse YY, il segmento OB di questo asse sarà la radice cubica cercata.

Ed in vero, per le costruzioni fatte se pei punti A e B si fa passare un circolo, il quale abbia il suo centro sull'asse XX, questo circolo taglierà l'asse XX in un altro punto C tale, che la retta CD che lo unisce col punto D, riescirà parallela alla retta AB che congiunge il punto B col punto A. Pertanto se si tira la retta BC, per essere l'angolo ABC inscritto in un semicerchio, questa retta BC riescirà perpendicolare alla AB, e perciò anche alla parallela CD.

Il punto B è quindi un punto dell'asse YY tale, che la perpendicolare innalzata da esso alla retta AB che la congiunge coll'estremità A del segmento OA eguale all'unità grafica, incontra l'asse XX nel punto C, da cui elevando la normale alla retta BC, questa normale va a passare pel punto D, estremità del segmento OD dell'asse YY eguale alla retta data.

Il segmento OB rappresenta quindi realmente la radice cubica di OD, ossia della retta data M.

Questo metodo serve tanto pel caso di M maggiore dell'unità grafica, rappresentato nella *Figura 2*, quanto per quello di M minore dell'unità grafica e rappresentato nella *Figura 3*.

Gli è poi evidente che l'approssimazione somministrata da questo metodo, sarà tanto maggiore quanto più grande sarà il numero dei punti che si cercheranno della curva di errore, e specialmente in vicinanza del punto B, che serve a determinare il segmento OB rappresentante la radice cubica cercata.

Per la curva $I_0 I_1 I_2 \dots I_8$, tracciata nel modo indicato, si può anche assai facilmente trovarne l'equazione, riferendola ai due assi coordinati OX ed OY.

Consideriamo a tale scopo un suo punto qualunque, p. es. il punto I_6 (Fig. 2); abbassando da questo punto la perpendicolare $I_6 p$ sull'asse OX, si avranno nei due segmenti Op ed $I_6 p$ le coordinate x ed y del punto medesimo.

Dal triangolo rettangolo $AI_6 p$ si avrà pertanto:

$$\overline{Ap}^2 + \overline{I_6 p}^2 = \overline{AI_6}^2$$

ossia, per essere $AO=1$; $Op=x$ ed $I_6 p=y$

$$(1+x)^2 + y^2 = \overline{AI_6}^2 \quad (1)$$

Si congiunga ora il punto I_6 col punto C_6 mediante la retta $I_6 C_6$ ed osservando che la retta $I_6 p$ è la perpendicolare abbassata dal vertice dell'angolo retto $AI_6 C_6$ (siccome inscritto in un semicerchio) del triangolo rettangolo $AI_6 C_6$ sull'ipotenusa AC_6 si avrà:

$$\overline{AI_6}^2 = Ap AC_6$$

ossia:

$$\overline{AI_6}^2 = (1+x) (1+OC_6) \quad (2)$$

Siccome i due triangoli rettangoli $I_6 p C_6$ ed $OC_6 D$ sono simili per avere i lati rispettivamente perpendicolari, così si potrà scrivere la proporzione:

$$OD : OC_6 = p C_6 : I_6 p$$

ossia per essere

$$OD = M, p C_6 = OC_6 - x \text{ ed } I_6 p = y$$

$$M : OC_6 = (OC_6 - x) : y$$

donde si ricava:

$$My = \overline{OC_6}^2 - x \cdot OC_6$$

ovvero ancora:

$$\overline{OC_6}^2 - x \cdot OC_6 - My = 0$$

Risolvendo questa equazione di 2° grado rispetto all'incognita OC_6 , si ottiene:

$$OC_6 = \frac{x}{2} \pm \sqrt{\frac{x^2}{4} + My}$$

Sostituiamo questo valore di OC_6 nell'equazione (2) ed avremo:

$$\overline{AI_6}^2 = (1+x) \left(1 + \frac{x}{2} \pm \sqrt{\frac{x^2}{4} + My} \right)$$

Portando finalmente il valore di $\overline{AI_6}^2$ così ottenuto nell'equazione (1) si ricava:

$$(1+x)^2 + y^2 = (1+x) \left(1 + \frac{x}{2} \pm \sqrt{\frac{x^2}{4} + My} \right)$$

Questa è l'equazione cercata della curva $I_0 I_1 I_2 \dots I_8$, che ridotta ed ordinata rispetto ad y diviene:

$$y^3 + y(x^2 + x) - (Mx^2 + 2Mx + M) = 0$$

Se in questa equazione si fa $x=0$, si ottiene:

$$y^3 - M = 0$$

donde si trae:

$$y = \sqrt[3]{M}$$

il che dimostra, che l'ordinata OB del punto di incontro B della curva $I_0 I_1 I_2 \dots I_8$ coll'asse OY, è la radice cubica della retta data M.

Gli è poi facile vedere che questa curva $I_0 I_1 I_2 \dots I_8$, prolungata dalla parte delle x negative, passerà pel punto A, essendochè sia dalle costruzioni fatte per tracciarla, sia dalla stessa sua equazione si ricava che ad $y=0$ corrisponde $x=-1$.

2° La radice cubica di una data retta si può anche ottenere, ricorrendo però sempre all'impiego di una curva di errore, seguendo un altro procedimento.

Sia XOY un angolo qualunque (Fig. 4); si prendano sopra i suoi due lati OX ed OY a partire dal vertice O due lunghezze OA ed OB eguali entrambe all'unità grafica, e due segmenti OC ed OD, eguali ambedue ad una data retta a , la cui lunghezza può essere ancora qualunque. Si uniscano i punti A e D tra di loro ed i punti B e C pure fra di loro, mediante le due rette antiparallele AD e BC. Dal punto C si conduca una parallela alla retta AD fino ad incontrare il lato OY dell'angolo XOY nel punto E, e da questo punto E si tiri la retta EF parallela alla BC, fino ad incontrare in F il lato OX dello stesso angolo.

Il segmento OF sarà il cubo della retta a .

Infatti dai due triangoli OBC ed OCE, simili tra di loro per avere gli angoli rispettivamente eguali, si ha:

$$OB : OC = OC : OE$$

ossia per essere

$$OB = 1 \quad \text{ed} \quad OC = a$$

$$1 : a = a : OE$$

donde si ricava :

$$OE = a^2$$

Analogamente dai due triangoli OCE ed OEF, simili tra di loro per avere ancora gli angoli rispettivamente uguali, si ha :

$$OC : OE = OE : OF$$

e sostituendo ad OE il valore ricavato precedentemente :

$$a : a^2 = a^2 : OF$$

da cui si ricava :

$$OF = \frac{a^4}{a} = a^3$$

come si voleva dimostrare.

Ciò premesso, sia data una retta di cui si voglia avere la radice cubica. Si porti questa retta in OF sul lato OX dell'angolo XOY (*Figura 4*), e si prendano sui lati OX ed OY dello stesso angolo due lunghezze OA ed OB, eguali entrambe all'unità grafica. Se si potessero condurre dai punti B ed F due rette BC ed FE parallele tra di loro, le quali incontrassero rispettivamente i lati OX ed OY dell'angolo XOY in due punti C ed E tali, che la retta CE che li unisce risultasse parallela alla retta AD che congiunge il punto A col punto D, estremità del segmento OD preso sul lato OY eguale al segmento OC, gli è evidente che il segmento OD, eguale ad OC, sarebbe la radice cubica della retta data.

Se questo non si può avere direttamente, è tuttavia possibile ottenerlo coll'impiego di una curva di errore. Sia M la retta di cui si vuole avere la radice cubica, e supponiamo che questa retta sia maggiore dell'unità grafica. Si segni un angolo qualunque XOY (*Fig. 4*), e sopra i suoi lati OX ed OY si prendano i segmenti OA ed OB, eguali entrambi all'unità grafica, di più sul lato OX si prenda il segmento OF, eguale alla retta data M.

Come già si disse precedentemente, siccome la radice cubica di una quantità è sempre compresa fra l'unità e la quantità stessa, così il segmento che rappresenterà la radice cubica della retta M, dovrà essere compreso tra OA ed OF, e questa osservazione ci semplificherà anche qui di non poco le costruzioni.

Ciò posto, si divida il segmento AF in un certo numero di parti eguali ed abbastanza piccole, p. es., in otto parti eguali nei punti $C_1, C_2, C_3, \dots, C_7$, e fatto centro in O si descrivano degli archi di circolo, aventi rispettivamente per raggi le lunghezze $OC_1, OC_2, \dots, OC_7, OF$. Si tiri ora la retta BC_1 , e dal punto F si conduca la parallela a questa retta BC_1 , ad incontrare il lato OY nel punto E_1 . Si tracci la retta C_1E_1 , e dal punto A si tiri la AI_1 parallela alla C_1E_1 ; sia I_1 il punto di incontro di questa retta coll'arco di circolo di centro O e raggio OC_1 .

Se il segmento OC_1 fosse la radice cubica cercata, evidentemente il punto I_1 di incontro della retta AI_1 coll'arco di circolo di centro O e raggio OC_1 , cadrebbe nel punto D_1 di intersezione dello stesso arco di circolo col lato OY. In generale ciò non accadrà, ed il punto I_1 sarà fuori del lato OY.

La costruzione fatta pel punto C_1 si ripeta per tutti gli altri punti C_2, C_3, \dots, C_7, F , cioè si conducano le rette $BC_2, BC_3, \dots, BC_7, BF$, e dal punto F si tirino le rette $FE_2, FE_3, \dots, FE_7, FB$, rispettivamente parallele alle $BC_2, BC_3, \dots, BC_7, BF$. Si conducano inoltre le rette $C_2E_2, C_3E_3, \dots, C_7E_7, FB$, e dal punto A si tirino le parallele a queste rette, che si prolungheranno fino ad incontrare gli archi di circolo che passano pei punti C_2, C_3, \dots, C_7, F , rispettivamente nei punti $I_2, I_3, I_4, \dots, I_7, I_8$. — (Sulla figura non si sono tirate tutte queste rette per non complicarla di troppo).

I punti $I_1, I_2, I_3, \dots, I_7, I_8$ così ottenuti costituiranno evidentemente una curva continua, la quale incontrerà il lato OY nel punto D.

Il segmento OD del lato OY, compreso tra il vertice O dell'angolo XOY ed il punto D così ottenuto, sarà la radice cubica della retta data M.

Infatti pel punto D passerà un arco di circolo di centro O, il quale taglierà il lato OX in un punto C tale, che la retta CE che lo unisce col punto E di incontro del lato OY colla retta FE, parallela alla BC, riuscirà parallela alla retta AD.

Anche con questa costruzione gli è evidente che l'approssimazione con cui si ottiene la radice cubica della retta M, sarà tanto maggiore quanto più grande sarà il numero dei punti che si cercheranno della curva di errore, e specialmente in vicinanza del punto D.

Per la curva $I_1, I_2, I_3, \dots, I_8$, trovata nel modo indicato e che serve a fornire la radice cubica di una retta M, maggiore dell'unità grafica, si può anche assai facilmente trovarne l'equazione, riferendola ai due assi OX ed OY, lati dell'angolo XOY, che noi chiameremo ϕ .

Consideriamo perciò un punto qualunque I_1 di questa curva, e da esso conduciamo la retta I_1p , parallela all'asse OY ; le coordinate x ed y di questo punto I_1 , saranno rispettivamente Op ed I_1p .

Si unisca ora il punto I_1 coll'origine O delle coordinate; dal triangolo OI_1p , si avrà:

$$\overline{OI_1}^2 = \overline{Op}^2 + \overline{I_1p}^2 + 2Op \cdot I_1p \cos\phi. \quad (1)$$

Essendo ora i due triangoli OBC_1 ed OE_1F simili tra di loro per avere gli angoli rispettivamente uguali, si potrà scrivere la proporzione:

$$OC_1 : OB = OF : OE_1$$

ossia per essere $OC = OI_1$, siccome raggi dello stesso circolo di centro O , $OB = 1$ ed $OF = M$ $OI_1 : 1 = M : OE_1$ donde si trae:

$$OE_1 = \frac{M}{OI_1} \quad (2)$$

Dai due triangoli AI_1p e C_1E_1O , simili pure tra di loro per avere i lati rispettivamente paralleli, si ricava:

$$OE_1 : I_1p = OC_1 : Ap$$

ossia per essere

$$I_1p = y \quad OC_1 = OI_1 \quad \text{ed} \quad Ap = OA - Op = 1 - x$$

$$OE_1 : y = OI_1 : (1 - x)$$

Sostituendo ad OE_1 il valore (2) ricavato precedentemente, si ha:

$$\frac{M}{OI_1} : y = OI_1 : (1 - x)$$

donde:

$$M(1 - x) = \overline{OI_1}^2 \cdot y$$

e quindi

$$\overline{OI_1}^2 = \frac{M(1 - x)}{y}$$

Portando questo valore nell'equazione (1) ed avvertendo che $Op = x$ ed $I_1p = y$ si ottiene:

$$x^2 + y^2 + 2xy \cos\phi = \frac{M(1 - x)}{y}$$

ossia:

$$y^3 + 2xycos\phi y^2 + x^2y + Mx - M = 0$$

Questa è l'equazione cercata della curva di errore $I_1 I_2 \dots I_3$.

Se in questa equazione si fa $x = 0$ si ricava:

$$y^3 = M$$

e quindi:

$$y = \sqrt[3]{M}$$

il che dimostra che l'ordinata OD del punto D di incontro della curva $I_1 I_2 \dots I_3$ coll'asse OY , è la radice cubica della retta data M .

Gli è poi facile vedere che la curva $I_1 I_2 \dots I_3$ prolungata, passerà pel punto A , essendochè per $y = 0$ la sua equazione dà $x = 1$.

Se l'angolo XOY si prendesse retto, per essere $\phi = 90^\circ$, e quindi $\cos\phi = 0$, l'equazione della curva diverrebbe:

$$y^3 + x^2y + Mx - M = 0$$

Allorquando la retta M è minore dell'unità grafica, gli è facile constatare, che volendone estrarre la radice cubica, non si può più applicare il procedimento seguito testè nell'ipotesi di M maggiore dell'unità. Occorre in questo caso modificare il metodo indicato nel modo seguente:

Si segni ancora un angolo qualunque XOY (Fig. 6), e sopra il lato OX si prendano a partire dal punto O il segmento OA , eguale all'unità grafica, ed il segmento OE , eguale alla retta data M . Fatto centro nel punto O con raggi rispettivamente eguali ad OA ed OE , si descrivano due archi di circolo, che taglieranno il lato OY nei punti B ed F . Si divida ora il segmento AE del lato OX in un certo numero, p. es. otto, di parti eguali ed abbastanza piccole nei punti $C_1 C_2 C_3 \dots C_7$, e si descrivano gli archi di circolo, aventi tutti per centro il vertice O dell'angolo XOY , e pei rispettivi raggi le lunghezze $OC_1 OC_2 \dots OC_7$.

Si unisca il punto F col punto C_1 , e dal punto A si conduca la retta AD_1 parallela alla FC_1 , e sia D_1 il punto di intersezione di questa parallela col lato OY . Si congiungano ancora i due punti D_1 e C_1 tra di loro colla retta D_1C_1 e dall'estremità E del segmento OE , si tiri la parallela EI_1 alla retta D_1C_1 ; questa parallela incontrerà nel punto I_1 l'arco di circolo di centro O e raggio OC_1 .

Se il punto I_1 così ottenuto cadesse nel punto di incontro H_1 dell'arco di circolo di centro O e raggio OC_1 col lato OY dell'angolo XOY , gli è evidente che il segmento OC_1 sarebbe il quadrato della radice cubica cercata, e che questa radice cubica sarebbe data dal segmento OD_1 . In generale però ciò non accadrà, ed il punto I_1 si troverà fuori del lato OY .

La costruzione perciò fatta pel punto C_1 si ripeta per tutti gli altri punti $C_2 C_3 \dots C_7$, cioè si tirino le rette $FC_2 FC_3 \dots FC_7$, FA , e dall'estremità A del segmento OA vi si conducano le parallele $AD_2 AD_3 \dots AD_7$, AF . (Anche in questo

caso si sono trascurate nella figura parecchie di queste rette per non complicarla di troppo). Si congiungano ancora i punti D_2, D_3, \dots, D_7, F di incontro di queste parallele col lato OY , rispettivamente coi punti C_2, C_3, \dots, C_7, A , e dal punto E si tirino le rette $EI_1, EI_2, \dots, EI_7, EI_8$ rispettivamente parallele alle $D_2C_2, D_3C_3, \dots, D_7C_7, FA$. Siano $I_2, I_3, \dots, I_7, I_8$ i punti di incontro di queste rette cogli archi di circolo che hanno rispettivamente per raggi le lunghezze $OC_2, OC_3, \dots, OC_7, \dots, OA$, e per centro lo stesso punto O . I punti $I_1, I_2, I_3, \dots, I_8$ così ottenuti costituiranno una curva continua. Sia H il punto di intersezione di questa curva col lato OY dell'angolo XOY : gli è facile riconoscere che il segmento OH sarà il quadrato della radice cubica di OE : e quindi se dal punto B si conduce la retta BC , parallela alla EH , che unisce il punto H determinato nel modo indicato, coll'estremità E del segmento OE eguale alla retta data M , il segmento OC del lato OX sarà la radice cubica cercata.

Infatti descrivendo il circolo di centro O e raggio OC , esso taglierà il lato OY in un punto D tale, che la retta AD riescirà parallela alla retta HC ; le due rette AD e BC saranno quindi le due antiparallele, e per conseguenza OC sarà la radice cubica di OE , ossia della retta data M .

Anche in questo caso, avvertendo che la radice cubica di una quantità è sempre compresa tra la quantità stessa e l'unità, si semplifica la costruzione tracciando i soli archi di circolo, di centro O i cui raggi sono compresi tra OE ed OA , ed inoltre l'approssimazione con cui si ottiene la radice cubica cercata è ancora tanto maggiore quanto più grande è il numero dei punti trovati della curva di errore e specialmente in vicinanza del punto H .

Per la curva I_1, I_2, \dots, I_8 , tracciata nel modo indicato, si può anche trovarne l'equazione riferendola ai due assi OX ed OY , lati dell'angolo XOY , che chiameremo ancora ϕ . A tal fine, considerando un suo punto qualunque I_1 si unisca questo punto coll'origine O delle coordinate mediante la retta I_1O , e da esso si conduca la parallela I_1p all'asse OY . Dicendo x ed y le coordinate Op ed I_1p del punto I_1 , dal triangolo I_1Op si ha la relazione:

$$\overline{OI_1}^2 = x^2 + y^2 + 2xy \cos \phi \quad (1)$$

Essendo ora i due triangoli OFC_1 ed OD_1A simili tra di loro, per avere gli angoli rispettivamente uguali, si può scrivere la proporzione:

$$OC_1 : OA = OF : OD_1$$

ossia per essere

$$OC_1 = OI_1 \quad OA = 1 \quad \text{ed} \quad OF = M \\ OI_1 : 1 = M : OD_1$$

donde si deduce

$$OD_1 = \frac{M}{OI_1} \quad (2)$$

Dalla considerazione degli altri due triangoli EI_1p e C_1D_1O , simili ancora fra di loro per avere gli angoli rispettivamente uguali, si ricava:

$$OD_1 : I_1p = OC_1 : Fp$$

ossia per essere

$$I_1p = y \quad OC_1 = OI_1, \quad Fp = M - x$$

e sostituendo ancora ad OD_1 il valore dato dalla (2):

$$\frac{M}{OI_1} : y = OI_1 : (M - x)$$

da cui si ha:

$$\overline{OI_1}^2 = \frac{M(M-x)}{y}$$

Portando questo valore di $\overline{OI_1}^2$ nell'espressione (1) si ottiene per la curva I_1, I_2, \dots, I_8 l'equazione:

$$\frac{M(M-x)}{y} = x^2 + y^2 + 2xy \cos \phi$$

ossia:

$$y^3 + 2x \cos \phi y^2 + x^2 y + Mx - M^2 = 0$$

Se in questa equazione si fa $x=0$ si ottiene

$$y = \left(\sqrt[3]{\frac{M^2}{M}} \right)^2$$

il che dimostra che l'ordinata OH del punto d'incontro H della curva coll'asse OY , è il quadrato della radice cubica della retta data M , e che quindi OC è la radice cubica di M .

Se nella stessa equazione si fa $y=0$ si ottiene $x=M$, il che significa che la curva prolungata passa pel punto E , estremità del segmento OE eguale alla retta data M .

Finalmente se l'angolo XOY si prende retto, l'equazione della curva diviene

$$y^3 + x^2 y + Mx - M^2 = 0.$$

Torino, Maggio 1882.

