

3) Il successo, cioè la costanza dell'aspetto e dell'efficacia protettiva della verniciatura, si basa sulla scelta giudiziosa dei metodi di prova e sull'estensione di questi a tutte le partite di prodotti vernicianti.

4) Su tutte le prove sovrasta per l'importanza agli effetti della durata, la prova di invecchiamento artificiale. I dispositivi di Laboratorio creati recentemente dall'industria americana di apparecchi scientifici, se giudiziosamente correlate con prove

significative di esposizione atmosferica, permettono di fare delle previsioni molto vicine alla realtà sul comportamento delle carrozzerie verniciate.

C. F. Bona

L'autore desidera qui esprimere la sua riconoscenza ai suoi diretti collaboratori Sigg. Italo Ferraro e Dr. Claudio Noris per l'assistenza datagli nella compilazione di questo articolo: il primo ha curato il capitolo sui processi applicativi, il secondo la rassegna della chimica delle resine sintetiche e il capitolo sulle prove di Laboratorio.

Perfezionamento nel calcolo delle vibrazioni torsionali dei motori termici

Si espone un metodo per il calcolo delle curve di vibrazione forzata dei sistemi anche complessi, quali si incontrano nei calcoli pratici.

Premessa.

Nelle note che seguono non si intende di introdurre concetti nuovi per il calcolo delle vibrazioni torsionali, ma bensì di informare sulla messa a punto di un sistema di calcolo che permette di ottenere abbastanza rapidamente la risposta di un sistema torsionale anche complesso soggetto ad una serie estesa di coppie eccitrici, in tutto il campo di variazione di frequenza di queste ultime. (Come è noto in pratica questo schema corrisponde ad un motore termico a stantuffi).

Nell'appendice è riportato il risultato di un calcolo eseguito con il sistema proposto.

Note generali.

Le difficoltà pratiche incontrate nella calcolazione delle ampiezze di oscillazione di sistemi complessi in vibrazione forzata hanno portato sia nel campo di impostazione del progetto, sia nel campo sperimentale, a ricorrere a metodi più sbrigativi ben noti il cui schema è normalmente il seguente:

1) riduzione del sistema oscillante reale ad uno schema costituito da barre di torsione colleganti volani di data inerzia;

2) calcolo delle frequenze proprie del sistema così ottenuto con uno dei soliti metodi (normalmente il metodo dei resti) e determinazione delle deformate elastiche per i particolari valori delle pulsazioni delle frequenze proprie;

3) determinazione delle armoniche critiche di risonanza nel campo di impiego del motore;

4) definizione delle caratteristiche delle coppie eccitrici e delle coppie smorzanti del sistema e relativo calcolo delle ampiezze di oscillazione per le andature di risonanza, scrivendo il bilancio tra energie introdotte ed energie dissipate;

5) deduzione delle sollecitazioni di torsione nelle condizioni di risonanza.

Nel campo sperimentale conoscendo l'andamento delle ampiezze di vibrazione forzata si estende il calcolo delle sollecitazioni fuori dei regimi di risonanza ammettendo che la deformata rimanga

simile a quella di risonanza, e che quindi le sollecitazioni siano proporzionali all'ampiezza.

Questo sistema di calcolo presenta i seguenti inconvenienti principali:

1) Qualora occorra determinare almeno due frequenze proprie si devono calcolare molte deformate elastiche per vari valori della pulsazione per poter avere la possibilità di tracciare la curva dei resti con sufficiente approssimazione (quindi calcolo abbastanza laborioso con deduzione di molte deformate non più utilizzato nei calcoli successivi);

2) Quando la frequenza propria è abbastanza alta (caso di motori veloci) nel campo di impiego del motore i regimi critici pericolosi si seguono a brevi intervalli di giri e quindi l'ampiezza in vibrazione forzata dovuta ad una data armonica è ancora forte in corrispondenza del regime critico successivo. In sede di progetto non conoscendo l'ampiezza della vibrazione forzata si può essere portati a valutare sollecitazioni totali notevolmente inferiori alla realtà;

3) In sede sperimentale, nei casi indicati nella voce precedente il calcolo della sollecitazione residua ammettendo che la deformata elastica resti simile porta a risultati errati anche notevoli in quanto le deformate mutano assai rapidamente al variare della pulsazione eccittrice;

4) Per il computo delle sollecitazioni totali occorre eseguire un ulteriore lavoro di calcolo per aggiungere alla coppia d'inerzia le coppie dei gas e dello smorzamento.

