

La resistenza degli involucri cilindrici premuti dall'esterno

Si danno indicazioni sul calcolo degli involucri cilindrici premuti uniformemente dall'esterno. Si incontra questo problema nella costruzione delle caldaie e delle turbine e in numerose altre applicazioni.

1. - In una nota precedente comjjarsa su questa Rassegna (*) ho trattato del calcolo degli involucri cilindrici soggetti ad elevate pressioni interne.

Se la pressione è pure elevata, e quindi lo spessore grande rispetto al raggio, anche agli involucri premuti uniformemente dall'esterno si possono applicare, mutando semplicemente certi segni, le trattazioni allora indicate, con la restrizione, per ciò che si riferisce alle zone eventualmente interessate da fenomeni di plasticità, che tali zone non siano troppo estese rispetto alla parte che resiste elasticamente.

Se invece le pressioni sono moderate, e quindi è relativamente piccolo lo spessore assegnato all'involucro, si manifestano instabilità di forma che mutano radicalmente il problema della resistenza.

La sezione retta dell'involucro assume allora forme lobate ed il numero dei lobi dipende dal rapporto fra il diametro e la distanza di due successivi rinforzi « efficaci », rinforzi cioè tali da garantire la conservazione della forma nella loro sezione (2).

Detto z il numero dei tronchi (pari al doppio dei lobi) ed applicando a ciascuno di essi, per la lunghezza unitaria, la formula di Eulero dei solidi caricati di punta si ha semplicemente per la pressione limite p (s'intende la effettiva, cioè la differenza fra la esterna e la interna) l'espressione:

$$(1) \quad p = \frac{1}{4,8} E z^2 \left(\frac{s}{r}\right)^3$$

in cui s è lo spessore, r il raggio, E il modulo di elasticità.

Posto $E = 2 \cdot 10^6 at$ e $z = 4$ (caso della deformata ovale) si ottiene semplicemente:

$$(2) \quad p = \frac{2}{3} \left(100 \frac{s}{r}\right)^3$$

Formule del tipo:

$$(3) \quad s = K r \sqrt[3]{\frac{p}{E}}$$

sono infatti adottate in varie regolamentazioni, nelle quali al coefficiente K si conferiscono valori maggiori di quelli ricavabili dalla (1).

Il numero z è stato ottenuto sperimentalmente dall'Unwin nel caso dei focolai interni lisci di caldaie cilindriche (costruiti, com'è noto, in acciaio dolce) e può essere dedotto dalla seguente tabella, in cui l è la lunghezza compresa fra due successivi rinforzi efficaci.

(1) N. 5-6, Annata 1948.

(2) Cfr. P. E. BRUNELLI, *Caldaie a vapore* (Vol. III del Corso di Fisica Tecnica), Ed. Giorgio, 1948, pag. 252.

$z = 4$	per $r/l \cong$	$0,03 \div 0,06$
$z = 6$	per $r/l \cong$	$0,06 \div 0,1$
$z = 8 \div 10$	per $r/l \cong$	$0,1 \div 0,2$

La (3) vale finchè fornisce spessori superiori a quelli corrispondenti alla forma cilindrica a sezione circolare, per la quale si rinvia alla nota già citata.

2. - Una trattazione più accurata, valida "per / molto grande è dovuta a M. Levy (3). Assunta ellittica la forma della sezione deformata dell'involucro e detti u il piccolo spostamento radiale dell'eie-