Ing. SCIPIONE CAPPA.

DEL CALCOLO GRAFICO

DEI

MOVIMENTI DI TERRA

NOTA

DELL'INGEGNERE CAMILLO GUIDI

Fra le applicazioni interessanti del Calcolo Grafico alle questioni attinenti all'ingegneria, va certamente annoverata quella relativa al calcolo dei movimenti di terra che si devono eseguire per la costruzione di strade, canali ecc. Questo problema, il quale viene più spesso risolto con calcoli numerici, può e lo è stato già trattato graficamente (1). Per altro in grazia di nuovi metodi d'integrazione, dei quali è venuto recentemente in possesso il Calcolo Grafico (2) e dietro un procedimento ideato dallo scrivente per ridurre le varie sezioni trasversali ad una determinata base, si può rendere così semplice ed elegante la trattazione grafica di questo problema, che seppure non fosse da preferirsi alla trattazione analitica, potrebbe senza dubbio con vantaggio accompagnarla; ed è ciò che ci proponiamo di mostrare con un esempio, del quale non faremo che spiegare le costruzioni eseguite, rimandando il lettore, per ciò che riguarda la teoria, ai luoghi citati.

La *Figura 1* rappresenta il profilo longitudinale della strada, le successive ordinate segnate coi numeri progressivi rappresentano i profili delle sezioni trasversali, le quali vennero disegnate nelle *Figure 5, 6, 7*. Ammesso che in tutto il tronco di strada si mantengano costanti le inclinazioni delle scarpe dei riporti e delle trincee, le diverse sezioni di una stessa specie cioè di riporto o di sterro o miste non differiscono che per l'intersezione col terreno: vennero quindi aggruppate in una stessa figura tutte le sezioni di una medesima specie. Si rappresentò inoltre per le varie sezioni con una sola retta l'intersezione col terreno; giacchè seppure ciò non potesse farsi con sufficiente approssimazione, si

potrebbe sempre coi metodi del Calcolo Grafico sostituire alla reale intersezione una retta di compenso.

Con questi dati proponiamoci di risolvere il doppio problema di determinare la spesa (relativa soltanto ai movimenti di terra) occorrente per la costruzione del tronco stradale e di definire il modo di eseguire tale lavoro.

Nell'esempio che illustriamo si suppone che la terra di scavo venga trasportata lungo l'asse della strada per utilizzarla nei riporti, che lo scavo superi il riporto e che siano note le distanze dalla prima e dall'ultima sezione di due luoghi di scarico per la terra di rifiuto.

Prima di ogni altra cosa si ridussero le aree delle sezioni trasversali ad una medesima base. Il metodo seguito per tale operazione, e che ora passiamo ad esporre, ci sembra abbia qualche vantaggio su quelli già conosciuti. Si prepari un foglio di tela lucida rappresentato nella *Fig. 4*, sul quale si segnino due assi, per esempio ad angolo retto OX, OY : si prenda una lunghezza OP su uno di essi eguale al doppio della base a di riduzione delle sezioni trasversali: si ripieghino di una certa quantità due dei lembi del foglio in modo che le linee di piegatura LL, L_1, L_1 siano parallele all'asse X . S'intrometta fra il foglio di tela e le sue parti ripiegate un foglio di carta alquanto consistente $UVWZ$, di cui il lembo UV sia normale ai due LL, L_1, L_1 : introducendo od estraendo il foglio di carta da quello di tela il lembo UV si sposta parallelamente all'asse Y . Si prepari inoltre una strisciolina di cartoncino, come è indicato nella figura e la si appunti in P per mezzo di uno spillo, in modo che quando si fa rotare la strisciolina intorno a P lo spigolo ss passi costantemente per tale punto.

(1) CULMANN. *Statique Graphique*, Trad. franc. 1880.(2) SAVIOTTI. *Giornale del Genio Civile*, marzo 1882.

Ciò posto, si voglia ridurre alla base a una sezione per esempio di riporto, e sia quella indicata col numero 11: tale sezione, (*Fig. 5*), può considerarsi come differenza fra i due triangoli OMN , OAB , e quindi la misura della sezione sarà fornita dalla differenza delle misure di questi due triangoli. Facendo centro in O si descriva un piccolo arco tangente alla MN , con che si ottiene l'altezza OH del triangolo OMN e la si porti sul foglio di tela in PH' , mentre coll'altra mano si farà scorrere il foglio di carta in modo che il lembo UV passi per H' ; quindi si prenda col compasso la base MN del triangolo OMN e la si porti in OM' sul foglio di tela e coll'altra mano si faccia rotare la strisciolina di cartone finché lo spigolo ss passi per M' . Dalla similitudine dei due triangoli $PH'K$, POM' si deduce che il segmento $H'K$ è la misura del triangolo OMN ridotto alla base a . Nella stessa maniera si ottiene la misura del triangolo OAB , la quale è la stessa per tutte le sezioni di riporto, essendosi supposta costante l'inclinazione delle scarpe. Sia OO_1 la misura di tale triangolo, conduciamo la O_1P_1 parallela all'asse X , risulterà $QK = H'K - H'Q$ la misura cercata della sezione trasversale. Quindi per avere la misura di una sezione qualunque di riporto, dopo aver trovato nel modo sopra descritto la misura del grande triangolo, basterà prenderne la porzione intercetta fra lo spigolo ss della strisciolina di cartone e la P_1O_1 che perciò può chiamarsi *fondamentale per le sezioni di riporto*.

Similmente possiamo costruire una fondamentale per le sezioni di sterro, la quale dista dall'asse X della quantità OO_2 che rappresenta la misura dell'area $OCDABEF$, (*Fig. 7*), ridotta alla base a . Riguardo alle sezioni miste la porzione di esse che è in riporto è rappresentata da un triangolo e quindi la fondamentale è lo stesso asse X ; la porzione in sterro è costituita da un triangolo più la sezione del fosso di scolo; ridotta quest'ultima alla base a , se ne riporti la misura al disotto dell'asse X e si conduca per l'estremità la parallela al detto asse, ed essa rappresenterà la fondamentale per la porzione in sterro delle sezioni miste.

Tracciate queste fondamentali, con egual metodo e con eguale celerità si determina la misura di una qualsiasi sezione trasversale. Non potendosi appuntare il compasso esattamente nel punto P per la presenza della strisciolina di cartone e dello spillo, può convenire di portare la misura PH' su di un'altra fondamentale, per esempio su quella P_2O_2 a partire da P_2 .

Le misure delle singole sezioni trasversali, dedotte nel modo ora indicato, hanno servito a costruire il profilo delle aree. *Fig. 2* (1). Le piccole aree di questo profilo, che vennero punteggiate, rappresentano il volume di terra (ridotto alla base a) che si compensa trasversalmente ossia per paleggio. Si è cominciato a determinare questo volume per mezzo dell'integrazione grafica nella figura stessa rappresentata. Riportate sulla verticale per n a partire da n le altezze medie delle varie striscie componenti l'area suddetta, e quindi proiettate queste misure dal polo O , distante della base di riduzione b , si è costruito il poligono d'integrazione, i cui lati sono paralleli ai raggi del fascio O ed i cui vertici cadono sulle verticali delle striscie; l'ordinata estrema y di tale poligonale rappresenta l'area punteggiata, ridotta alla base b , e quindi il volume del paleggio viene misurato dal prodotto aby .

Eliminato così il volume di paleggio, il profilo delle aree si riduce a due monti, rappresentanti volumi di sterro, e ad una valle rappresentante volume di riporto. Prima di passare all'integrazione di queste aree, affinché la linea integrale più si avvicinasse alla vera, furono suddivise con altre verticali quelle strisce, per le quali la differenza fra i lati paralleli era considerevole. Proiettate quindi tutte le altezze medie delle strisce del primo monte e della valle sulla verticale condotta pel punto di passaggio e quelle dell'ultimo monte sulla verticale estrema, furono proiettate tali misure dai poli O_1 e O_2 distanti della base di riduzione b , e quindi partendo da un punto qualunque M della prima verticale (*Fig. 3*), fu costruita la linea integrale $MNPQ$, le cui ordinate contate a partire dal primo lato orizzontale che passerebbe per A , rappresenterebbero la somma algebrica dei volumi a partire dall'origine del tronco stradale. Condotte due verticali, le quali distino dalle sezioni estreme di una distanza eguale a quella del luogo di scarico delle terre di rifiuto, si prolungarono fino ad esse il primo e l'ultimo lato della linea integrale, e quindi si passò alla ricerca della linea di minima spesa. L'ordinata MH rappresenta ciò che nell'analisi è la costante dell'integrazione.

Condotte le verticali per i punti d'intersezione della linea di minima spesa colla linea dei

(1) Qualora fosse il caso di tener conto dell'aumento di volume delle terre scavate, basterebbe moltiplicare le ordinate delle sezioni di sterro per un rapporto costante: operazione che si eseguisce pure graficamente.

volumi si determinarono i compartimenti esatti di lavoro AB, BC (*Fig. 1*), con che resta stabilito il modo di eseguire la costruzione del tronco stradale.

Da ultimo si passò alla ricerca dei momenti di trasporto, i quali, com'è noto, si ottengono integrando le aree racchiuse fra la linea dei volumi e quella di minima spesa.

Poiché nell'eseguire queste integrazioni furono prese come basi di riduzione le ordinate massime Y rappresentanti i volumi totali da trasportarsi, così le misure D provenienti dalle integrazioni, rappresentano le distanze medie di trasporto. Riguardo alla costruzione, queste linee integrali non differiscono punto da quelle già spiegate.

Con ciò è risoluto completamente il doppio problema che ci siamo proposti; ed infatti riguardo al modo di eseguire il lavoro abbiamo già veduto come esso resti completamente definito; riguardo poi alla spesa, che rappresenteremo con S, se s'indicano con α , β , γ della quantità ben determinate in ogni caso speciale, essa viene espressa, come è noto, dalla formola

$$S = ab (\alpha \geq y + \beta \geq Y + \gamma \geq YD).$$

Non rimane quindi per tradurre quest'espressione in numeri che, dopo aver sostituito ad a , b , α , β , γ i loro valori, leggere sul disegno le grandezze y , Y , D avvertendo che le y e Y vanno lette nella scala delle altezze e le D in quella delle lunghezze.

NELL'APERTURA DELLA NUOVA CHIESA

DI S. GIOVANNI EVANGELISTA

eretta dal Sac. D. GIOVANNI BOSCO in Torino

1882.

Cuique suum!... Gran bel detto! il quale se avesse in ogni senso la perfetta sua realizzazione, il decalogo otterrebbe il suo perfetto adempimento.

Siamo bensì nell'epoca delle revisioni: sgraziatamente non pare sulla via di riuscire a quella proposta. Ma veniamo all'argomento. Non è di morale che vogliamo trattare, bensì d'arte, nell'occasione dell'apertura della nuova Chiesa che il benemerito Sac. Don GIOVANNI BOSCO eresse al proprio Titolare su disegni forniti dal sottoscritto (1).

Coll'apertura di questo Monumento egli segna la sua ritirata dalla carriera artistica attiva, la chiusura del proprio studio e lo spiacevole ingresso ad una forzata giubilazione, dopo altri trent'anni di artistica operosità passionatamente coltivata, e ben compensata da preziosi rapporti artistici, dalla conoscenza di distinte persone e da qualche felice riuscita delle proprie opere a loro in gran parte dovuta. Lo scopo di questo

scritto è quello appunto di renderne loro pubblica testimonianza.

A sollievo di precoci disillusioni datomi nella mia fiorente età a percorrere i paesi della Germania, nell'interesse di studio dell'architettura gotica, rimasi attratto dalle bellezze e proprietà delle decorazioni delle Chiese intraprese allora nella Baviera, delle splendidezze e generosità del re Luigi.

Rimpatriato, ne parlai con artisti miei amici, e colle loro cooperazioni mi imposi il compito di Riformatore delle decorazioni sacre, a mio credere mal interpretate fra noi. Non fui punto geloso del mio titolo, assunto con non maggior diritto, forse con migliori intenzioni di chi oggidi assume la rappresentanza nazionale, e lo conferii tosto a quelli che valsero quanto e più di me ad attivare la proposta riforma; ed è qui che il mio *cuique suum* trova la prima sua applicazione.

L'individuo da me scelto ad organo principale per la realizzazione dei miei progetti fu il Pittore CARLO COSTA Vercellese, da me conosciuto fin da piccino per svegliatezza d'ingegno e per bontà di cuore. Lo condussi meco in Germania, ed alla perspicacia del suo genio bastò

(1) Qualche particolare fu disegnato da altri, od arbitrariamente variato pendente esecuzione. Si noti fra i primi le imposte della porta principale, e fra i secondi il pavimento inferiore della Chiesa, precedente il presbitero.

soltanto il vedere, per penetrare di botto tutta l'espressione e la portata della specialità dell'arte, a cui l'invitava ad applicarsi.

Egli diventò tosto il mio braccio destro, ed egli assicurarmi la riuscita delle migliori mie imprese in Alba, Ventimiglia, Govone ed Alessandria, e nelle Chiese della Beata Vergine del Suffragio e del San Giovanni Evangelista testé aperte in Torino. Abbia egli pel primo questa ben dovuta pubblica testimonianza di quanto a lui devo.

Altro mio amico, che emancipatosi dalle strette vignolesche, si ispirò a più liberi e maestosi concetti del Medio Evo, accolse con soddisfazione e promosse il mio iniziamento riformatore e mi fu spesso largo de' suoi consigli, è il Cav. Professore GIUSEPPE LOCARNI, dotato di raro ingegno e di squisito gusto d'arte. Abbia egli pure un attestato della mia riconoscenza pell'efficace sua cooperazione.

Ma al punto di cogliere forse e dividere fra gli amici qualche fronda meritata, rendasi un giusto omaggio ad un eletto ingegno, che riconobbe il bisogno di una decorazione delle Chiese diversa dalla praticata fra noi, e ne segnò prima di altri le tracce. Egli è il Conte CARLO CEPPI che mi onora della sua amicizia, e ne faceva anni fa le prime prove nella Chiesa di S. Carlo in Torino. Ma valga l'artistica sincerità di un amico; forse egli ebbe torto nell'applicarle ad un'architettura non atta a farla figurare, o più probabilmente egli mancò di artisti abili ad interpretare la plausibile ispirazione dell'autore, e sono certo che le decorazioni che io vidi felicemente iniziate nella sua basilica in Borgo Dora saranno una fronda di più alla corona del suo distintissimo ingegno.

Non v'ha dubbio che le decorazioni policrome di tipo bizantino figurano assai meglio in Chiese di architettura medioevale, vale a dire meno classiche, dove più maestosi campi, minor sbocconatura di superficie e riquadratura ne permettono più libero e grandioso sviluppo. L'adattarla con molte transizioni ad architetture moderne, esige gran discernimento in chi le tratta: con ciò tal genere di decorazione è tanto meno alla portata della mediocrità come si pretende.

Ma in conclusione piace o non garba questa mia riforma omai avviata? Pare che sì, dall'esito che ebbero varie Chiese commessemi, e da me così trattate, per le quali ebbi le congratulazioni degli amici e quelle pur anche di artisti del paese ed esteri da me antecedentemente non conosciuti. Quanto alle prime che non mancano mai, mi valsero bensì ad incoraggiamento, ma valga il vero, furono sempre da me posposti nel valutare la sincerità del giudizio. Mi è poi mag-

gior argomento a crederlo il vederne spuntar saggi di imitazione, persino in Chiese di villaggi, dove per consueto si sbizzarriscono poco felicemente i decoratori di seconda tariffa: ed io già vidi con soddisfazione concetti murivi, intrecci a canestratura, rabeschi d'arazzi lumeggiati in oro prender posto dei consueti fiorami, rosoni, cornocopii, dei trafori gotico-scismatici e dell'inevitabile riproduzione — manco male a stucco lucido — dei tre marmi: rosso svizzero, giallo Verona, verde Varallo, che all'effetto dovrebbero meglio dirsi: rosso prosciutto, giallo polenta, verde spinaci.

V'ha tuttavia chi nega che la Chiesa debba avere uno stile speciale. Altri trovano che quello bizantino che si vuol introdurre, è una mera tappezzeria anti-artistica, triviale e quindi alla portata di artisti di terza categoria, poco meno insomma che di sbiancatori ingentiliti.

Rispondiamo. E perchè la Chiesa non dovrà avere uno stile proprio? E perchè alla Religione venuta dall'Oriente non si accorderà preferibilmente la decorazione orientale, quella diremmo di casa sua?

L'arte, mi si rimbecca, è una sola. Quanto alla teoria siamo d'accordo, ma nelle sue modificazioni, vale a dire nelle sue applicazioni, ella è svariaticissima nè più nè meno come una stessa stoffa nel taglio degli abiti.

La modificazione dell'arte è la conveniente ed appropriata sua applicazione ad un monumento secondo la varia di lui natura, scopo, rapporti, condizioni, esigenze. La modificazione dell'arte è ciò che ne costituisce il carattere, il vario stile.

Ora chi non vede quanto diverso sia lo scopo, la destinazione, le condizioni insomma della Chiesa, da quella di un caffè, d'un teatro, d'un ridotto da concerti? Se in questo può l'arte far lezioso apparato di più liberi concetti, di seducenti colori consentaneamente al diletto de' sensi, cui questi siti sono dedicati, tutto invece nella Chiesa deve promuovere il concentramento dello spirito e l'adorazione, ricordare l'abnegazione dei sensi, ed accordarsi alla santità dei riti, ed alla maestà della Casa di Dio. Uno stile pertanto ben diverso deve distinguere il monumento sacro dal profano.

Ciò ben intendeva il Medio Evo allorchè attraverso a grandi passioni pur viveva ne' cuori un po' di fede, non per anco soppiantata dall'indifferenza e dallo sprezzo, e prima che il potente impero della moda si provasse a tornare la Chiesa al classicismo ellenico od alle cortigiane ampollosità e stranezze dei barocchisti.

Or viviamo, ripigliano, nel secolo XIX. Ottimamente. È quindi più che giusto che si

addobbino alla moda del giorno le sale, gli appartamenti ed i salons dalle misere proporzioni dei gabinetti. Ma trattandosi di Chiesa, la quale non soffre moda; invariabile nei suoi riti, nei suoi ammaestramenti, uopo è tornare all'armonia della più o meno ricca, ma sempre maestosa decorazione medioevale, condizione primaria a risvegliarvi il sentimento religioso.

Ma l'armonia è figlia dell'unità di concetto, e parlando praticamente dell'unità di comando. Ed è questo il gran segreto di quell'arcano misticismo che regna nelle costruzioni sacre del Medio Evo. In esse l'architetto o era da tanto da far egli solo ogni cosa, il che spesso avveniva, essendo allora frequentemente gli artisti architetti, pittori, plasticatori ad un tempo; od imponeva altrimenti ai veri artisti colleghi limiti ben precisi alle loro parziali attribuzioni; e questi tolleravano in quei tempi d'esser chiamati a servire e non comandare.

Ma la bisogna passa ben altrimenti oggi-giorno. E come si può riuscire a felice risultato presentemente, quando l'ingegnere costruttore dottissimo ne' calcoli e nella statica, ma pel consueto digiuno d'arte, deve dipendere dal pittore di figure, da quello ornatista, più dai modellatori, marmorari, intagliatori (i quali sono tanti autocrati, quanto più famosi, altrettanto più gelosi della propria indipendenza) e dall'architetto, e persino dall'amichevole accordo fra i colleghi collaboratori nell'interesse comune della riuscita dell'opera? Con tali elementi di disaccordo, se l'armonia pel complesso riesce, può dirsi un vero terrore al lotto; onde gran parte delle opere sacre di oggidì riescono veri musei di capi d'opera parziali e staccati, producenti niun accordo fra loro. E chi non sa che l'armonia dipende da un'unica intonazione, e dall'unità che ne regola e batte la misura?

E l'ottenerla nelle decorazioni sacre del genere che ci provammo d'introdurre è appunto ciò che ne rende l'esecuzione meno facile di quanto è comunemente creduto.

Sia pure che ella quanto al disegno — astrazione fatta delle figure — presenti minore studio del rilievo, ma per contro è un compito tutt'altro che ovvio quello di accozzare i procaci colori della brillante decorazione bizantina e riuscire malgrado ciò all'armonia del complesso; condizione impretebile, a nostro credere, nelle decorazioni sacre per condurre a raccoglimento ed a concentrazione.

Non ignoriamo che l'oro, il quale sta bene per tutto, persino in tasca, giudiziosamente interca-

lato ai colori, forma il segreto per fonderli insieme ed addolcirne il contrasto, che senza di lui facilmente travolgesi nella divisa d'arlecchino. Ma anche l'applicarvelo convenientemente non è pane per tutti, ed il prodigarlo avvistando a ricchezza, nuoce all'armonia proposta. L'esperienza mi fu maestra esser molto più facile l'ottenerla con una elegante semplicità, che non con una esuberanza di ornamenti, i quali generando tritume e confusione, fanno sì che l'occhio fastidito, cerca invano un palmo di tinta liscia, simpatica, quieta onde riposare. E questo effetto equivale ad una dichiarazione che l'armonia ha traslocato.

Perdoni il colto pubblico se ho corso alquanto la campagna — forse non infruttuosamente — nel particolarizzare un tantino in questo mio codicillo testamentario le decorazioni sacre da me introdotte, la di lei convenienza e lo studio nell'applicarla.

Or rimettendomi in carreggio colla coscienza del *cuique suum*, aggiungerò che altri ancora hanno buon diritto alla mia commendazione e sono:

L'on. D. ANTONIO SALA benemerito Economo dell'Ospizio Salesiano, persona di vero talento e di infaticabile operosità, ed i Signori Fratelli BUZZETTI Capi-Mastri intelligentissimi. A loro tutti deve la Chiesa di S. Giovanni la sua riuscita. Fortunato sempre nella mia carriera artistica pel felice incontro di ottimi capi-mastri, abbiano pure qui una commendazione ed una stretta di mano riconoscente pella loro efficace collaborazione il Sig. GIOVANNI BONARDA nel restauro dell'antico Duomo di Casal Monferrato, ed il Signor FILIPPO GAMBETTA (1) per quelli del Duomo d'Alba e pel rinnovamento di quello d'Alessandria (2). Trovai in entrambi congiunta alla massima onestà un'intelligenza distintissima.

Nell'installarmi così nel seggio di mia forzata giubilazione colla coscienza netta di quanto andava altrui debitore, non mi rimane che dirmi pur anche riconoscente a chi ebbe la degnazione di scorrere fino al fine questa mia testamentaria dichiarazione.

C. EDOARDO MELLA.

(1) Morto testè il 25 giugno.

(2) E per la riuscita di questa seconda impresa, il *cuique suum* m'impone di dividere le palme coll'amico mio Cavaliere Ing. GIUSEPPE FERRARI d'Orsara che si assunse tutti i fastidiosi incombeni dell'esecuzione. Pari sentimento mi lega al Sig. Ing. G. G. FERRIA Assistente alla Cattedra d'Architettura nella Regia Scuola d'Applicazione di Torino, per l'esecuzione del restauro al prospetto del Duomo d'Alba; al Sig. Ing. C. M. VIGNA per gran parte avuta nella direzione dei lavori della Chiesa di San Giovanni Evangelista testè aperta; ed al Sig. Cav. Ing. MELCHIORRE PULCIANO per l'esecuzione della Chiesa del Sacro Cuore in Torino.

L'INTEGRATORE

O

PLANIMETRO DEI MOMENTI

DI

I. AMSLER-LAFFON

MEMORIA

DELL'INGEGNERE SCIPIONE CAPPA

Assistente alla R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino

Colla presente Memoria mi accingo ad esporre la descrizione, la teoria e l'uso dell'Integratore o Planimetro dei momenti di Amsler di cui fu acquistato recentemente un esemplare dalla R^a Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri di Torino.

1. — *Scopo dell'integratore.* — L'integratore di Amsler, inventato e costruito dallo stesso Professore di Sciaffusa a cui siamo debitori dell'ingegnoso ed altrettanto utile planimetro polare, è destinato a fornire con speditezza e sufficiente approssimazione, l'area, il momento statico, ed il momento d'inerzia di una figura piana qualunque. Conseguentemente esso serve a facilitare di molto le risoluzioni dei varii problemi pei quali occorrono le quantità menzionate.

2. — *Descrizione delle varie parti dell'integratore.* — L'integratore si compone essenzialmente di tre parti distinte che sono: il regolo, il carrello ed il rotismo. Al rotismo trovansi poi unite due aste portanti i calcatòi destinati a percorrere i contorni delle figure, ed una rotella graduata che sviluppandosi sul piano del disegno fa rotare un disco pure graduato il quale serve a novare i giri dati dalla rotella medesima.

Il carrello ed il rotismo debbono adattarsi l'uno all'altro differentemente secondochè si tratta di valutare l'area, il momento statico, od il momento d'inerzia di una figura piana, e sul regolo deve muoversi il carrello mentre uno dei calcatòi percorre il contorno della figura data.

Le diverse parti dell'integratore sono rappresentate in vera grandezza nella prima delle tre tavole che accompagnano questa relazione.

Regolo. — Il regolo che è rappresentato nella Fig. 1 della Tav. 1^a mediante la sua proiezione

orizzontale AA ed una sua sezione trasversale, è costituito da un'asta rettilinea di ferro avente la lunghezza di 7^{dm}, 30 e la sezione trasversale rettangolare. Esso presenta sopra la faccia rettangolare maggiore opposta a quella con cui si deve appoggiare sul piano del disegno, e secondo la mediana più lunga della faccia medesima, una scanalatura aa a sezione trapezia entro la quale debbono scorrere le rotelle del carrello. Questo regolo serve a guidare nel suo movimento il carrello e quindi l'intero strumento, che si può così spostare parallelamente a se stesso sul piano del disegno.

Carrello. — Il carrello è rappresentato nella Tav. 1^a mediante le Fig. 2_a, 2_b, 2_c, le quali ne danno rispettivamente l'elevazione, la proiezione orizzontale ed un fianco. Esso presenta un'intelaiatura di ottone B, foggata a doppia forcella nelle cui braccia stanno infisse quattro punte di acciaio b destinate a trattenere i perni degli alberi c di due rotelle C poste in un medesimo piano e girevoli attorno ai loro assi.

Le punte b sono a loro volta ritenute nelle braccia della forcella mediante le viti d munite di piccole rosette che penetrano in scanalature praticate nelle punte medesime e di più sono fissate per mezzo di altre quattro viti e che contro di esse si appoggiano.

Le rotelle C hanno alla loro periferia un tagliente col quale possono penetrare e scorrere facilmente nella scanalatura aa praticata nel regolo AA.

All'intelaiatura B trovasi ancora unita una piastra D mobile attorno all'asse di due viti f che la trattengono contro l'intelaiatura stessa. Questa piastra D presenta sopra una delle sue faccie laterali tre sporgenze g a sezioni rettangolari, ed è munita di due pioli h e k i quali

sono destinati a fissare, come si vedrà in seguito, le posizioni delle aste che portano i calcoati. Nel centro della piastra D avvi per ultimo una vite E, mobile a mano e munita di molla, destinata a spingere contro la piastra medesima un'altra piastrina i piegata ad angolo retto. Questa piastrina i può rotare attorno all'asse della vite E essendochè fra le sporgenze g sonvi due intervalli l che lasciano libero il passaggio al suo braccio minore, e serve a trattenere contro la piastra D e quindi a collegare al carrello, una o l'altra delle due aste che portano i calcoati.

Finalmente in una delle facce laterali dell'intelaiatura B del carrello è praticato un foro m nel quale deve penetrare l'estremità n del gambo di un contrappeso cilindrico di ottone. Questo contrappeso che è rappresentato nella Fig. 4 Tav. 1^a è destinato ad equilibrare una parte del peso dello strumento per modo che la pressione venga ad esercitarsi per mezzo delle rotelle del carrello quasi tutta sul regolo AA e quindi resti agevolato il movimento dell'apparecchio.

Rotismo. — Questa parte dello strumento è rappresentata dalle Fig. 3_a 3_b della Tav. 1^a che ne danno rispettivamente l'elevazione e la proiezione orizzontale ed è costituita di due ruote piane di ottone F e G armate di denti elicoidali che ingranano fra di loro ed i raggi delle cui circonferenze primitive stanno nel rapporto di 2:1. Queste due ruote F e G sono rispettivamente munite dei due alberi I ed L ai quali è congiunta mediante le rosette a vite r ed in direzione ad essi perpendicolare l'asta o braccio H che all'estremità libera porta il calcoato p . Il piano passante per l'asse dell'asta H e per quello della ruota maggiore F passa pure per l'asse della ruota minore G ed è mantenuto in tale posizione dalle tre viti s .

Allo stesso albero I portato dalla ruota maggiore F trovasi poi ancora congiunta per un suo estremo un'altra asta o braccio K avente direzione pure perpendicolare all'albero I e munita anch'essa verso l'altra sua estremità di un calcoato q . Le unioni delle aste H e K cogli alberi I ed L delle ruote F e G, come risulta dalla Fig. 3^a stessa, sono fatte a snodo, per cui le ruote F e G possono rotare liberamente attorno ai loro assi, senza che partecipino a questa rotazione le aste H e K medesime; ma però queste si possono rendere solidali alla ruota F nel modo che ora indicheremo.

Alle due aste H e K sono rispettivamente unite le due caviglie t ed u che terminano a poca distanza dalla ruota F, e questa ruota F porta sulla sua faccia superiore un nottolino M (loquet dei Francesi) girevole attorno all'asse della vite v che lo unisce alla ruota stessa, il

quale presenta nel suo braccio più lungo un'intaccatura w semicircolare con cui può abbracciare l'una o l'altra delle due caviglie t ed u .

Contro lo stesso nottolino e verso l'estremità del suo braccio minore si appoggia una molla N piegata ad arco di circolo e fissata anch'essa per un suo estremo con viti sulla faccia superiore della ruota F. In virtù dell'elasticità di questa molla il nottolino è obbligato ad appoggiarsi coll'estremità del braccio maggiore contro un piolo z fisso esso pure sulla ruota F; ma se si preme nel punto x di contatto della molla col braccio minore del nottolino contro questo braccio medesimo, il nottolino rotando attorno all'asse della vite v si distacca dal piolo z e si può allora far venire in corrispondenza dell'intaccatura w , l'una o l'altra delle due caviglie t ed u . Se si abbandona allora il nottolino all'azione della molla questa lo spinge contro la caviglia, la quale resta così impigliata nell'intaccatura w . In tal modo la caviglia e per conseguenza l'asta a cui essa va unita, rimane rigidamente legata alla ruota F.

Nella disposizione dello strumento rappresentata dalle Fig. 3_a 3_b, è il braccio H quello che ha la sua caviglia t impigliata nella cavità del nottolino e che quindi è solidale alla ruota F.

La lunghezza dell'asta H misurata dal centro della ruota maggiore F, alla punta del calcoato p da essa portato è di 2^{ae} e quella dell'asta K misurata pure dal centro della ruota F alla punta del suo calcoato q è di 1^{am}, 66.

Queste due aste H e K presentano poi ancora sopra due loro facce laterali i fori α e β destinati a ricevere rispettivamente i pioli h e k della piastra D del carrello quando si debbono collegare a questo per potere usare lo strumento.

La ruota dentata minore G porta poi una rotella P perpendicolare al suo piano, la quale presenta verso una delle sue basi un orlo, ed è divisa verso l'altra base sulla sua superficie convessa in cento parti eguali. Innanzi alla rotella graduata P avvi un nonio fisso Q, il quale comprende nove divisioni della rotella ed è diviso in dieci parti uguali; con questo nonio Q si può quindi valutare la decima parte di ogni divisione della rotella.

La rotella graduata P è calettata sopra un alberetto y posto al disotto della ruota G parallelo al piano della medesima ed i cui perni si appoggiano contro due punte γ infisse nelle due sporgenze δ che la ruota G presenta sull'orlo della sua faccia inferiore. Questo albero y è munito di una vite perpetua ϵ la quale ingrana con un piccolo rocchetto ϕ il cui asse che è perpendicolare al piano della ruota G, porta alla sua estremità superiore un disco graduato R. L'asse del roc-

chetto ϕ è sostenuto da una piastrina Ψ piegata ad angolo retto, la quale è unita con viti alla faccia inferiore della ruota G. Tanto l'imbocco del rocchetto colla vite perpetua, quanto questa piastra Ψ , vedonsi nella *Fig. 3_c* che rappresenta la sezione fatta attraverso all'albero del rocchetto dal piano della faccia inferiore della ruota G.

Pertanto in virtù dell'accennata disposizione, girando la rotella P attorno al proprio asse, mentre si sviluppa sul piano del disegno, il disco R ruota esso pure attorno al suo asse, e siccome questo disco è diviso in dieci parti uguali ed il rocchetto ϕ ha dieci denti, ad ogni rivoluzione intera della rotella passa dinanzi ad un indice fisso \times segnato sulla ruota G, una divisione del disco; ed ogni giro intero del disco corrisponde a dieci rivoluzioni della rotella graduata P.

Giova qui notare che allorquando si adopera lo strumento, l'asta che è unita al carrello le cui rotelle trovansi nella scanalatura del regolo, riesce sempre perpendicolare al regolo stesso, e che il rotismo rimane sollevato ad una certa altezza sul piano orizzontale del disegno in virtù dell'orlo verticale della rotella graduata, che ora striscia ed ora si sviluppa sopra il detto piano mentre uno dei calcatoi percorre il perimetro della figura che si considera.

Le *Fig. 5_a* e *5_b* della *Tav. 1^a* rappresentano per ultimo un'asta S di ottone la quale serve a disporre il regolo parallelamente all'asse rispetto al quale si vuole avere il momento statico od il momento d'inerzia di una figura piana.

Quest'asta presenta perciò ad una delle sue estremità una traversa θ con tagliente il quale può penetrare nella scanalatura del regolo ed all'altra estremità porta una punta τ , la quale, se il regolo è parallelo all'asse dei momenti, deve percorrere questo asse quando l'asta S si sposta parallelamente a se stessa mantenendo sempre il tagliente della sua traversa nella scanalatura del regolo stesso. Vedesi pertanto che per tentativi si può assai facilmente rendere parallelo all'asse dei momenti, il regolo AA, spostandolo per modo che per qualunque posizione dell'asta S, mentre il tagliente della traversa θ si trova nella sua scanalatura, la punta τ sia sull'asse suddetto.

Valutazione dell'area di una figura piana

3. — *Disposizione dell'integratore.* - Onde valutare per mezzo dell'integratore, l'area di una figura piana qualunque, si disponga sul piano di questa, che dovrà essere orizzontale, il regolo

AA a distanza conveniente dalla figura data. In seguito si colleghi l'asta K (*Fig. Tav. 1^a*) col carrello nella posizione determinata dal piuolo k facendo penetrare questo piuolo nel foro corrispondente β dell'asta medesima e fissando questa alla piastra D del carrello per mezzo della piastrina i che la tratterrà contro la piastra D stessa in virtù della pressione che si può esercitare colla vite E.

Al carrello si adatti inoltre il contrappeso cilindrico introducendo l'estremità n del suo gambo nel foro corrispondente m praticato sopra una faccia laterale dell'intelaiatura del carrello medesimo. Dopo di ciò si renda l'asta H solidale alla ruota maggiore F facendo impigliare nel modo indicato la caviglia t , che è rigidamente fissa a quest'asta nella cavità w del nottolino M portato dalla stessa ruota F.

Essendo così l'asta H fissa alla ruota F, questa e la ruota G resteranno legate tra di loro per modo che potranno partecipare insieme al movimento di rotazione che prenderà necessariamente l'asta H attorno all'asse della ruota F mentre la punta del calcatoi p di cui quest'asta va munita percorrerà il contorno dell'area da valutarsi.

Per ultimo si facciano entrare le rotelle C del carrello nella scanalatura *aa* praticata nel regolo AA che serve a guidare il movimento dell'integratore, il quale resterà per tal modo appoggiato colle rotelle C sul regolo AA e toccherà il piano del disegno per mezzo dell'orlo verticale della rotella P e della punta del calcatoi p .

Disposto così lo strumento, esso sarà apparecchiato per la valutazione dell'area della figura data.

La *Fig. 1^a* della *Tav. II^a* rappresenta nella scala di $\frac{1}{2}$ la disposizione ora indicata dell'integratore, necessaria per la valutazione di un'area qualunque Ω che sul disegno si suppose essere quella della sezione trasversale di un ferro a doppio T.

4. — *Teoria.* - Sia Ω una figura chiusa qualunque di cui si voglia avere mediante l'integratore l'area (*Fig. 2^a Tav. III^a*).

Supponendo perciò disposto lo strumento sul piano di questa figura nel modo anzi indicato, rappresentino: AA il regolo nella cui scanalatura scorreranno le rotelle sul carrello B, K l'asta che sarà collegata al carrello B e perciò perpendicolare al regolo AA, H l'altro braccio che sarà solidale alla ruota F ed il cui calcatoi p deve percorrere il contorno della figura, e finalmente P la rotella graduata unita alla ruota G.

Dovendo riferire la figura a due assi coordinati, assumeremo per asse delle ascisse la retta

XX parallela al regolo AA e passante pel centro I della ruota maggiore F, e per asse delle ordinate una perpendicolare qualunque YY all'asse XX.

Supponendo poi che la punta del calcoio di cui va munita l'asta H sia in un punto qualunque p di coordinate x ed y del contorno della figura Ω , diciamo α e β gli angoli fatti rispettivamente coll'asse XX dal braccio H, e dall'asse della rotella graduata P.

Ciò posto vediamo come si possa trovare l'arco lineare del quale si sviluppa la rotella graduata mentre il calcoio percorre l'intero perimetro della figura data.

Immaginiamo perciò fatto percorrere al calcoio p un archetto infinitamente piccolo pp' che indicheremo con ds del contorno della figura data, e cerchiamo il valore del cammino fatto dalla rotella graduata P durante questo spostamento del calcoio. Il movimento subito dal calcoio nel percorso dell'archetto ds si può considerare come risultante dalla combinazione di due altri movimenti, uno fatto secondo il tratto $pp''=dx$ parallelamente all'asse delle x e l'altro secondo il tratto $p''p'=dy$ parallelamente all'asse delle y ; quindi potremo sostituire allo spostamento ds subito dal calcoio, le sue due componenti dx e dy secondo i due assi coordinati.

In virtù dello spostamento $pp''=dx$ del calcoio mentre il carrello avrà preso a scorrere colle rotelle nella scanalatura del regolo andando in B'', l'asta K solidale al carrello si sarà spostata parallelamente a se stessa in K'', il braccio H si sarà trasportato pure parallelamente a se stesso nella posizione H'' e la rotella graduata P avrà subita una traslazione PP'' parallela all'asse XX ed eguale a dx , sviluppandosi ad un tempo sopra il piano della figura.

Per ottenere la lunghezza dell'arco di cui si sarà sviluppata la rotella sul piano del disegno, basterà scomporre la sua traslazione PP'' nelle due componenti PP''' e P''P''' perpendicolare l'una e parallela l'altra all'asse della rotella medesima. I valori di queste componenti come ricavansi dal triangolo rettangolo PP''P''' sono:

$$PP'''=PP'' \operatorname{sen} \beta = dx \operatorname{sen} \beta.$$

$$P''P'''=PP'' \operatorname{cos} \beta = dx \operatorname{cos} \beta.$$

La componente P''P''' della traslazione subita dalla rotella essendo diretta secondo l'asse della medesima, evidentemente non avrà prodotta alcuna rotazione nella rotella stessa e quindi si potrà trascurare. Per causa invece della componente PP''' la rotella girando attorno al proprio asse, si sarà sviluppata sul piano del disegno di un arco la cui lunghezza è data appunto da $PP'''=dx \operatorname{sen} \beta$.

Vedesi adunque da ciò che, in virtù della componente dx sullo spostamento ds subito dal calcoio, la rotella graduata si sarà svolta, scorrendo sul piano del disegno di un arco lineare che indicheremo con du_1 la cui espressione è:

$$du_1 = dx \operatorname{sen} \beta. \quad (1)$$

Assumeremo sempre positivi gli sviluppi della rotella che avvengono per rotazioni fatte nel senso diretto, cioè nel senso per cui dinanzi all'indice fisso vengono a passare successivamente le divisioni della graduazione indicate coi numeri progressivi 0, 1, 2, 3,..... e negativi quelli che avvengono per rotazioni fatte nel senso retrogrado cioè nel senso contrario al precedente; quindi atteso che durante lo spostamento dx del calcoio la rotazione della rotella si fa nel senso diretto, il du_1 dovrà avere il segno positivo.

Resta ora a considerarsi la componente dy dello spostamento ds subito dal calcoio.

Di questa componente dy però è inutile tenerne conto non avendo essa alcuna influenza sullo sviluppo totale della rotella, inquantoché mentre la punta del calcoio si sposterà della quantità dy , la rotella subirà è vero una certa rotazione attorno al proprio asse sviluppandosi sul piano del disegno, ma è facile riconoscere che questa rotazione sarà eliminata da un'altra eguale e di segno contrario che dovrà subire la rotella stessa nell'intero percorso del contorno della figura.