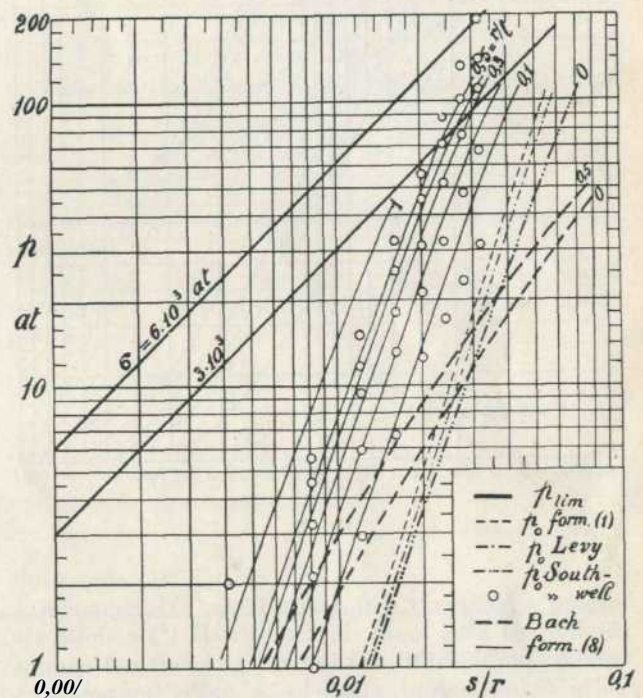


Fig. 1.

mento ds di involucro, m l'inverso del modulo di Poisson, la nota equazione del Boussinesq (4), scritta con le notazioni consuete:

$$(4) \quad \frac{d^2 u}{ds^2} + \frac{u}{R^2} = - \frac{M}{EJ}$$

e opportunamente integrata, fornisce l'espressione:

$$(5) \quad p = \frac{E}{4 \left(1 - \frac{1}{m^2}\right)} \left(\frac{s}{R}\right)^3$$

valida entro i limiti di applicazione della legge di Hooke.

(3) Cfr. Jour. d. Math. pure et Appl., pag. 5, 1884.

(4) Comptes Rendus Ac. Se, Voi. 97, pag. 843, 1883.

Oltre tali limiti e sempre per una sezione deformata a 2 lobi il Southwell (5) giunge con altra trattazione alla formula:

$$(6) \quad p = \frac{s}{R} \frac{\sigma}{1 + 4 \frac{\sigma}{E} \left(\frac{r}{s}\right)^2}$$

in cui σ è la tensione nella fibra compressa che inizia il cedimento.

La (6) dà in ogni caso valori minori di quello limite σ (s/R). Per piccole lunghezze d'involucro, e quindi per forme lobate meno semplici le trat-

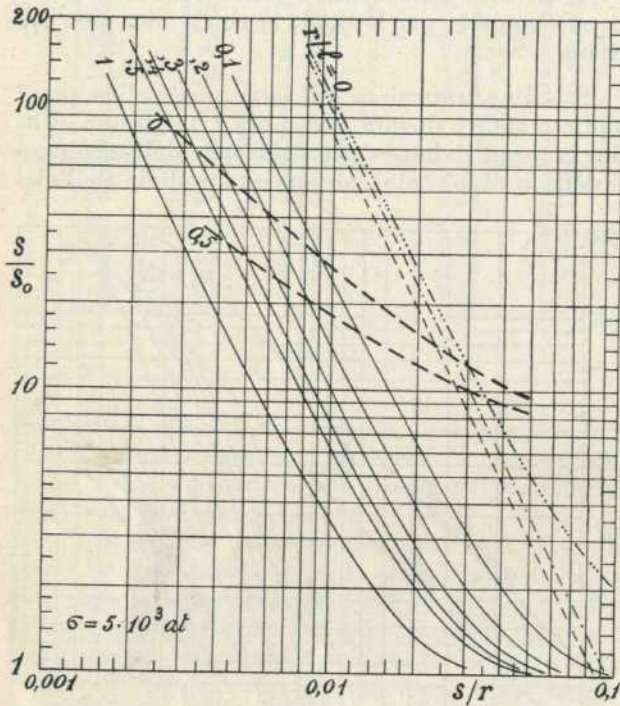


Fig. 2.

tazioni divengono più complicate. Al riguardo i risultati di altri studi del Southwell (6) e delle ricerche sperimentali del Cook (7), validi nel campo delle deformazioni elastiche e delle temperature ordinarie, sono compendiate nella seguente tabella:

Pressioni limiti (in atm) per involucri d'acciaio premuti dall'esterno.