Consideriamo infatti i punti p, p_1, p', p_1' del perimetro della figura Ω , i quali hanno rispettivamente le stesse ordinate $y, y+dy$; supposto il calcoio nel punto p_1' gli è evidente che per causa del braccio K solidale al carrello, il quale è obbligato a scorrere nella scanalatura del regolo AA parallelo all'asse delle x , l'asta H farà coll'asse XX lo stesso angolo da essa fatto col medesimo asse quando il calcoio era in p' , ed analogamente quando il calcoio sarà in p_1 , l'asta H farà coll'asse XX lo stesso angolo da essa fatto coll'asse XX medesimo allorquando il calcoio si trovava in p . Gli angoli adunque fatti dall'asse della rotella graduata coll'asse XX corrispondentemente alle posizioni p_1' e p_1 del calcoio saranno rispettivamente eguali a quelli fatti dallo stesso asse della rotella coll'asse XX corrispondentemente alle posizioni p' e p del calcoio. Segue da ciò che quando il calcoio giunto che sia nel punto p_1' passerà da questo al punto p_1 , la rotazione che la rotella graduata subirà in virtù dello spostamento $p_1'p_1''=-dy$ sarà eguale e di segno contrario a quella subita dalla rotella medesima durante il passaggio del calcoio dal punto p al punto p' in virtù dello spostamento $p''p'=dy$.

Per conseguenza la somma algebrica degli archi elementari descritti dalla rotella graduata durante il percorso di tutto il contorno dell'area data in virtù degli spostamenti del calcatoio paralleli all'asse YY, sarà la somma di archi due a due eguali e di segno contrario e perciò si ridurrà a zero.

Lo sviluppo totale della rotella, avvenuto durante il percorso di tutto il contorno della figura Ω , per essere la somma degli archi di cui andò svolgendosi la rotella medesima in virtù di tutti gli spostamenti dx e dy presi dal calcatoio, resterà quindi dato dall'integrale dell'espressione (1) esteso all'intero perimetro della figura stessa.

È ora facile il riconoscere che nella disposizione attuale dello strumento, atteso che esso è costruito in modo che vincolando l'asta H alla ruota maggiore F, la rotella P viene a disporsi coll'asse suo nel piano verticale passante per quello del braccio H, l'angolo β fatto dall'asse della rotella graduata coll'asse XX è sempre eguale al corrispondente angolo α fatto dall'asta H coll'asse XX stesso.

Dicendo pertanto a la lunghezza dell'asta H misurata dal centro I della ruota F alla punta p del calcatoio che vi è unito, e T il piede della perpendicolare calata dal punto p del contorno dell'area Ω sull'asse delle x , dal triangolo rettangolo IpT si ricava:

$$\text{sen } \alpha = \frac{pT}{Ip}$$

ossia per essere $pT=y$ ed $Ip=a$ ed $\alpha=\beta$:

$$\text{sen } \beta = \frac{y}{a}$$

quindi sostituendo questo valore nell'espressione (1) si avrà:

$$du_1 = \frac{y}{a} dx.$$

Lo sviluppo totale della rotella graduata avvenuto durante lo scorrimento del calcatoio su tutto il contorno della figura essendo l'integrale di du_1 , esteso a tutto il perimetro della figura medesima, chiamandolo con u_1 , sarà espresso da:

$$u_1 = \int \frac{y}{a} dx = \frac{1}{a} \int y dx.$$

Di qui si ricava:

$$\int y dx = au_1$$

ma $\int y dx$ non è altro che l'area, che diremo A, della figura Ω di cui si percorse col calcatoio il contorno, quindi si avrà:

$$A = au_1$$

Osservando ora che lo sviluppo totale u_1 della rotella è anche dato dal prodotto del numero dei giri, che diremo N_1 , fatti dalla medesima durante lo scorrimento del calcatoio sull'intero perimetro della figura, per lo spazio lineare percorso dalla rotella durante ogni giro, ossia per la lunghezza λ della circonferenza dell'orlo della rotella stessa, si avrà:

$$A = aN_1\lambda. \quad (2)$$

Affinchè lo strumento sia maggiormente comodo, conviene che le lunghezze a e λ abbiano valori tali che ad ogni giro della rotella graduata, ossia ad ogni divisione del disco graduato, corrisponda una determinata unità superficiale. Il Costruttore prese per questa unità di superficie il decimetro quadrato e siccome diede ad a il valore di 2 decimetri, ricavò quello da assegnarsi a λ dalla formola (2) dopo aver fatto in essa: $A=1^{\text{dm}^2}$, $a=2^{\text{dm}}$ ed $N=1$.

Fatte pertanto queste sostituzioni si ricava:

$$\lambda = 0^{\text{dm}}, 5.$$

Essendo questo il valore della lunghezza della circonferenza dell'orlo della rotella, se ne può trovare il raggio r dall'eguaglianza:

$$2\pi r = 0^{\text{dm}}, 5$$

che dà:

$$r = 0^{\text{dm}}, 0795.$$

Avendo dunque il Costruttore dell'apparecchio fatto $a=2^{\text{dm}}$, e $\lambda=0^{\text{dm}}, 5$ si ha che ad ogni giro della rotella e quindi ad ogni divisione del disco graduato corrisponde un decimetro quadrato di area, e poichè la rotella è divisa in 100 parti eguali, ad ogni divisione di questa corrisponde l'area di un centimetro quadrato. Essendovi poi il nonio che abbraccia nove divisioni della rotella ed è diviso in 10 parti eguali, con esso si possono valutare i decimi di centimetro quadrato.

5. — *Uso dell'integratore.* — Riesce ora facile il vedere come si debba adoperare praticamente l'integratore nella valutazione delle aree. Disposto l'apparecchio nel modo indicato al N° 3 si segni sul contorno della figura di cui si vuole valutare l'area, un punto qualunque e messa la punta del calcatoio p portata dall'asta H (Fig. 1^a Tav. II^a) esattamente in quel punto, si faccia la lettura del numero delle divisioni segnate sul disco graduato R e sulla rotella P.

Sia n_1 questa prima lettura.

Per mezzo della punta del calcatoio p si percorra allora il contorno della figura procedendo nel senso della rotazione delle lancette degli orologi. Quando si sarà ritornati esattamente al punto di partenza, si faccia la nuova lettura sul

disco graduato e sulla rotella; sia n_1' il numero così ottenuto.

L'area della figura di cui si sarà percorso nel modo indicato il contorno, espressa in decimetri quadrati verrà data dalla formola:

$$A = n_1' - n_1.$$

Attesochè la più piccola quantità che si può leggere direttamente col nonio, è un decimo di centimetro quadrato si vede che nella valutazione di aree piccole si può commettere un errore relativo abbastanza considerevole, giacchè ad es. per un'area di 10^{cm^2} si può fare l'errore di circa l'uno per cento.

Questo errore però si potrà diminuire percorrendo col calcatoio per la stessa area da valutarsi più volte il contorno e ripetendo anche l'operazione cambiando di posizione lo strumento, precisamente come si procede allorchando si adopera il planimetro polare. Il numero delle volte da percorrersi il contorno della medesima area da valutarsi varia evidentemente coll'ampiezza dell'area stessa.

L'integratore poi, dà il valore dell'area della figura che è rappresentata sul disegno e di cui si percorre il contorno col calcatoio; per conseguenza se la figura che si ha sul disegno è la sola rappresentazione della figura di cui si vuole avere effettivamente l'area, fatta in una certa scala, per ottenere il vero valore di quest'area bisognerà dividere quella ottenuta coll'integratore operando sul disegno, per il quadrato della frazione che indica la scala in cui il disegno fu eseguito.

Per ultimo si può dire che se la figura di cui si cerca l'area è molto grande, essa si potrà scomporre in aree minori tali da ammettere dei contorni che si possano facilmente percorrere col calcatoio e quindi sommare queste aree parziali fra di loro.

L'integratore, nella valutazione delle aree, si può anche adoperare come un planimetro polare. In questo caso non si userà più nè il regolo nè il carrello, ma basterà rendere solidale l'asta H alla ruota F impigliandone la sua caviglia t nella cavità w del nottolino M e quindi fare servire la punta g portata dall'asta K come polo, mentre col calcatoio p del braccio H si percorrerà il contorno dell'area da misurarsi.

La teoria dell'integratore adoperato nella valutazione delle aree come planimetro polare, reputo inutile riportarla, coincidendo essa con quella svolta già da molti autori pel planimetro polare medesimo.

6. — *Verifica dell'integratore.* — Dovendo pel caso dell'area essere $\beta = \alpha$, quando sarà $\alpha = 0^\circ$ si dovrà avere pure $\beta = 0^\circ$, cioè quando l'asta H si troverà sull'asse XX anche l'asse della rotella dovrà trovarsi sulla retta XX, il suo orlo dovrà per conseguenza giacere in un piano perpendicolare ad XX e quindi se col calcatoio si percorrerà questo asse la rotella non dovrà subire alcuna rotazione.

Si può adunque verificare l'esattezza dello strumento portando lo zero della graduazione della rotella in corrispondenza dello zero del nonio ed osservando se percorrendo colla punta del calcatoio p l'asse XX, lo zero della graduazione della rotella si mantenga in corrispondenza dello zero del nonio.

Valutazione del momento statico di una figura piana rispetto ad un asse

7. — *Disposizione dell'integratore.* — Per potere trovare il momento statico di una figura piana rispetto ad un asse qualunque contenuto nel piano della medesima per mezzo dell'integratore, s'incominci a disporre il regolo AA (*Fig. Tav. I^a*) su questo piano, che deve essere orizzontale, per modo che esso risulti parallelo all'asse dei momenti. Serve a tale scopo, come già si disse, l'asta S; messo perciò il tagliente della traversa θ che trovasi ad una delle estremità di quest'asta S, nella scanalatura del regolo AA, si sposterà questo finchè siasi giunti ad ottenere una sua posizione tale, che facendo scorrere il tagliente della traversa nella scanalatura, la punta τ che trovasi all'altra estremità dell'asta percorra l'asse dei momenti.

Disposto così il regolo parallelamente all'asse dei momenti, si colleghi l'asta H al carrello nella posizione determinata dal piuolo h che trovasi sulla piastra D del carrello, facendo penetrare questo piuolo nel foro corrispondente α dell'asta medesima e fissando questa alla suddetta piastra D per mezzo della piastrina i e della vite di pressione E.

In seguito si renda l'asta K solidale alla ruota maggiore F impigliandone nel solito modo la sua caviglia u nella cavità w del nottolino M.

In grazia di questa disposizione, il braccio K girando attorno all'asse della ruota maggiore F, trascinerà nel suo movimento anche la ruota F stessa e siccome questa ingrana colla ruota minore G, obbligherà pure quest'altra ruota G a girare attorno all'asse proprio.

Finalmente si portino le rotelle del carrello, a cui si sarà ancora unito il contrappeso, nella

scanalatura del regolo AA e così l'integratore, che verrà ad appoggiarsi sul piano del disegno per mezzo dell'orlo della rotella graduata e della punta del calcoio q , sarà disposto per la valutazione del momento statico della figura data.

Giova pertanto qui l'osservare che in virtù della conveniente distanza fra la punta τ dell'asta S che serve a disporre il regolo AA parallelo all'asse dei momenti ed il tagliente della traversa θ dell'asta medesima, il centro della ruota maggiore F allorquando si sarà messo a posto lo strumento nel modo suddetto, verrà a trovarsi verticalmente al disopra dell'asse dei momenti, e vi si manterrà anche durante il movimento dello strumento.

La Fig. 2^a della Tav. II^a rappresenta nella scala di $\frac{1}{2}$ la disposizione indicata dell'integratore, necessaria per la valutazione del momento statico rispetto all'asse XX della sezione trasversale dello stesso ferro a doppio T che già si considerò nel caso dell'area, e di più indica una posizione dell'asta S che serve a disporre il regolo parallelamente all'asse dei momenti.

8. — Teoria. — Sia Ω (Fig. 3^a Tav. III^a) una figura chiusa qualunque della quale si voglia avere il momento statico rispetto ad un asse qualsiasi XX del suo piano. Supponiamo perciò collocato sul piano di questa figura l'integratore nella disposizione anzi indicata e siano: AA il regolo parallelo all'asse dei momenti XX, B il carrello le cui rotelle debbono scorrere nella scanalatura del regolo AA, H l'asta che in questo caso sarà collegata al carrello e perciò perpendicolare al regolo, e K l'altro braccio solidale alla ruota F, il cui centro I, per quanto si disse precedentemente si troverà sempre sopra l'asse XX. Per ultimo siano: q il calcoio portato dal braccio K e che deve percorrere il contorno della figura e P la rotella graduata unita alla ruota minore G.

Anche in questo caso prenderemo l'asse XX per asse delle ascisse ed una sua perpendicolare qualunque YY per asse delle ordinate.

Supponendo che la punta del calcoio portata dal braccio K si trovi in un punto qualunque q di coordinate x ed y del contorno della figura Ω , diciamo ancora α l'angolo fatto dal braccio K coll'asse XX e β l'angolo fatto dall'asse della rotella P nella posizione che essa occupa corrispondentemente a quella q del calcoio, collo stesso asse XX.

Ciò premesso vediamo di trovare l'arco del quale si svolgerà la rotella graduata mentre il calcoio percorrerà l'intero contorno della figura.

Supponiamo perciò che al calcoio q si faccia percorrere un archetto infinitamente piccolo

qq' che diremo ds del perimetro della figura; la rotella si svilupperà sul piano del disegno di un certo arco la cui lunghezza si può facilmente ottenere, sostituendo, come pel caso dell'area, allo spostamento ds le sue due proiezioni dx e dy fatte rispettivamente sopra i due assi XX ed YY. In virtù dello spostamento dx del calcoio, il carrello si sarà trasportato in B"; l'asta H sarà venuta parallelamente a se stessa in H", il braccio K in K" e la rotella P si sarà trasportata pel tratto PP" parallelo all'asse XX ed eguale a dx .

In questa traslazione la rotella girando attorno al proprio asse si sarà sviluppata sul piano del disegno di un arco la cui lunghezza è data dalla proiezione PP'" del tratto PP" sopra una perpendicolare al suo asse; e siccome dal triangolo rettangolo PP'"P'" si ha:

$PP'" = PP" \text{ sen}(\beta - \pi) = -PP" \text{ sen}\beta = -dx \text{ sen}\beta$ così lo sviluppo della rotella subito in virtù dello spostamento dx del calcoio, chiamandolo con du_2 sarà espresso da:

$$du_2 = -dx \text{ sen}\beta. \quad (1)$$

Anche qui avvertiremo che il du_2 ha il segno positivo atteso che la rotazione della rotella graduata si fa nel senso diretto (N° 4).

Ripetendo ora lo stesso ragionamento fatto pel caso dell'area, si vedrà facilmente come dello spostamento dy del calcoio non se ne debba tener conto, non avendo esso alcuna influenza sullo sviluppo totale della rotella che avverrà durante il percorso dell'intero perimetro della figura data.

Segue da ciò che la lunghezza dell'arco di cui si sarà sviluppata la rotella graduata durante il percorso di tutto il perimetro della figura, sarà dato dall'integrale dell'espressione (1) esteso a tutto il contorno della figura stessa.

È facile ora riconoscere che nella disposizione attuale dell'integratore, fra i due angoli α e β che in una posizione qualunque dello strumento fanno coll'asse XX rispettivamente il braccio K che porta il calcoio q e l'asse della rotella graduata, si ha sempre la relazione:

$$\beta = \frac{\pi}{2} + 2\alpha.$$

Ed invero per essere 2:1 il rapporto dei raggi delle circonferenze primitive delle due ruote dentate F e G, mentre il braccio K roterà colla ruota maggiore attorno all'asse della medesima di un angolo α , la ruota minore in un colla rotella P girerà attorno al proprio asse di un angolo 2α .

D'altra parte essendo lo strumento costruito per modo che quando l'asta H ha la sua caviglia

impigliata nella cavità del nottolino (caso dell'area) l'asse della rotella graduata si trova nel piano verticale passante per quello dell'asta H medesima, è evidente che se disposta l'asta K perpendicolarmente all'asta H, si svincolerà la caviglia dell'asta H dal nottolino e mantenendo fermi i due bracci H e K si farà rotare la ruota maggiore attorno al proprio asse di 90° , per modo che il nottolino venga ad abbracciare colla sua cavità la caviglia dell'asta K, la ruota minore G, girando di un angolo doppio, cioè di 180° , porterà la rotella graduata P nella posizione diametralmente opposta a quella che aveva prima, e quindi l'asse della rotella verrà ancora a fare un angolo di 90° colla direzione dell'asta K.

Segue da ciò, che se l'asta H è collegata al carrello B, avente le rotelle nella scanalatura del regolo AA, e l'asta K è solidale alla ruota maggiore F, che cioè se lo strumento è nella disposizione indicata per la valutazione del momento statico di una figura, quando l'asta K andrà a collocarsi in K_0 sulla direzione dell'asse XX, che è perpendicolare all'asta H, la rotella graduata verrà in P_0 , dove il suo asse farà un angolo di 90° colla direzione dell'asta K_0 , ossia coll'asse XX stesso. Se ora l'asta K si sposterà dalla posizione K_0 rotando attorno all'asse della ruota maggiore di un angolo α , l'asse della rotella graduata girando dell'angolo 2α attorno a quello della ruota minore, verrà a fare coll'asse XX un angolo $\beta = \frac{\pi}{2} + 2\alpha$.

Sostituendo a β il suo valore nell'espressione (1) si avrà:

$$du_2 = -dx \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right)$$

ossia per essere:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha\right) = \cos 2\alpha = 1 - 2\operatorname{sen}^2\alpha$$

$$du_2 = -dx(1 - 2\operatorname{sen}^2\alpha).$$

Dicendo ora b la lunghezza dell'asta K misurata dal centro I della ruota maggiore alla punta del calcoio q , di cui essa è munita, e T il piede della perpendicolare calata dal punto q del contorno della figura che si considera sull'asse XX, dal triangolo rettangolo IqT si ha:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{qT}{Iq}$$

ossia per essere:

$$qT = y \text{ ed } Iq = b:$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{y}{b}$$

e quindi:

$$du_2 = -dx\left(1 - 2\frac{y^2}{b^2}\right).$$

Lo sviluppo totale della rotella graduata corrispondente al percorso dell'intero contorno della figura, sarà adunque dato dall'integrale di quest'ultima espressione di du_2 , esteso all'intero perimetro della figura stessa, e quindi indicandolo con u_2 sarà espresso da:

$$u_2 = \int \left(2\frac{y^2}{b^2} - 1\right) dx = \frac{2}{b^2} \int y^2 dx - \int dx$$

ma $\int dx$ esteso a tutto il contorno della figura data evidentemente si annulla, perciò sarà:

$$u_2 = \frac{2}{b^2} \int y^2 dx.$$

Da questa espressione si ricava:

$$\frac{1}{2} \int y^2 dx = \frac{b^2}{4} u_2$$

ma $\frac{1}{2} \int y^2 dx$ esteso a tutto il contorno della figura è il momento statico della figura stessa rispetto all'asse XX, quindi rappresentandolo con S si avrà:

$$S = \frac{b^2}{4} u_2.$$

Ora lo sviluppo totale u_2 della rotella graduata avvenuto durante l'intero percorso del contorno della figura data, è evidentemente eguale al prodotto della lunghezza λ della circonferenza dell'orlo della rotella pel numero N_2 dei giri dati dalla rotella medesima durante il movimento del calcoio, e perciò sarà:

$$S = \frac{b^2}{4} \lambda N_2.$$

La lunghezza b dell'asta K fu scelta dal Costruttore dello strumento, come già si disse, di $1^{\text{dm}},66$, e siccome fu già trovato nel caso dell'area: $\lambda = 0^{\text{dm}},5$, così sostituendo questi valori nella formula precedente si avrà:

$$S = 0,34445 N_2.$$

9. — *Uso dell'integratore.* — Data adunque una figura qualunque, per la quale si voglia valutare il momento statico rispetto ad un asse del suo piano, disposto lo strumento nel modo indicato al N° 7, si segni sul perimetro della figura un punto qualunque e messa la punta del calcoio q , portata dal braccio K (*Fig. 2^a, Tav. II^a*), esattamente in questo punto si faccia la lettura del numero delle divisioni segnate sul

disco graduato R e sulla rotella P. — Sia n_2 questa lettura.

Si percorra in seguito per mezzo del calcatoio q il contorno della figura, procedendo sempre nel senso della rotazione delle lancette degli orologi. Quando si sarà ritornati esattamente al punto donde si era partiti, si faccia una nuova lettura sul disco graduato e sulla rotella; sia n_2' il numero così ottenuto.

Il momento statico della figura, di cui si percorse il contorno, rispetto all'asse dato, sarà espresso dalla formola

$$S=0,34445 (n_2'-n_2).$$

Anche per questo caso avvertiremo che se la figura che si ha sul disegno non è che la rappresentazione fatta in una certa scala di quella per cui si vuole avere il momento statico, rispetto ad un certo asse, onde ottenere il vero valore di questo momento, bisognerà dividere quello dato dall'integratore operando sul disegno, pel cubo della frazione che rappresenta la scala.

Atteso poi che l'unità di lunghezza presa per lo strumento è il decimetro, gli è facile vedere che volendosi riferire al metro, bisognerà dividere il valore del momento statico ottenuto col l'integratore per 10^3 .

10. — Verifica dell'integratore. - La relazione $\beta = \frac{\pi}{2} + 2\alpha$, che deve esistere costantemente nel caso del momento statico fra gli angoli α e β , dà a vedere che per $\alpha = 45^\circ$ dovrà essere $\beta = 180^\circ$, che cioè se l'asta K farà un angolo di 45° col l'asse XX, l'asse della rotella graduata dovrà riescire parallelo alla direzione dell'asse XX medesimo. Il bordo della rotella dovrà giacere in un piano perpendicolare all'asse XX, e quindi se col calcatoio q si percorrerà una parallela a quest'asse, mantenendo sempre l'asta K, inclinata a 45° sull'asse XX stesso, evidentemente la rotella non dovrà subire alcuna rotazione. Si potrà perciò verificare per questo caso lo strumento, portando lo zero della graduazione della rotella in corrispondenza dello zero del nonio, ed osservando se percorrendo col calcatoio q una parallela all'asse XX, distante da questo di una quantità data da:

$$b \operatorname{sen} 45^\circ = 1,4^{\text{mm}} 66 \times \sqrt{\frac{1}{2}}$$

quantità che in via di approssimazione si può ritenere eguale a $1,4^{\text{mm}} 17$, lo zero della graduazione della rotella si mantenga in corrispondenza di quello del nonio.

11. — Determinazione del centro di gravità di una figura piana qualunque. - Per mezzo dell'integratore si può determinare assai facilmente il centro di gravità di una figura piana qualunque. Basta infatti per la figura data, trovare con questo strumento l'area ed i momenti statici rispetto a due assi qualunque del suo piano, non paralleli tra di loro e dividere questi momenti statici per l'area; evidentemente i quozienti che così si otterranno, rappresenteranno i valori delle distanze dai due assi dei momenti del centro di gravità che si cerca, il quale sarà perciò pienamente determinato.

Se la figura ammetterà un asse di simmetria, come è appunto la sezione trasversale di un ferro a doppio T, rappresentata nella Fig. 2^a, Tav. II^a, il centro di gravità g si troverà su questo asse e quindi per determinarlo basterà cercare la sua distanza da un altro asse qualunque non parallelo a quello di simmetria. Lo stesso si dica se la figura ammette un diametro.

Valutazione del momento d'inerzia di una figura piana rispetto ad un asse

12. — Disposizione dell'integratore. - Per trovare il momento d'inerzia di una figura piana rispetto ad un asse qualunque del suo piano, si disponga ancora sul piano di questa figura, il quale dovrà essere orizzontale, il regolo AA, (Fig^{re} Tav. I^a) parallelamente all'asse dei momenti. Questo si farà impiegando l'asta S e procedendo nello stesso modo indicato pel caso della ricerca del momento statico. Si colleghi in seguito l'asta K al carrello nella posizione determinata dal piuolo k , facendo entrare questo piuolo nel foro corrispondente β dell'asta medesima, e fissando questa, secondo il solito, alla piastra D del carrello per mezzo della piastrina i e della vite di pressione E.

Dopo di ciò si renda solidale alla ruota maggiore F lo stesso braccio K che si unì al carrello impigliandone la caviglia u nella cavità w del nottolino M. In virtù di questa disposizione e per essere la ruota G unita all'asta H per mezzo del suo albero, quando questo braccio H roterà attorno all'asse della ruota maggiore F, trascinerà seco nel suo movimento anche la ruota G, la quale si svilupperà ad un tempo sulla ruota F, rotando attorno all'asse proprio di un angolo doppio di quello descritto dall'asta H medesima.

Si portino per ultimo le rotelle del carrello, come pei casi precedenti, nella scanalatura aa del regolo AA, e l'integratore che verrà per tal

modo a toccare il piano del disegno per mezzo dell'orlo della rotella graduata P e della punta del calcoio p , sarà apparecchiato per la valutazione del momento d'inerzia della figura che si considera rispetto all'asse dato.

Anche in questo caso osserveremo che in virtù sempre della conveniente distanza fra il tagliente della traversa θ , di cui va munita l'asta S che serve a disporre il regolo parallelamente all'asse dei momenti e la punta τ dell'asta medesima, allorquando lo strumento sarà messo a posto nel modo testè indicato, il centro della ruota maggiore F verrà a trovarsi verticalmente al disopra dell'asse dei momenti e vi si manterrà sempre durante il movimento dell'apparecchio.

Nella Fig. I^a Tav. III^a è rappresentata nella scala di $\frac{1}{2}$ la disposizione dell'integratore necessaria per la valutazione del momento d'inerzia della sezione trasversale Ω del solito ferro a doppio T, rispetto all'asse XX passante pel centro di gravità della sezione medesima.

13. — Teoria. Sia Ω (Fig. 4^a, Tav. III^a) una figura chiusa qualunque, della quale si voglia valutare per mezzo dell'integratore il momento d'inerzia rispetto all'asse XX del suo piano. Supponendo perciò disposto lo strumento sul piano della figura nel modo anzi indicato, rappresentino secondo il solito: AA il regolo parallelo all'asse dei momenti XX, B il carrello che avrà le rotelle nella scanalatura del regolo, K l'asta che sarà collegata al carrello B e nello stesso tempo solidale alla ruota maggiore F, H l'altro braccio il cui calcoio p deve percorrere il contorno della figura che si considera, e finalmente P la rotella graduata unita alla ruota minore G.

Anche per quest'ultimo caso prenderemo per asse delle ascisse l'asse XX dei momenti, sul quale, come già si disse, cade costantemente il centro della ruota maggiore F, e per asse delle ordinate una sua perpendicolare qualunque YY. Supponendo poi che la punta del calcoio portato dal braccio H sia in un punto qualunque p di coordinate x ed y del contorno dell'area data, indichiamo ancora con α e β gli angoli fatti rispettivamente coll'asse XX, dal braccio H e dall'asse della rotella graduata.

Ciò posto vediamo come si possa trovare anche per questo caso, l'arco del quale andrà svolgendosi la rotella graduata, mentre il calcoio percorrerà l'intero perimetro della figura data.

Immaginiamo perciò, come nei casi precedenti, che si faccia percorrere al calcoio un tratto infinitamente piccolo pp' , che diremo ds

del contorno della figura; lo strumento si sposterà sul piano di questa e la rotella graduata subirà una certa rotazione che si può valutare, sostituendo al solito allo spostamento ds del calcoio, le sue due componenti $pp'' = dx$ $pp''' = dy$, prese secondo i due assi delle coordinate.

Di queste due componenti però si considererà anche qui solamente quella diretta secondo l'asse delle x , perchè l'altra componente che è diretta secondo l'asse delle y non ha, sempre per la già nota ragione, influenza alcuna sullo sviluppo totale della rotella che avviene durante il percorso di tutto il contorno della figura data.

Per causa dello spostamento $pp'' = dx$ del calcoio, il carrello avrà percorso un tratto della scanalatura del regolo andando in B'', l'asta K si sarà portata parallelamente a se stessa in K'', il braccio H sarà venuto in H'' e la rotella graduata P si sarà spostata parallelamente all'asse XX del tratto PP'' eguale a dx .

La lunghezza dell'arco di cui si sarà sviluppata la rotella in questo movimento, sarà dato ancora dalla proiezione PP''' del tratto PP'' sopra una perpendicolare al suo asse, e siccome dal triangolo rettangolo PP''P''' si ricava:

$$PP''' = PP'' \operatorname{sen} \beta$$

così indicando con du , questo sviluppo della rotella si avrà:

$$-du = dx \operatorname{sen} \beta. \quad (1)$$

Si prese il du , col segno negativo perchè in questo caso durante lo spostamento dx del calcoio, la rotazione della rotella P avviene nel senso retrogrado (N° 4).

Lo sviluppo totale della rotella graduata che avverrà durante il percorso di tutto il perimetro della figura Ω , sarà quindi dato dall'integrale dell'espressione (1), esteso all'intero perimetro della figura medesima.

Esaminando ora lo strumento, si può riconoscere facilmente che nell'attuale sua disposizione, fra i due angoli α e β fatti coll'asse XX rispettivamente dal braccio H e dall'asse della rotella graduata, sussiste sempre la relazione:

$$\beta = 3\alpha.$$

Infatti, essendosi visto nel caso del momento statico, che allorquando il braccio K è solidale alla ruota F, se lo si dispone perpendicolarmente all'altro H, l'asse della rotella graduata viene a fare un angolo di 90° col braccio K medesimo, è evidente che nella disposizione attuale dello strumento se si porterà l'asta H in H₀ sull'asse XX, che è perpendicolare all'asta K collegata al carrello, la rotella graduata P andrà in P₀, dove il suo asse giacerà sulla direzione dell'asse XX medesimo.

Se quindi si immagina che l'asta H si sposti dalla posizione H_0 rotando attorno all'asse della ruota F dell'angolo α , la ruota minore G in un colla rotella graduata partecipando al movimento di rotazione dell'asta H, girerà dall'angolo α attorno all'asse della ruota maggiore, e nello stesso tempo si svilupperà su questa dell'angolo 2α . Per conseguenza l'asse della rotella graduata che prima era sulla direzione XX, ora verrà a fare coll'asse XX un angolo $\beta = \alpha + 2\alpha = 3\alpha$.

Sostituendo questo valore di β nell'espressione (1) avremo:

$$-du_3 = dx \operatorname{sen} 3\alpha.$$

Ora:

$$\operatorname{sen} 3\alpha = 3\operatorname{sen}\alpha - 4\operatorname{sen}^3\alpha$$

e siccome:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{y}{a}$$

come risulta dal triangolo rettangolo $I p T$, la cui ipotenusa $I p$ è la lunghezza, che abbiamo già nel caso dell'area indicata con a , dell'asta H misurata dal centro I della ruota F alla punta del calcoio p , ed il cateto $p T$, l'ordinata y del punto qualunque p del contorno della figura Ω , così sostituendo si avrà:

$$-du_3 = \left(3\frac{y}{a} - 4\frac{y^3}{a^3} \right) dx.$$

Lo sviluppo totale della rotella graduata essendo l'integrale dell'espressione di $-du_3$ esteso a tutto il contorno della figura Ω , sarà espresso da:

$$-u_3 = \int \left(3\frac{y}{a} - 4\frac{y^3}{a^3} \right) dx = \frac{3}{a} \int y dx - \frac{4}{a^3} \int y^3 dx.$$

Avvertendo ora che $\int y dx$ è l'area della figura data e che allorquando si considerò questo caso si trovò:

$$\int y dx = au_1$$

avremo:

$$-u_3 = 3u_1 - \frac{4}{a^3} \int y^3 dx$$

donde si ricava:

$$\frac{1}{3} \int y^3 dx = \frac{a^3}{4} \left(u_1 + \frac{1}{3} u_3 \right)$$

ma $\frac{1}{3} \int y^3 dx$ è il momento d'inerzia, che indicheremo con I, della figura data rispetto all'asse XX, quindi sarà:

$$I = \frac{a^3}{4} \left(u_1 + \frac{1}{3} u_3 \right).$$

Essendo poi $u_1 = N_1 \lambda$ ed $u_3 = N_3 \lambda$ indicando con N_3 il numero dei giri dati dalla rotella graduata durante l'intero percorso del contorno della

figura Ω fatto dal calcoio p coll'attuale disposizione dello strumento, avremo:

$$I = \frac{a^3 \lambda}{4} \left(N_1 + \frac{1}{3} N_3 \right)$$

e poichè $a = 2^{\text{dm}}$ e $\lambda = 0^{\text{dm}},5$, così sarà:

$$I = N_1 + \frac{1}{3} N_3.$$

14. — Uso dell'integratore. — Volendosi quindi valutare per mezzo dell'integratore il momento d'inerzia di una figura rispetto ad un asse del suo piano, disposto lo strumento nel modo indicato (N. 12), e segnato secondo il solito sul contorno della figura un punto qualunque, si metta la punta del calcoio p portata dal braccio H (*Fig. 1^a, Tav. III^a*) esattamente in questo punto, e quindi si faccia la lettura, che indicheremo con n_3 , del numero delle divisioni segnate sul disco graduato R e sulla rotella P.

Si percorra in seguito il contorno della figura per mezzo del calcoio p , procedendo ancora nel senso della rotazione delle lancette degli orologi. Quando si sarà ritornati esattamente nel punto di partenza, si faccia la nuova lettura sul disco graduato R e sulla rotella P, e sia n'_3 questa lettura.

Se $n'_1 - n_1$ è la differenza delle letture che ci somministra l'area della figura di cui si cerca il momento d'inerzia, questo si avrà colla formula:

$$I = (n'_1 - n_1) + \frac{1}{3} (n'_3 - n_3).$$

Si vede pertanto che per ottenere per mezzo dell'integratore il momento d'inerzia di una figura piana bisogna pure conoscere la differenza $(n'_1 - n_1)$. Questo però non riesce di grave incomodo, poichè avendosi già lo strumento nella disposizione colla quale si ottenne la differenza $(n'_3 - n_3)$, per avere quest'altra $(n'_1 - n_1)$, supposto che non si conosca già precedentemente, basterà svincolare la ruota F del braccio K e renderla solidale invece al braccio H, lasciando tutte le altre parti dello strumento nella disposizione che avevano prima. Gli è evidente che l'integratore verrà per tal modo ad avere la disposizione indicata al N° 3, e che è appunto quella atta a somministrarci la differenza che si cerca.

Avvertiremo ancora che se la figura che si ha sul piano del disegno, e sulla quale si opera coll'integratore, non è che la rappresentazione fatta in una certa scala di quella per cui si vuole valutare il momento di inerzia, per ottenere il vero valore di questa quantità, basterà dividere il momento d'inerzia della figura che si ha sul disegno e che si sarà ottenuto coll'integratore, per la quarta potenza della frazione che rappresenta la scala in cui la figura fu eseguita.

Finalmente anche per questo caso, ricordando sempre che l'unità di lunghezza scelta per lo strumento è il decimetro, è facile riconoscere che volendosi riferire al metro, bisognerà dividere il valore del momento d'inerzia trovato coll'integratore per 10^4 .

15. — Verifica dell'integratore. — La relazione $\beta=3\alpha$ che deve esistere sempre nel caso del momento d'inerzia fra gli angoli α e β , ci fa vedere che per $\alpha=60^\circ$ dovrà essere $\beta=180^\circ$. Se quindi col calcoio p si percorrerà una parallela all'asse XX, mantenendo sempre l'asta H inclinata a 60° sull'asse XX stesso, la rotella dovendo avere il suo asse parallelo alla direzione XX, non dovrà subire alcuna rotazione.

Si potrà perciò verificare per questo caso lo strumento portando lo zero della graduazione della rotella in corrispondenza dello zero del nonio, ed osservando se facendo scorrere la punta del calcoio p sopra una parallela all'asse XX distante da questo della quantità:

$$a \text{ sen } 60^\circ = 2^{\text{dm}} \times \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

che si può ritenere eguale ad $1^{\text{dm}},73$, i zeri delle due graduazioni si mantengano sempre in corrispondenza.

16. — Costruzione dell'ellisse centrale d'inerzia di una figura piana qualunque. — Riesce ora facile vedere come coll'integratore si possa assai speditamente costruire l'ellisse centrale d'inerzia di una figura piana qualunque. Ed invero procedendo nei modi spiegati rispettivamente ai N° 5 e 9, si troveranno dapprima l'area della figura data ed i momenti statici della medesima rispetto a due assi qualunque del suo piano non paralleli tra di loro. Dividendo questi momenti statici per l'area, si avranno le distanze da questi due assi, del centro di gravità della figura, centro che resterà per conseguenza completamente determinato. Si troveranno in seguito usando lo strumento, come s'indicò al N° 14, i momenti d'inerzia della figura rispetto a diversi assi passanti pel suo centro di gravità. Dividendo questi momenti d'inerzia per l'area della figura si otterranno i quadrati dei raggi di girazione o d'inerzia dell'area data rispetto a quegli stessi assi, e quindi se si condurranno delle parallele a questi assi distanti di essi, di quantità eguali ai corrispondenti raggi di girazione, si avranno in queste parallele tante rette, il cui involuppo sarà l'ellisse centrale d'inerzia cercata. Conoscendosi il centro di quest'ellisse, onde determinarla basterà evidentemente cercare tre soli dei raggi d'inerzia suddetti.

Questa costruzione quindi che procedendo per via analitica o per mezzo della statica grafica, è sempre lunga e laboriosa, stante la speditezza con cui si possono avere i raggi di girazione, trovasi realmente di molto agevolata coll'impiego dell'integratore.

17. — Determinazione del momento d'inerzia polare di una figura piana qualunque. — Coll'integratore si può ancora ottenere agevolmente il momento d'inerzia polare I_p di una figura piana qualunque. Infatti basta cercare con questo strumento i momenti d'inerzia I_x ed I_y della figura data, rispetto a due assi perpendicolari tra di loro posti nel piano della figura e passanti pel centro di gravità della medesima, e quindi sommare questi due momenti d'inerzia così ottenuti.

In virtù della nota relazione:

$$I_p = I_x + I_y$$

il valore di questa somma sarà il momento d'inerzia polare cercato, cioè il momento d'inerzia della figura rispetto ad un asse perpendicolare al suo piano e passante pel suo centro di gravità.

18. — Avvertenze necessarie per l'uso dell'integratore. — 1ª Durante il movimento dello strumento bisognerà osservare se la rotazione del disco graduato avvenga nel senso diretto, cioè, come già si disse, nel senso per cui dinanzi all'indice fisso vengono a passare successivamente le divisioni della graduazione indicate coi numeri progressivi 0, 1, 2, 3, ovvero in quello retrogrado.

Se la rotazione avverrà nel senso retrogrado, la differenza $n'-n$ delle letture fatte dopo e prima di avere percorso col calcoio il contorno della figura, sarà negativa e tale si dovrà introdurre nella formola corrispondente. Inoltre onde eliminare ogni errore nella valutazione di questa differenza, ossia nel doverare i giri e le frazioni di giro dati dalla rotella graduata, bisognerà ogni qualvolta lo zero del disco graduato passerà dinanzi all'indice fisso nel senso diretto, aggiungere al numero n' , che si leggerà sul disco stesso dopo di avere percorso il contorno della figura, 10 unità, e quando invece lo zero del disco passerà dinanzi all'indice fisso nel senso retrogrado, aggiungere 10 unità al numero n che si sarà letto prima di avere percorso il contorno della figura.

2ª Sarà utile portare a zero la graduazione del disco e quindi anche quella della rotella prima di percorrere col calcoio il contorno della figura su cui si opera; in questo modo il

numero n che si deve leggere prima del percorso, sarà rispettivamente eguale a 0 od a 10, secondochè la rotazione del disco graduato avverrà nel senso diretto od in senso retrogrado.

Risultati ottenuti coll'integratore

Daremo per ultimo i valori dell'area, del momento statico e del momento d'inerzia di alcune figure piane ottenuti coll'integratore, onde potere dal confronto di questi valori con quelli corrispondenti ricavati per mezzo delle formole che ci fornisce il calcolo, formarsi un concetto dell'approssimazione di cui è capace l'integratore medesimo, e meglio chiarire il procedimento da seguirsi nella valutazione delle suaccennate quantità.

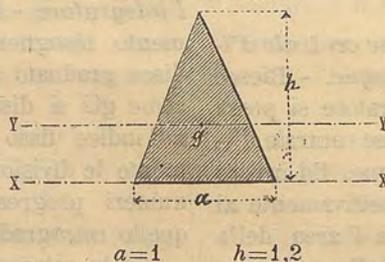
Per ogni figura piana considerata, trovansi perciò nella colonna di sinistra del relativo quadro, le formole date dal calcolo che ne esprimono rispettivamente l'area, il momento statico ed il momento d'inerzia, ed in seguito i valori di queste quantità ottenuti, sostituendo nelle formole suddette i dati della figura che sono regi-

strati immediatamente sotto il disegno della figura stessa ed espressi in decimetri.