s/R =	0,004	0,008	0,012	0,016	0,020	0,024	0,028	0,032
r/l = 0,1	0,18	1,0	2,9	6,6	12,3	17	23	31
	0,2	0,37	2,1	5,9	13	21	32	47
	0,3	0,56	3,2	9,3	18	31	51	76
	0,4	0,76	4,5	11,6	25	45	70	101
	0,5	0,97	5,5	15	32	55	87	132
	1,0	2,0	—	—	—	—	—	—
	1,20	4,2	—	—	—	—	—	—

(5) Phil. Mag., pag. 67, 1915.

(6) Phil. Mag., pag. 503, 1913.

(7) Phil. Mag., pag. 51, 1914. Si veda pure il noto trattato di S. Timoshenko, « Applied Elasticity », Londra, pag. 247, 1928.

Tali valori non sono, a rigore, coerenti fra loro perchè riferiti ad acciai di vario tipo. Essi tuttavia obbediscono con sufficiente approssimazione alla formula empirica:

$$(7) \quad p \sim 19 \left(\frac{R}{l}\right) \left(100 \frac{s}{R}\right)^{2,5}$$

La fig. 1, disegnata su assi logaritmici, serve bene al confronto delle varie soluzioni. Dividendo le ordinate per E si otterrebbe un grafico tutto riferito a parametri adimensionali, ma si è preferito mettere in evidenza i valori delle pressioni critiche.

Sulla figura si trova segnata in particolare, per $\sigma = 6 \cdot 10^3$ at, la linea corrispondente al valore limite $p_{lim} = \sigma$ (s/R), con la quale praticamente coincide, data la piccolezza relativa degli spessori in esame, la curva corrispondente al criterio del Beltrami, a cui si è fatto cenno nella nota precedente.

È pure segnata per $z=4$ sia la linea corrispondente alla formula (1), sia quella che risponde alla nota formula del Bach per i forni di caldaie

$$(8) \quad s = \frac{pr}{26} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{a}{p} \frac{1}{1 + 2r/l}} \right]$$

nella quale al coefficiente a è stato assegnato il valore 100, che compete ai cilindri orizzontali.

Le linee corrispondenti alle formule del Levy e del Southwell sono in buon accordo fra loro entro il campo finora esaminato. La linea del Southwell si incurva poi per valori crescenti di s/r , tendendo al limite già ricordato. Assumendo questa linea come valida per un campo più esteso del precedente e contrassegnando i valori ad essa relativi con l'indice σ , si può adottare in prima approssimazione la seguente formula empirica:

$$(9) \quad \frac{p}{p_0} - 1 = \left(\frac{p_{lim}}{p_0} - 1\right) \left\{ 1 - \exp \left[-1,3 \frac{r}{l} \left(\frac{p_{lim}}{100}\right)^2 \right] \right\}$$

Per agevolare i confronti con la nota precedente i risultati di queste relazioni sono stati riportati anche in fig. 2, essendo $s_0 = rp/\sigma$ ed avendo posto $\sigma = 5 \cdot 10^3$ at.

3. - Queste formule, o i grafici, servono a risolvere anche il problema inverso al precedente, quello cioè di determinare lo spessore quando è nota la pressione alla quale l'involucro deve normalmente resistere. Basterà moltiplicare tale pressione per un opportuno fattore di sicurezza e cercare il valore di s che vi corrisponde.

Ad es. per $p = 10$ at, $r/l = 0,1$, posto uguale a 5 il fattore di sicurezza, dalla fig. 1 si ha $s/r \sim 0,03$ e dalla fig. 2, $s/s_0 \sim 3$. Se $r = 300$ mm risulta così $s = 9$ mm. La (8) applicata nel modo consueto, cioè riducendo a per l'acciaio dolce a $0,7 \cdot 10^3$ e ponendo $p = 10$, fornisce pressochè lo stesso risultato.

Cesare Codegone

Politecnico di Torino - Istituto di fisica tecnica.