Nella colonna di destra del medesimo quadro trovansi invece notate le letture fatte sull'integratore dopo e prima di avere, per ognuno dei tre casi, percorso col calcoito il contorno della figura considerata, le differenze delle letture stesse e poscia i valori dell'area, del momento statico e del momento d'inerzia della figura ottenuti colle formole relative allo strumento.

Giova notare che avendo sempre avuto cura di portare a zero le graduazioni dell'integratore prima di percorrere col calcoito il contorno della figura considerata, le letture fatte sullo strumento al principio di ogni operazione sono sempre rispettivamente eguali a 0 od a 10, secondochè la rotazione della rotella graduata avvenne nel senso diretto, oppure in quello retrogrado; e finalmente avvertiremo che il momento statico indicato con S_x è sempre valutato rispetto all'asse XX segnato sul disegno, e che il momento d'inerzia indicato con I_y è sempre relativo all'asse baricentrico YY, pure segnato sul disegno della figura.

1° Triangolo.



Scala $\frac{1}{5}$

$$A = \frac{1}{2}ah$$

$$S_x = \frac{1}{6}ah^2$$

$$I_y = \frac{1}{36}ah^3$$

$$A = 0^{da}, 60$$

$$S_x = 0,24$$

$$I_y = 0,048$$

$$n_1' = 0,600 \quad n_1 = 0 \quad n_1' - n_1 = 0,600$$

$$n_2' = 0,695 \quad n_2 = 0 \quad n_2' - n_2 = 0,695$$

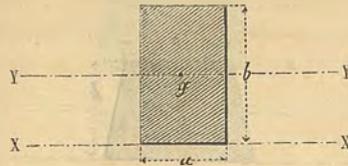
$$n_3' = 8,343 \quad n_3 = 10 \quad n_3' - n_3 = -1,657$$

$$A = (n_1' - n_1) = 0^{da}, 60$$

$$S_x = 0,34445(n_2' - n_2) = 0,239393$$

$$I_y = (n_1' - n_1) + \frac{1}{3}(n_3' - n_3) = 0,047667$$

2° Rettangolo.



Scala $\frac{1}{5}$

$a=0,6$ $b=1$

$A=ab$

$S_x = \frac{1}{2}ab^2$

$I_y = \frac{1}{12}ab^3$

$A=0^{da},60$

$S_x=0,30$

$I_y=0,05$

$n_1'=0,600$ $n_1=0$ $n_1'-n_1=0,600$

$n_2'=0,869$ $n_2=0$ $n_2'-n_2=0,869$

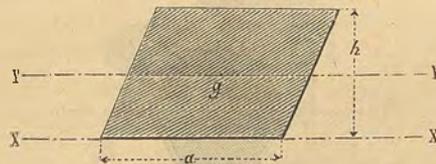
$n_3'=8,349$ $n_3=10$ $n_3'-n_3=-1,651$

$A=(n_1'-n_1)=0^{da},60$

$S_x=0,34445(n_2'-n_2)=0,299327$

$I_y=(n_1'-n_1) + \frac{1}{3}(n_3'-n_3)=0,049667$

3° Parallelogramma.



Scala $\frac{1}{5}$

$a=1,3$ $h=0,9$

$A=ah$

$S_x = \frac{1}{2}ah^2$

$I_y = \frac{1}{12}ah^3$

$A=1^{da},17$

$S_x=0,5265$

$I_y=0,078975$

$n_1'=1,170$ $n_1=0$ $n_1'-n_1=1,170$

$n_2'=1,527$ $n_2=0$ $n_2'-n_2=1,527$

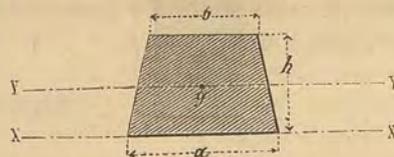
$n_3'=6,725$ $n_3=10$ $n_3'-n_3=-3,275$

$A=(n_1'-n_1)=1^{da},17$

$S_x=0,34445(n_2'-n_2)=0,525975$

$I_y=(n_1'-n_1) + \frac{1}{3}(n_3'-n_3)=0,078334$

4° Trapezio.

Scala $\frac{1}{5}$

$$a=1 \quad b=0,8 \quad h=0,7$$

$$A = \frac{h}{2}(a+b)$$

$$S_x = \frac{h^2}{3} \left(\frac{a}{2} + b \right)$$

$$I_y = \frac{h^3}{36} \frac{a^2 + 4ab + b^2}{a+b}$$

$$A = 0^{\text{da}},63$$

$$S_x = 0,212333$$

$$I_y = 0,025619$$

$$n_1' = 0,630 \quad n_1 = 0 \quad n_1' - n_1 = 0,630$$

$$n_2' = 0,615 \quad n_2 = 0 \quad n_2' - n_2 = 0,615$$

$$n_3' = 8,186 \quad n_3 = 10 \quad n_3' - n_3 = -1,814$$

$$A = (n_1' - n_1) = 0^{\text{da}},63$$

$$S_x = 0,34445(n_2' - n_2) = 0,211837$$

$$I_y = (n_1' - n_1) + \frac{1}{3}(n_3' - n_3) = 0,025334$$

5° Esagono.

Scala $\frac{1}{4}$

$$a=0,4$$

$$A = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$S_x = \frac{9}{4} a^3$$

$$I_y = \frac{5\sqrt{3}}{16} a^4$$

$$A = 0^{\text{da}},415680$$

$$S_x = 0,144$$

$$I_y = 0,013857$$

$$n_1' = 0,415 \quad n_1 = 0 \quad n_1' - n_1 = 0,415$$

$$n_2' = 0,417 \quad n_2 = 0 \quad n_2' - n_2 = 0,417$$

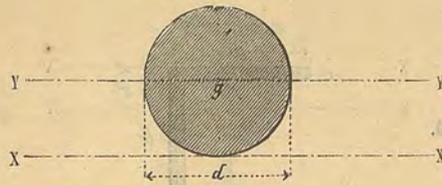
$$n_3' = 8,796 \quad n_3 = 10 \quad n_3' - n_3 = -1,204$$

$$A = (n_1' - n_1) = 0^{\text{da}},4150$$

$$S_x = 0,34445(n_2' - n_2) = 0,143636$$

$$I_y = (n_1' - n_1) + \frac{1}{3}(n_3' - n_3) = 0,013667$$

6° Circolo.



Scale $\frac{1}{5}$

$d=1$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$S_x = \frac{\pi d^3}{8}$$

$$I_y = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$A = 0^{da}, 7854$$

$$S_x = 0, 3927$$

$$I_y = 0, 049087$$

$$n_1' = 0,785 \quad n_1 = 0 \quad n_1' - n_1 = 0,785$$

$$n_2' = 1,139 \quad n_2 = 0 \quad n_2' - n_2 = 1,139$$

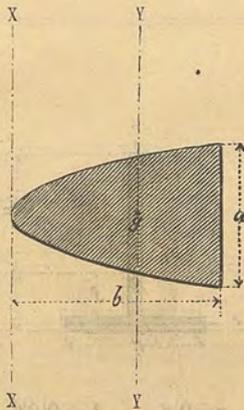
$$n_3' = 7,791 \quad n_3 = 10 \quad n_3' - n_3 = -2,209$$

$$A = (n_1' - n_1) = 0^{da}, 7850$$

$$S_x = 0,34445(n_2' - n_2) = 0,392329$$

$$I_y = (n_1' - n_1) + \frac{1}{3}(n_3' - n_3) = 0,048667$$

7° Segmento parabolico.



Scala $\frac{1}{5}$

$a=1 \quad b=1,5$

$$A = \frac{2}{3}ab$$

$$S_x = \frac{2}{5}ab^2$$

$$I_y = \frac{8}{175}ab^3$$

$$A = 1^{da}$$

$$S_x = 0,9$$

$$I_y = 0,154236$$

$$n_1' = 1 \quad n_1 = 0 \quad n_1' - n_1 = 1$$

$$n_2' = 2,611 \quad n_2 = 0 \quad n_2' - n_2 = 2,611$$

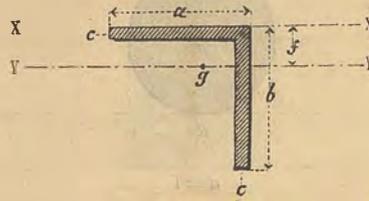
$$n_3' = 7,462 \quad n_3 = 10 \quad n_3' - n_3 = -2,538$$

$$A = (n_1' - n_1) = 1^{da}$$

$$S_x = 0,34445(n_2' - n_2) = 0,899359$$

$$I_y = (n_1' - n_1) + \frac{1}{3}(n_3' - n_3) = 0,154$$

8° Sezione trasversale di un ferro d'angolo.

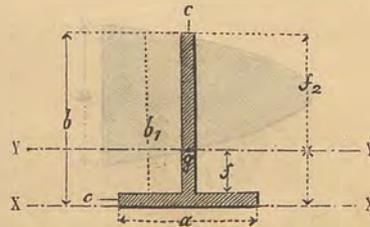


Scala $\frac{1}{4}$

$a=0,8 \quad b=0,8 \quad c=0,06$

$A = c(a + b - c)$ $S_x = \frac{c}{2}(ac + b^2 - c^2)$ $I_y = \frac{c}{3}(ac^2 + b^2 - c^3) - f \cdot c(a + b - c) \dots f = \frac{ac + b^2 - c^2}{2(a + b - c)}$ <hr style="width: 20%; margin: 10px auto;"/> $A = 0^{da}, 0924$ $S_x = 0,020532$ $I_y = 0,005832$		$n_1' = 0,092 \quad n_1 = 0 \quad n_1' - n_1 = 0,092$ $n_2' = 0,059 \quad n_2 = 0 \quad n_2' - n_2 = 0,059$ $n_3' = 9,740 \quad n_3 = 10 \quad n_3' - n_3 = -0,260$ <hr style="width: 20%; margin: 10px auto;"/> $A = (n_1' - n_1) = 0^{da}, 0920$ $S_x = 0,34445(n_2' - n_2) = 0,020323$ $I_y = (n_1' - n_1) + \frac{1}{3}(n_3' - n_3) = 0,005334$
---	--	---

9° Sezione trasversale di un ferro a T.

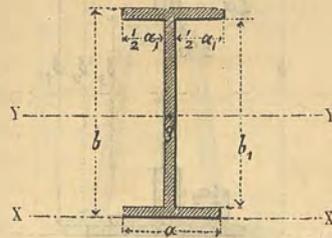


Scala $\frac{1}{4}$

$a=0,8 \quad b_1=0,94$
 $b=1 \quad c=0,06$

$A = c(a + b_1)$ $S_x = \frac{c}{2}(ac + b^2 - c^2)$ $I_y = \frac{1}{3} \left[a(f_1^3 - f^3) + c(f^3 + f_2^3) \right] \quad f = \frac{b_1^2 - ac}{2(a + b_1)} \quad \begin{cases} f_1 = f + c \\ f_2 = b - f_1 \end{cases}$ <hr style="width: 20%; margin: 10px auto;"/> $A = 0^{da}, 1044$ $S_x = 0,031332$ $I_y = 0,010650$		$n_1' = 0,104 \quad n_1 = 0 \quad n_1' - n_1 = 0,104$ $n_2' = 0,090 \quad n_2 = 0 \quad n_2' - n_2 = 0,090$ $n_3' = 9,719 \quad n_3 = 10 \quad n_3' - n_3 = -0,281$ <hr style="width: 20%; margin: 10px auto;"/> $A = (n_1' - n_1) = 0^{da}, 1040$ $S_x = 0,34445(n_2' - n_2) = 0,031001$ $I_y = (n_1' - n_1) + \frac{1}{3}(n_3' - n_3) = 0,010334$
--	--	---

10° Sezione trasversale di un ferro a doppio T.



Scala $\frac{1}{4}$

$$a=0,6 \quad b=1,2$$

$$a_1=0,55 \quad b_1=1,1$$

$$A=ab-a_1b_1$$

$$S_x = \frac{b}{2}(ab-a_1b_1)$$

$$I_y = \frac{1}{12}(ab^3-a_1b_1^3)$$

$$A=0^{da}, 1150$$

$$S_x=0,069$$

$$I_y=0,025396$$

$$n_1'=0,115 \quad n_1=0 \quad n_1'-n_1=0,115$$

$$n_2'=0,200 \quad n_2=0 \quad n_2'-n_2=0,200$$

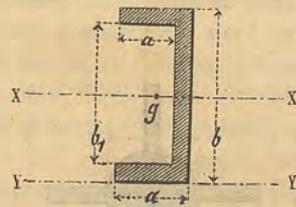
$$n_3'=9,730 \quad n_3=10 \quad n_3'-n_3=-0,270$$

$$A=(n_1'-n_1)=0^{da}, 1150$$

$$S_x=0,34445(n_2'-n_2)=0,068890$$

$$I_y=(n_1'-n_1) + \frac{1}{3}(n_3'-n_3)=0,025$$

11° Sezione trasversale di un ferro ad U.



Scala $\frac{1}{4}$

$$a=0,4 \quad b=1$$

$$a_1=0,3 \quad b_1=0,8$$

$$A=ab-a_1b_1$$

$$S_x = \frac{b}{2}(ab-a_1b_1)$$

$$I_y = \frac{1}{12}(ab^3-a_1b_1^3)$$

$$A=0^{da}, 16$$

$$S_x=0,08$$

$$I_y=0,020533$$

$$n_1'=0,160 \quad n_1=0 \quad n_1'-n_1=0,160$$

$$n_2'=0,231 \quad n_2=0 \quad n_2'-n_2=0,231$$

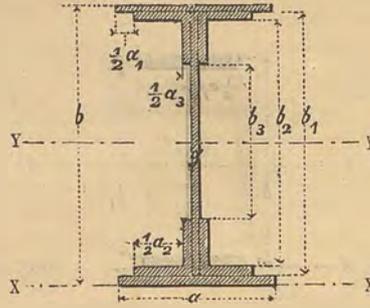
$$n_3'=9,581 \quad n_3=10 \quad n_3'-n_3=-0,419$$

$$A=(n_1'-n_1)=0^{da}, 16$$

$$S_x=0,34445(n_2'-n_2)=0,079568$$

$$I_y=(n_1'-n_1) + \frac{1}{3}(n_3'-n_3)=0,020334$$

12° Sezione trasversale di una trave composta.



Scala $\frac{1}{10}$

NB. Coll'integratore si è operato sopra un disegno eseguito nella scala di $\frac{1}{4}$, quindi per ottenere i veri valori di A, S_x ed I_y bisogna dividere quelli di A', S_x' , I_y' ottenuti coll'integratore e relativi al disegno, rispettivamente per $(\frac{1}{4})^2$, $(\frac{1}{4})^3$, $(\frac{1}{4})^4$.

$a=2,2$ $b=4$
 $a_1=0,52$ $b_1=3,84$
 $a_2=1,4$ $b_2=3,64$
 $a_3=0,2$ $b_3=2,24$

$A=(ab-a_1b_1-a_2b_2-a_3b_3)$
 $S_x=\frac{b}{2}(ab-a_1b_1-a_2b_2-a_3b_3)$
 $I_y=\frac{1}{12}(ab^3-a_1b_1^3-a_2b_2^3-a_3b_3^3)$

$n_1'=0,078$ $n_1=0$ $n_1'-n_1=0,078$
 $n_2'=0,113$ $n_2=0$ $n_2'-n_2=0,113$
 $n_3'=9,806$ $n_3=10$ $n_3'-n_3=-0,194$

$A=1^{21},2592$

$S_x=2,5184$

$I_y=3,465678$

$A'=(n_1'-n_1)=0,078$

$S_x'=0,34445(n_2'-n_2)=0,038923$

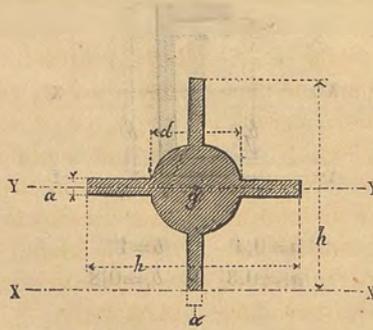
$I_y'=(n_1'-n_1)+\frac{1}{3}(n_3'-n_3)=0,013334$

$A=\frac{A'}{(\frac{1}{4})^2}=1^{21},2480$

$S_x=\frac{S_x'}{(\frac{1}{4})^3}=2,491072$

$I_y=\frac{I_y'}{(\frac{1}{4})^4}=3,413504$

13° Sezione trasversale di un albero di ghisa.



Scala $\frac{1}{5}$

$a=0,1$ $d=0,6$ $h=1,5$

$A=\frac{\pi d^2}{4}+2a(h-d)$
 $S_x=\frac{\pi d^2 h}{8}+ah(h-d)$
 $I_y=\frac{1}{12}\left[\frac{3\pi d^4}{16}+a(h^3-d^3)+a^3(h-d)\right]$

$n_1'=0,462$ $n_1=0$ $n_1'-n_1=0,462$

$n_2'=1,006$ $n_2=0$ $n_2'-n_2=1,006$

$n_3'=8,711$ $n_3=10$ $n_3'-n_3=-1,289$

$A=0^{21},462744$

$S_x=0,347058$

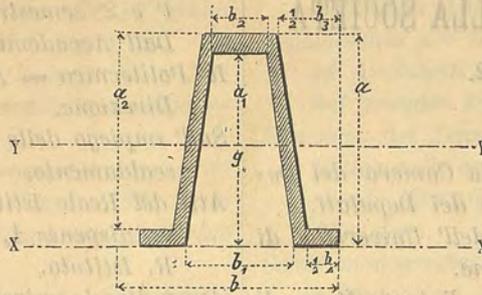
$I_y=0,32762$

$A=(n_1'-n_1)=0^{21},4620$

$S_x=0,34445(n_2'-n_2)=0,346517$

$I_y=(n_1'-n_1)+\frac{1}{3}(n_3'-n_3)=0,032334$

14° Sezione trasversale
di un ferro Zorés.



Scala $\frac{1}{5}$

$a=1,5$	$b_1=0,8$
$a_1=1,35$	$b_2=0,4$
$a_2=1,4$	$b_3=0,94$
$b=1,5$	$b_4=0,52$

$$A = ab - \frac{a_1}{2}(b_1 + b_2) - \frac{a_2}{2}(b_3 + b_4)$$

$$S_x = \frac{a^2 b}{2} - \frac{a_1^2}{6}(b_1 + 2b_2) - \frac{aa_2}{2}(b_3 + b_4) + \frac{a_2^2}{6}(b_3 + 2b_4)$$

$$I_y = \frac{a^2 b}{3} - \frac{a_1^3}{12}(b_1 + 3b_2) - \frac{a_2^3}{12}(b_3 + 3b_4) - \frac{a^2 a_2}{2}(b_3 + b_4) + \frac{aa_2^2}{3}(b_3 + 2b_4) - \frac{S_x^2}{A}$$

$A = 0,4180$

$S_x = 0,315301$

$I_y = 0,108836$

$n_1' = 0,418 \quad n_1 = 0 \quad n_1' - n_1 = 0,418$

$n_2' = 0,914 \quad n_2 = 0 \quad n_2' - n_2 = 0,914$

$n_3' = 9,071 \quad n_3 = 10 \quad n_3' - n_3 = -0,929$

$A = (n_1' - n_1) = 0,418$

$S_x = 0,34445(n_2' - n_2) = 0,314827$

$I_y = (n_1' - n_1) + \frac{1}{3}(n_3' - n_3) = 0,108334$

Dalla teoria esposta emerge chiaramente quanto semplice ed ingegnoso ad un tempo sia questo strumento, col quale l'Amsler raggiunse la risoluzione del problema della determinazione meccanica delle aree, dei momenti statici e dei momenti d'inerzia delle figure piane.

È da notarsi ancora che l'integratore di cui ci occupammo è una semplificazione di un altro più complesso inventato dallo stesso Amsler nell'anno 1856 (1), il quale per essere munito di tre rotelle convenientemente disposte può dare contemporaneamente i valori dell'area, del momento statico e del momento d'inerzia di una figura piana, percorrendo una volta sola per mezzo di un calcoio il contorno della figura medesima.

La speditezza e l'approssimazione con cui si possono compiere le indicate valutazioni, impiegando quest'altro planimetro dei momenti più complicato, sono sicuramente maggiori di quelle

che si hanno coll'integratore da noi considerato, ma però questo è più che sufficiente pei bisogni della pratica, come lo provano i risultati con esso ottenuti, ed inoltre stante la sua maggiore semplicità presenta sull'altro il vantaggio di essere più facilmente maneggevole.

Il planimetro dei momenti fu per molti anni quasi trascurato; attualmente però esso trovasi citato in alcuni trattati di Statica grafica (1) ed adoperato già dagli Ingegneri delle Ferrovie dell'Alta Italia.

Porrò termine a questo scritto diretto a mettere in evidenza le pregevoli doti di questo strumento ed a facilitarne l'impiego, augurando che l'integratore di Amsler abbia ad entrare vieppiù nel dominio della pratica dell'Ingegnere, al quale potrà rendere in molti casi non lievi servigi.

Torino, Dicembre 1882.

S. CAPPA.

(1) AMSLER — Ueber die mechanische Bestimmung des Flächeninhaltes der statischen Momente und der Trägheitsmomente ebener Figuren insbesondere über einen neuen Planimeter — Schaffhausen 1856.

(1) CULMANN — Statique Graphique, Trad. Franc. 1880 — FAVARO. Lezioni di Statica Grafica — 1877.

DONI PERVENUTI ALLA SOCIETÀ

nel 1882.

- Notizie sulla Biblioteca della Camera dei Deputati* — Dalla Camera dei Deputati.
- Catalogo della Biblioteca dell'Università di Roma* — Dalla Direzione.
- Annali della R. Accademia d'Agricoltura di Torino*, vol. 24° — Dall'Accademia.
- Alcuni cenni sul progetto di Ponte in ferro a travate rettilinee sul Po in sostituzione dell'attuale ponte Maria Teresa*, dell'Ing. Gevogre Savino — Dall'Autore.
- Annali dell'Industria e del Commercio*, 1881 N° 13 fasc. — Dal Ministero d'Agricoltura, Industria e Commercio.
- Bulletin de la Société Vaudoise des Ingénieurs et des Architectes*. — An. 7° et 8° — Dalla Società.
- Legge sui lavori pubblici 24 marzo 1865* — Dal Ministero.
- Sulla vigilanza delle caldaie a vapore*, dell'Ing. Oreste Lattes — Dall'Autore.
- Sopra un metodo per la misura dell'acqua trascinata meccanicamente dal vapore* — Nota del Prof. G. Ferraris — Dall'Autore.
- Nuova mantellata a difesa delle sponde dei fiumi* — Proposte dell'Ing. G. Murnigotti — Dall'Autore.
- Tromba idraulica del sig. Celestino Dabbene a Verduno presso Bra* — Nota del Prof. A. Cavallero — Dall'Autore.
- Bulletin mensuel de la Société des Anciens élèves des écoles nationales d'arts et métiers*. Numeri 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218 — Dalla Società.
- Atti della R. Accademia dei Lincei* — Trasmunti. Vol. VI, fasc. 9, 10, 11, 12, 13, 14 — Dall'Accademia.
- Relazione della Commissione Governativa sui lavori di ricensimento della Bassa Lombardia*. — Dono del Relatore Ing. Prof. Fattarappa.
- Bollettino del R. Comitato Geologico* — fasc. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 — Dal R. Comitato.
- Bulletin de la Société scientifique industrielle de Marseille*, 1881 — Dalla Società.
- Trattato di commercio Franco-Prussiano* — Discorso del Senatore A. Rossi — Dono dell'Autore.
- Atti del Collegio degl'Ingegneri ed Architetti di Milano*. Anno xv fasc. 1°, 2° — Dal Collegio.
- Atti dell'Accademia Olimpica di Vicenza*, 1879 1° e 2° semestre; 1880 1° e 2° semestre — Dall'Accademia.
- Il Politecnico* — Anno xxx, N. 34° — Dalla Direzione.
- Sull'impiego delle superficie metalliche di riscaldamento*.
- Atti del Reale Istituto Veneto*. Tomo VIII, Serie v, dispense 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 — Dal R. Istituto.
- Appendice da unirsi alla monografia della Chiesa Abbaziale di S. Fedele presso Cavagnolo al Po del Conte E. Arborio-Mella* — Dall'Autore.
- Atti della Società d'Ingegneri ed Architetti di Trieste*. — Anno IV, fasc. IV. Anno V, fasc. 1° — Dalla Società.
- Mémoires et Compte rendu de la Société des Ingénieurs Civils de Paris*. An. 35, fasc. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 — Dalla Società.
- Atti del Collegio degl'Ingegneri ed Architetti in Catania*. Anno III fasc. II — Dal Collegio.
- Resoconto finanziario della Cassa di Risparmio di Torino per l'Esercizio 1881* — Dalla Presidenza.
- Atti del Collegio Architetti ed Ingegneri*, in Firenze. Anno VII fasc. 1° — Dal Collegio.
- Atti del III Congresso degl'Ingegneri ed Architetti Italiani radunato in Napoli nel 1879* — Dalla Presidenza.
- Sulla costruzione del Teatro Massimo Vittorio Emanuele in Palermo* di G. B. T. Basile, fasc. 1° 2° — Dall'Autore.
- Atti del Collegio degl'Ingegneri ed Architetti di Napoli*. Anno VII fasc. 1, 2, 3, 4 — Dal Collegio.
- Bollettino dell'Osservatorio della R. Università di Torino*. Anno XVI, 1881 — Dall'Università.
- Ministero dei Lavori Pubblici* — Rilievi, osservazioni ed esperienze sul fiume Tevere — Dal Ministero.
- Le risaie sull'agro Biellese* — Lettura fatta in occasione del XV Congresso degli Alpinisti Italiani il 31 Agosto 1882 in Biella, dal Dott. Paschetto ed Ing. Personali — Dagli Autori.
- Atti della R. Accademia dei Lincei*. Anno CCLXXVIII, Serie 3ª — Memorie della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. X — Dall'Accademia.
- Progetto d'impianto d'una grande stazione ferroviaria e spostamento delle linee di Genova e del porto nella città di Sampierdarena*, per gl'Ing. Bruno e Mignacco — Dagli autori.

- Atti del Collegio degli Ingegneri ed Architetti di Palermo. Anno 1881 fasc. III, IV. Anno 1882 fasc. I e II — Dal Collegio.*
- Annali dell'Industria e del Commercio — Notizie statistiche intorno alle private — Dal Ministero.*
- Riassunto della spesa di manutenzione delle strade e dei viali per l'anno 1881 fatto dall'Ufficio d'Arte del Municipio di Torino — Dal Municipio.*
- Atti del Collegio degli Ingegneri, Architetti e Periti della Provincia di Reggio nell'Emilia — Anno XI, Gennaio-Dicembre 1881 — Dal Collegio.*
- Statuto del Collegio degli Ingegneri ed Architetti di San Remo e Provincia di Portomaurizio — Dal Collegio.*
- Annuario per l'anno scolastico 1882-83 della Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in Roma — Dalla Direzione.*
- Minutes of proceedings of the Institution of Civil Engineers, London, Vol. 70 — Dalla Società.*
- Regolamento per il IV Congresso degl'Ingegneri ed Architetti Italiani da tenersi in Roma nel gennaio 1883 — Dal Comitato.*
- Ministero dei Lavori Pubblici — Relazione statistica sulle costruzioni e sull'esercizio delle strade ferrate italiane pel 1881 — Dal Ministero.*
- Cenni monografici sul fiume Po tra Villafranca e Moncalieri dell'Ing. V. Demorra — Dall'Autore.*
- The Institution of Civil Engineers, N. 3 — Dalla Società.*
- Atti della Società degl'Ingegneri di Trieste — Norme per i Concorsi — Dalla Società.*
- Misure di velocità nel Tevere — Memoria dell'Ing. I. Nazzani — Dall'Autore.*
- Atti della R. Accademia dei Lincei — Trasunti. Vol. VII, fasc. 1, 2, 3, 4 — Dall'Accademia.*



CONTO UTILI E PERDITE

	DARE		AVERE	
Da Entrate ordinarie per quanto segue:				
1° Ammontare del Ruolo N. 21 delle tasse da esigersi nel 1° semestre L.			3.000	—
2° Ammontare del Ruolo N. 22 delle tasse da esigersi nel 2° semestre »			3.040	—
3° Interessi su L. 250 Rend. Consol. 5 % »			250	—
4° Interessi 3 1/2 % sulle somme in conto corr. presso i Fratelli Ceriana »			163	04
—————				
A Spese ordinarie: Per spese fatte nel corso dell'anno :				
Art. 2° del Bilancio: Illuminazione e riscaldamento . . . L. 112 05				
Art. 3° id. Spese per la Segreteria e Biblioteca » 481 —				
Art. 4° id. Cancelleria e legatura libri . . . » 241 55				
Art. 5° id. Acquisto libri ed abbonamenti 50 % della spesa » 301 95				
Art. 6° id. Pubblicazione Atti della Società . . . » 311 60				
Art. 7° id. Casuali, indennità ed impreviste. . . » 247 42				
Art. 8° id. Imposte e contribuzioni » 33 —				
Art. 9° id. Pigione dei locali » 2350 —				
Art. 10° id. Assicurazione incendi » 6 70				
L.	4.024	97		
—————				
A Spese straordinarie: Adattamento dei nuovi locali . . . »	1.294	30		
—————				
A sopravvenienze passive :				
1° Ammontare di quanto rimane ad esigersi sul Ruolo dell'Eser- cizio 1877 caduto in prescrizione »	320		—	
—————				
A Capitale: Maggior valutazione alla Libreria . . . L. 302 —				
Aumento del Fondo Cassa » 511 77				
L.	813	77		
—————				
TOTALE L.	6.453	04	6.453	04

CONTO DI CASSA

		DARE		AVERE	
A Bilancio d'Entrata: Fondo in contanti L.		9.768	50		

A Soci debitori 1879 L.	15 —				
Id. 1880 »	145 —				
Id. 1881 »	985 —				
Id. 1882 »	2830 —				
	L.	3.975	—		

A Entrate ordinarie: Interessi Rendita ital. 5 % L.		250	—		
Id. Conto corr. 3 1/2 % »		163	04		
Introito Coriolis »		46	—		

A Entrate straordinarie: Fitto antico locale pagato dalla Doyen		750			

Da Mandati: Mandati in circolazione al 31 Dicembre 1881 L.			1.089	17	
Mandati emessi nel 1882 L.	5588 27				
Mandati in circolazione al 31 Dicembre 1882 »	1693 70				
	L.		3.894	57	

Da Monumento Bona: Storno a saldo di quel Conto L.			4.490	40	

Da Spese ordinarie: Ritenuta R. M. sulla Rendita L.			33	—	

Da Bilancio d'Uscita: Fondo in contanti L.			5.445	40	
TOTALE L.		14.952	54	14.952	54

BILANCIO D'USCITA

	Dal 1° Gennaio 1882				Al 31 Dicembre 1882			
	DARE		AVERE		DARE		AVERE	
Soci Debitori 1877 che si stornano a so- pravenienze passive L.	320	—			—	—		
Soci Debitori 1878 »	455	—			455	—		
Id. 1879 »	520	—			505	—		
Id. 1880 »	685	—			540	—		
Id. 1881 »	1.650	—			665	—		
Id. 1882 »	—	—			3.210	—		
Fondi pubblici L. 250 Rend. 5 % . . . »	3.887	50			3.887	50		
Mobilio »	2.024	50			2.024	50		
Libreria »	9.047	55			9.349	55		
Cassa »	9.768	50			5.445	40		
Debitori diversi - Trimestre antic. del Fitto »	375	—			—	—	—	—
Creditori diversi - A saldo partita sud ^a »							375	—
Sottos. Monumento Bona (Conto chiuso) »			4.490	40	—	—	—	—
Mandati per quelli in Circolazione . . . »			1.089	17			1.693	70
Fondo Coriolis »			52	35			98	35
Capitale »			23.101	13			23.914	90
TOTALE L.	28.733	05	28.733	05	26.081	95	26.081	95

Il Segretario Economo
ORLANDO BIGNAMI.

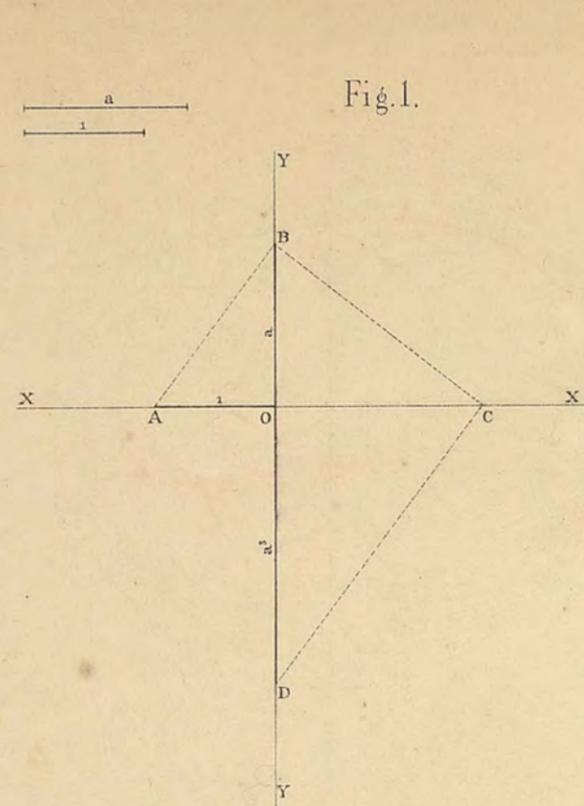


Fig. 1.

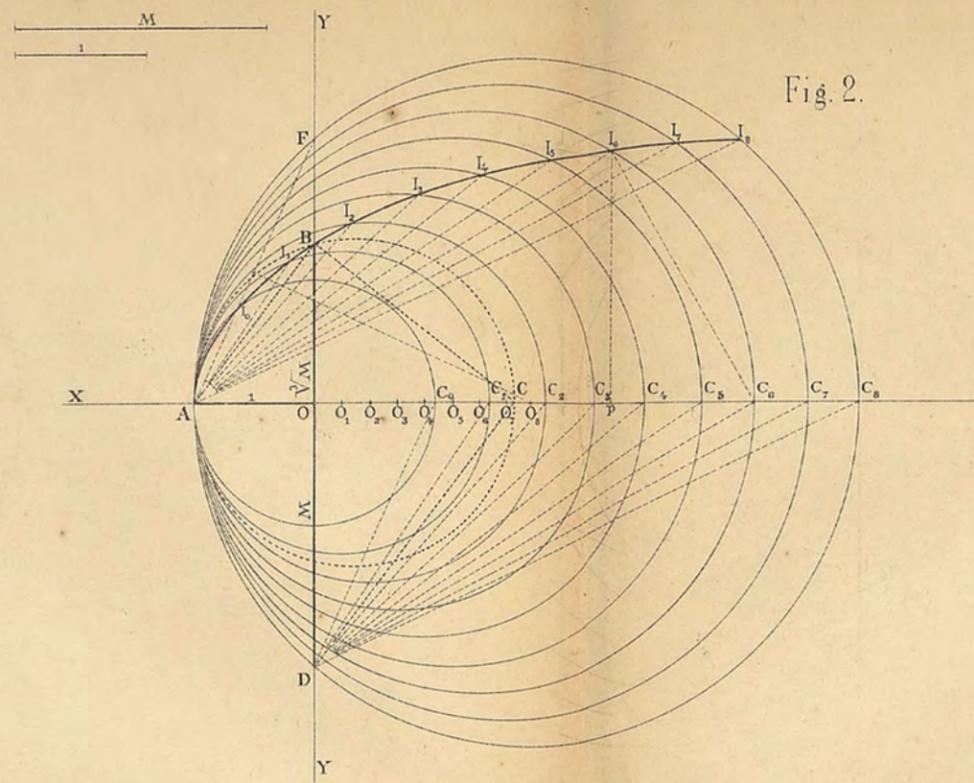


Fig. 2.

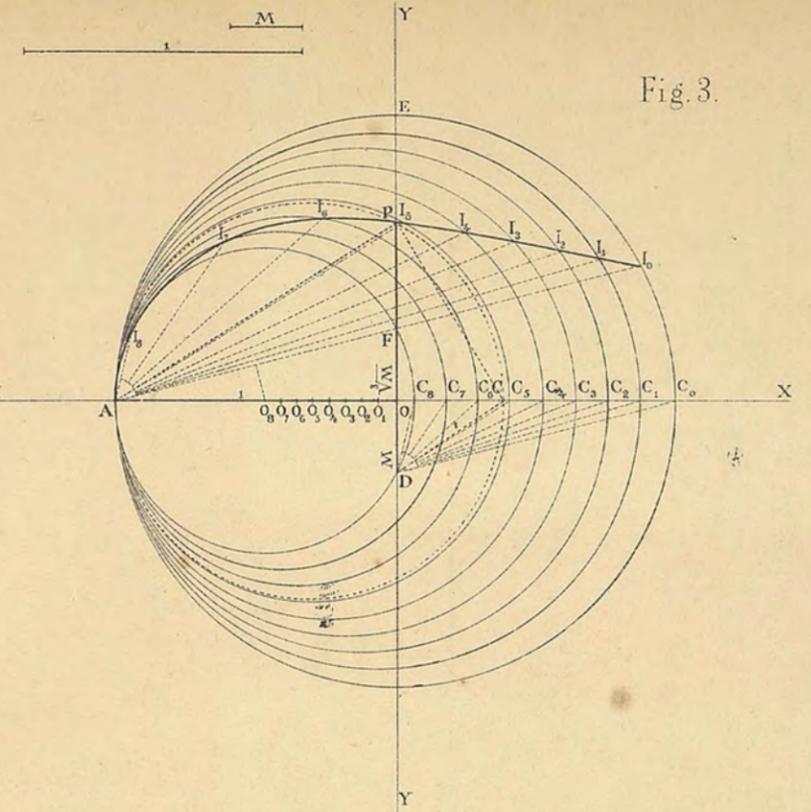


Fig. 3.

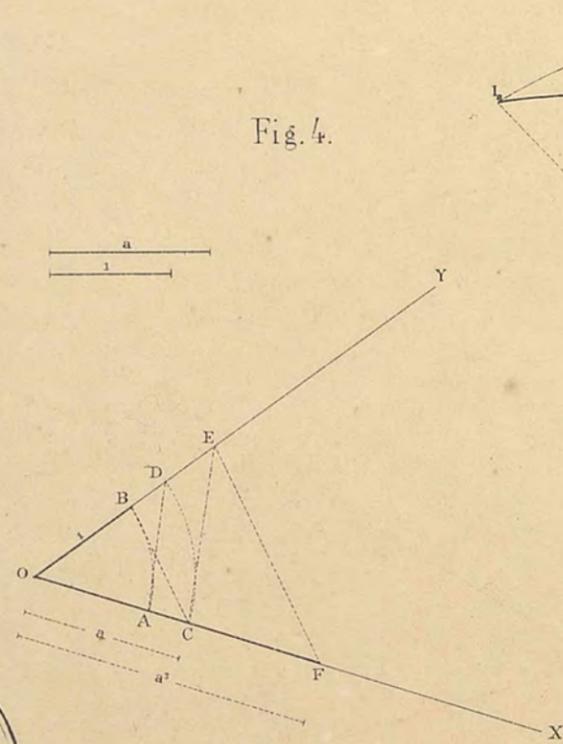


Fig. 4.

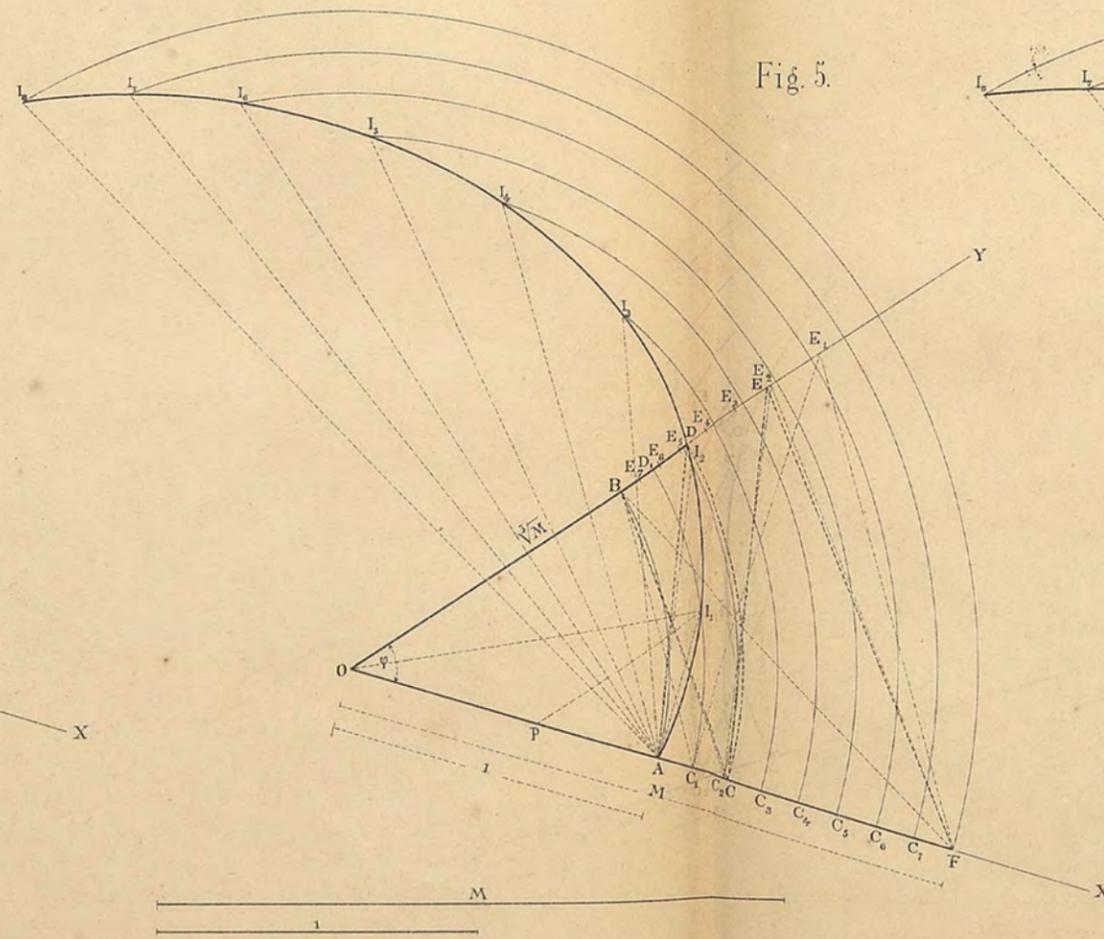


Fig. 5.

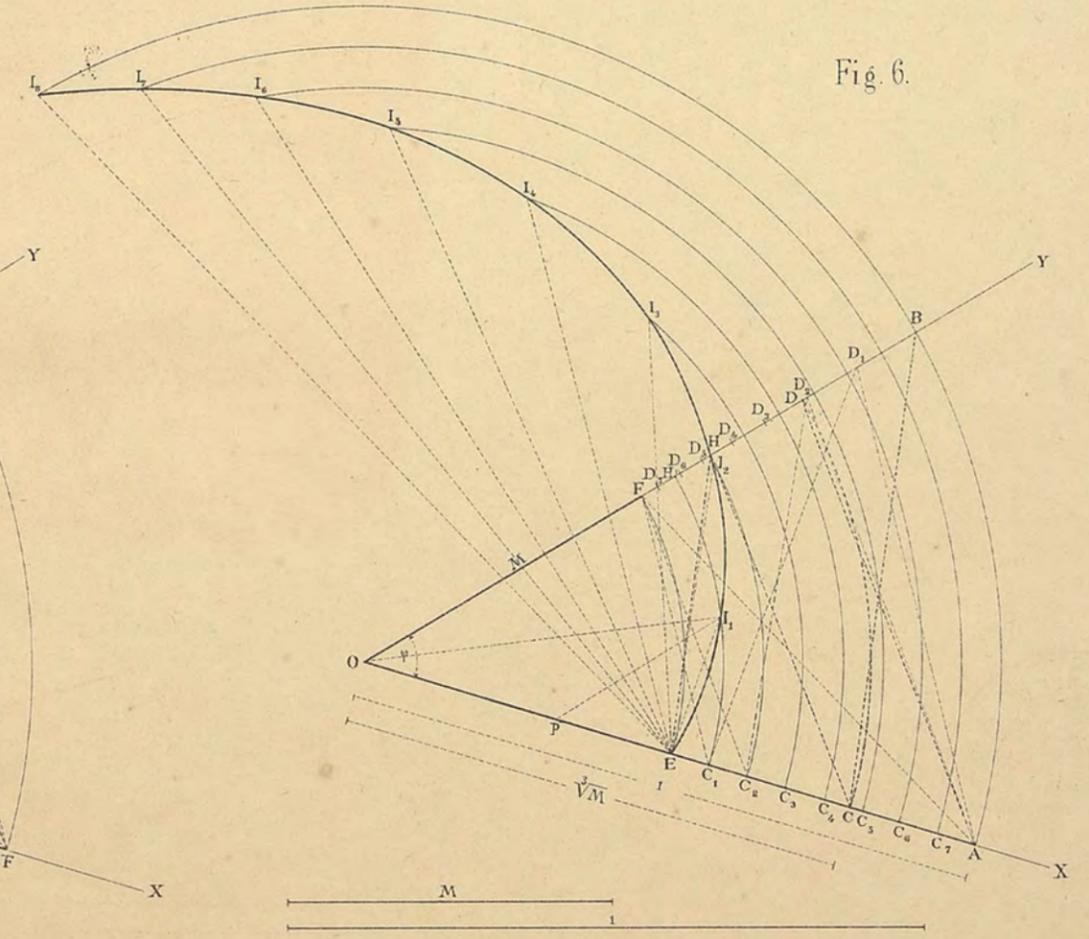
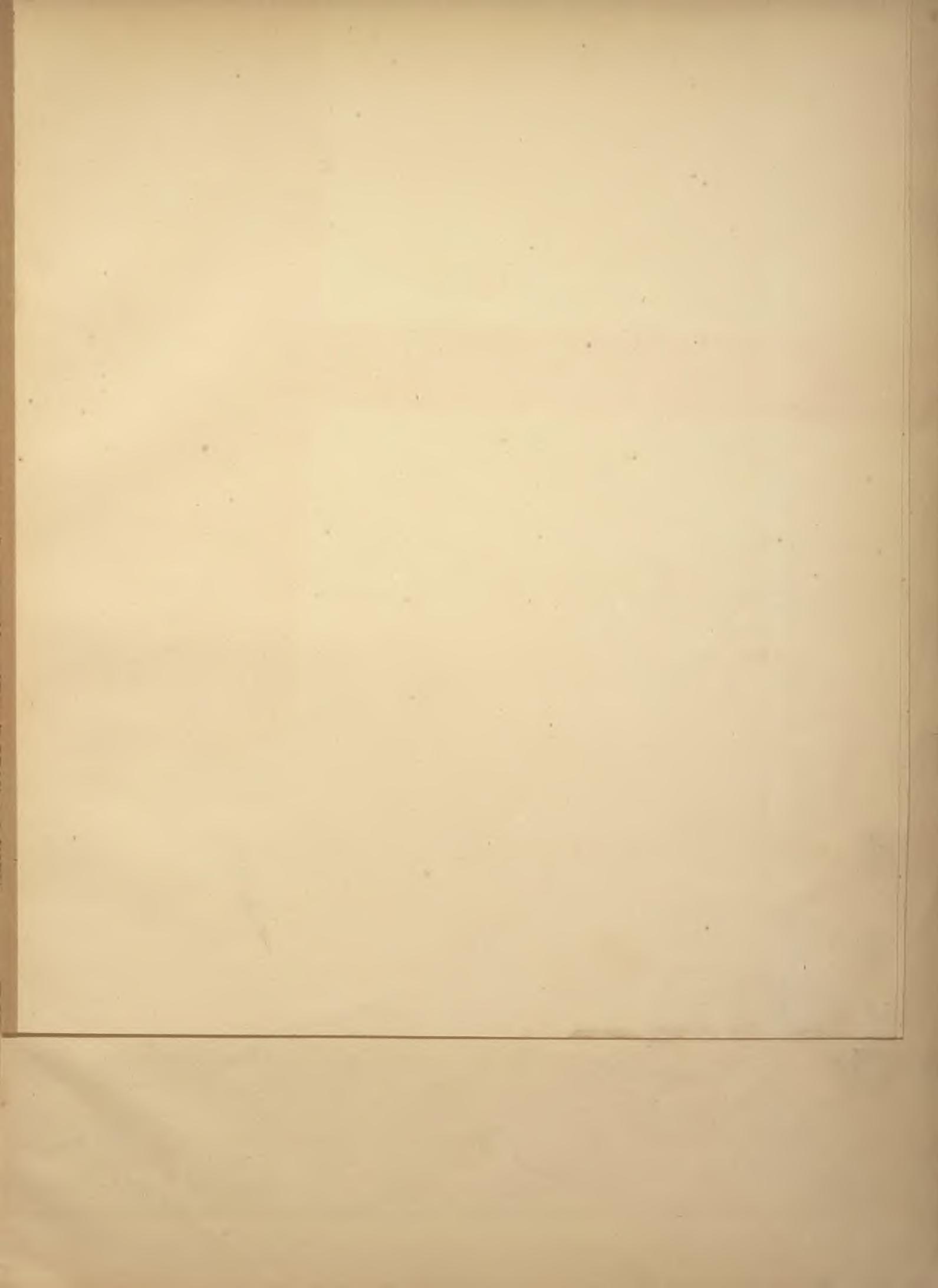
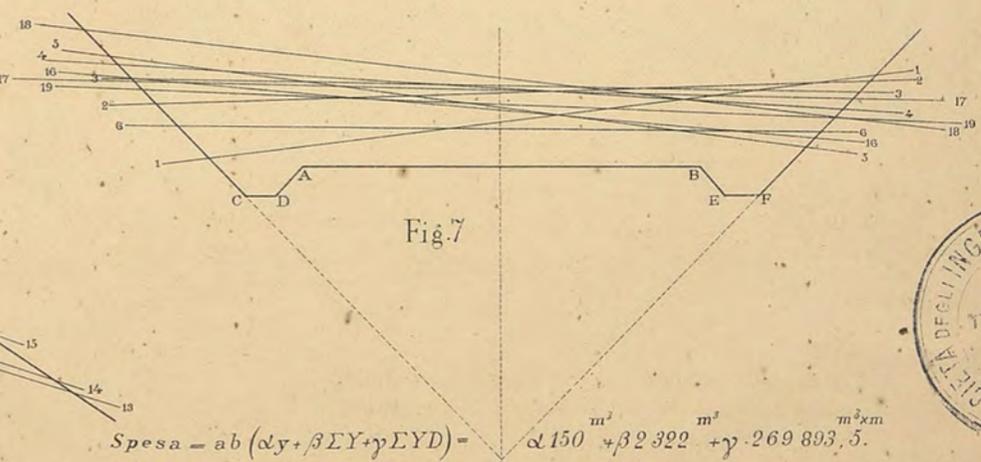
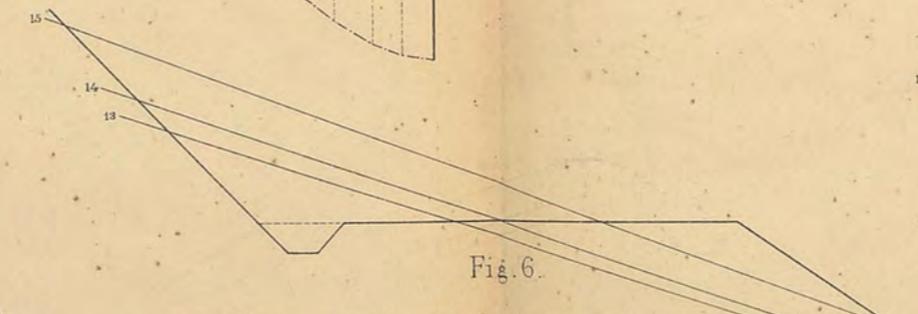
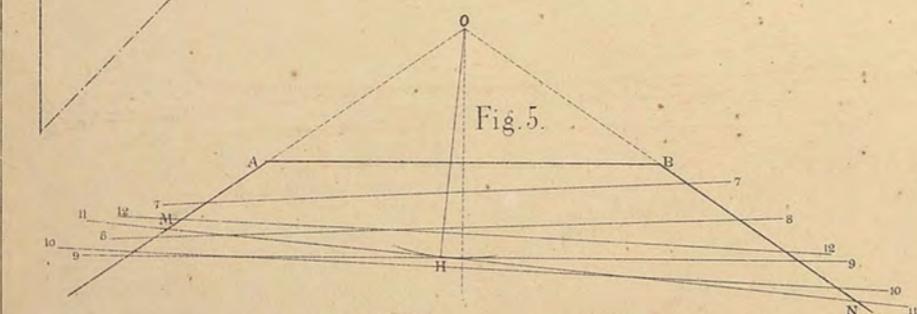
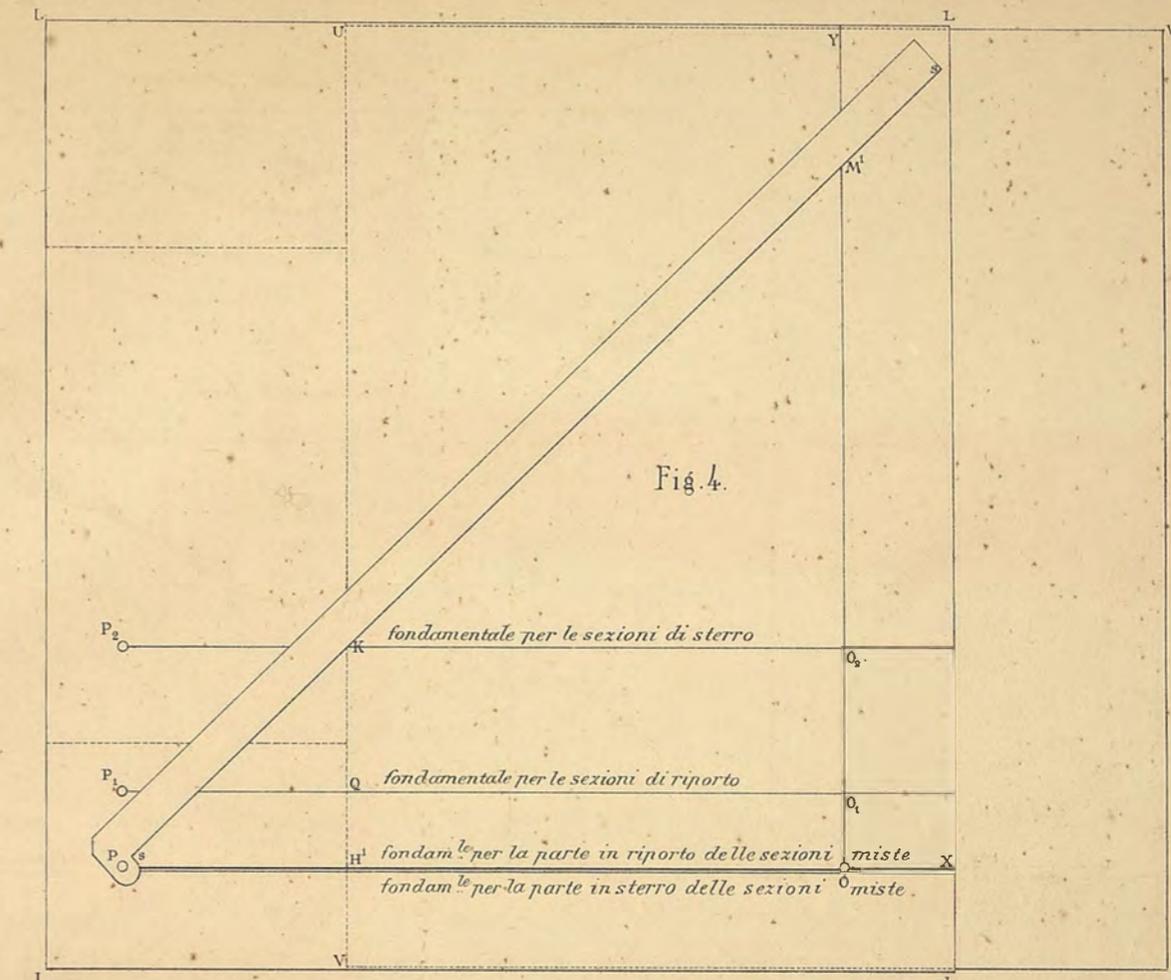
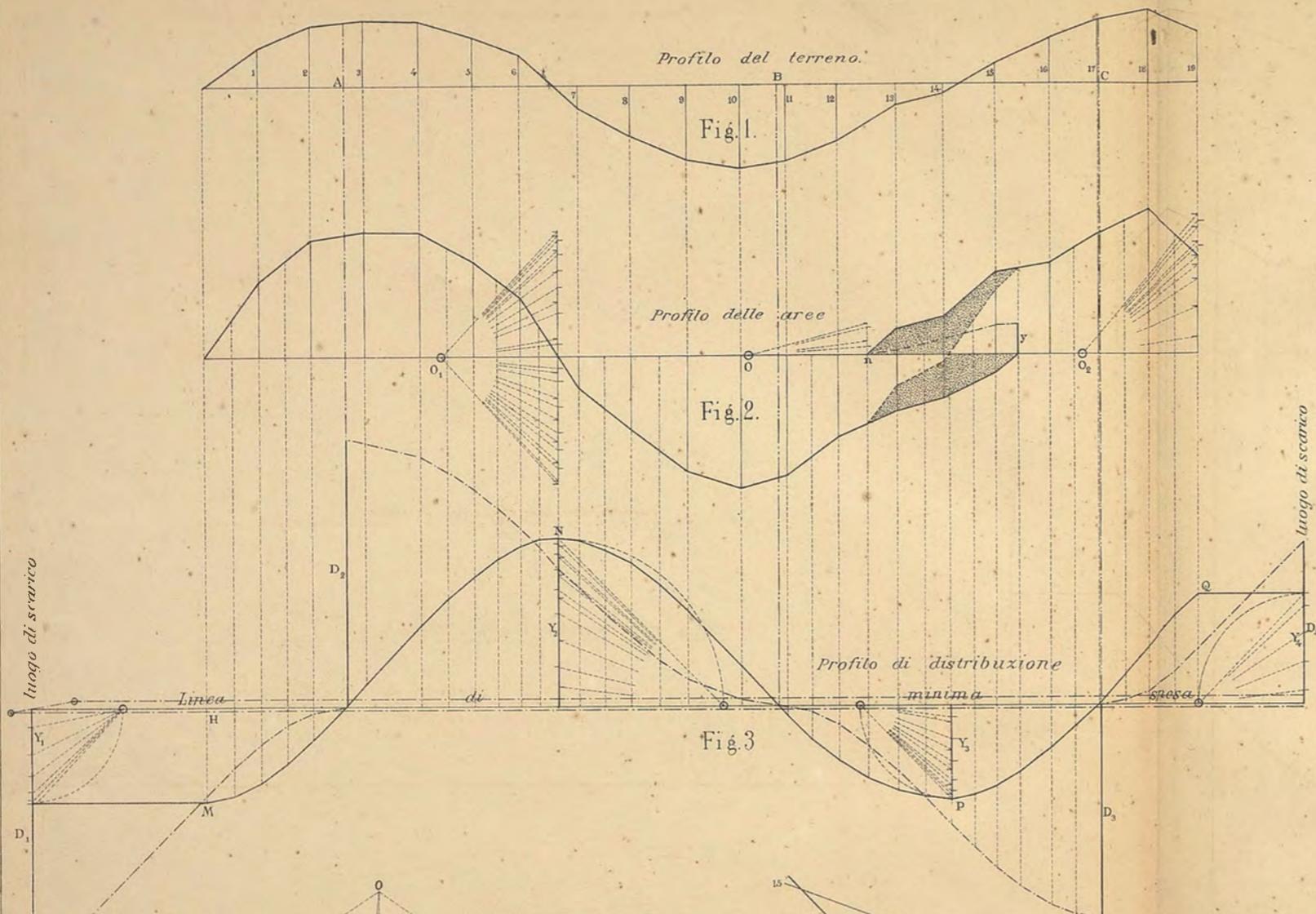


Fig. 6.



Il Segretario Economo
ORLANDO BIGNAMI.





Scala delle lunghezze per le Fig. 1, 2, 3. = 1:3000
 Scala delle altezze per le Fig. 1, 2, 3. = 1:100
 Scala per le Fig. 5, 6, 7. = 1:100

base di riduz. delle sez. $a = 5,00$
 scala = 1:100.
 base di riduz. dei vol. $b = 60,70$
 scala = 1:3000.

$Spesa = ab (\alpha y + \beta EY + \gamma EYD) = \alpha 150 m^2 + \beta 2322 m^2 + \gamma 269893,5 m^2xm$



Il Segretario Economo
ORLANDO BIGNAMI.