Impostazione del calcolo.

Poiché indicazioni diffuse sull'impostazione di un calcolo che permetta di ricavare le curve di vibrazione forzata di un sistema elastico complesso sotto l'azione di un numero determinato di coppie eccitrici non sono facilmente reperibili riteniamo opportuno segnalare un sistema che è stato ormai applicato in molti casi in sede teorica con successivi controlli sperimentali con risultati assai soddisfacenti.

Ammetteremo che il lettore conosca tutto il procedimento di preparazione del calcolo normale relativo alle vibrazioni torsionali di un motore a combustione interna e ci limitiamo perciò a trattare il caso generale in cui:

a) tutte le coppie eccitrici sono rappresentate da funzioni sinusoidali di data pulsazione ω_e

b) la pulsazione ω_e può variare da 0 a ∞ restando ben inteso che il campo da esplorare sarà limitato quando sia definito il campo di funzionamento del motore, esistendo una relazione lineare tra ω_e di una data armonica ed i giri del motore

c) lo smorzamento interno del materiale costituente l'albero motore è trascurabile. Si prenderà in considerazione solo lo smorzamento dovuto agli attriti creati dal moto relativo dei volani rispetto al basamento, cioè in definitiva dal moto assoluto dei singoli volani.

Ciò premesso consideriamo (ved. fig. 1) il sistema costituito da una linea di n volani J collegati da $n-1$ barre di rigidità R su cui agiscono n coppie C_e di data pulsazione ω_e e n coppie smorzanti C_s , caratterizzate queste ultime dal fatto di risultare proporzionali alla velocità assoluta del volano interessato. Diamo come dimostrato che, esclusi eventuali periodi transitori iniziali, a regime tutti i volani del sistema eseguono moti armonici di pulsazione ω_e di ampiezza variabile da volano a volano.

Assumendo come inizio dei tempi l'istante in cui la coppia sul volano d'estremità di sinistra (e generalmente la prima coppia che si incontra partendo da sinistra) raggiunge il valore massimo positivo possiamo scrivere quanto segue:

Momenti d'inerzia.

Saranno contraddistinti dalla sigla numerica con inizio numerazione partendo da sinistra quindi avremo:

$$J_1, J_2, J_3, \dots, J_{n-1}, J_n$$

Barre di torsione.

Vale la stessa numerazione, quindi le campate saranno indicate nel modo seguente:

$$R_1, R_2, R_3, \dots, R_{n-1}$$

Ampiezza di oscillazione.

Con la stessa numerazione il valore generico dell'ampiezza sarà dato da:

$$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_{n-1}, \varphi_n$$

simboli che tenendo conto di quanto premesso sul moto dei volani si trasformeranno in:

$$\varphi_1 = h_1' \cos \omega_e t + h_1'' \sin \omega_e t$$

$$\varphi_2 = h_2' \cos \omega_e t + h_2'' \sin \omega_e t$$

$$\varphi_n = h_n' \cos \omega_e t + h_n'' \sin \omega_e t$$

Coppie eccitrici.

Sempre numerando da sinistra porremo:

$$C_{e1} = C \cos \omega_e t$$

$$C_{e2} = C [K_2' \cos \omega_e t + K_2'' \sin \omega_e t]$$

$$C_{en} = C [K_n' \cos \omega_e t + K_n'' \sin \omega_e t]$$

Coppie smorzanti.

Posto che la coppia smorzante possa essere rappresentata da una formula del genere $C_s = -a \frac{d\varphi}{dt}$ si avrà

$$C_{s1} = a_1 \omega_e [h_1' \sin \omega_e t - h_1'' \cos \omega_e t]$$

$$C_{sn} = a_n \omega_e [h_n' \sin \omega_e t - h_n'' \cos \omega_e t]$$

è noto che si possono scrivere $n-1$ relazioni di equilibrio per le $n-1$ campate, più una equazione riassuntiva di equilibrio di tutte le coppie d'inerzia ed esterne agenti sul sistema.

Se nelle equazioni differenziali al posto dei termini generici φ_i si sostituisce la soluzione particolare da noi indicata il sistema risolutivo si trasforma in un sistema a $2(n)$ equazioni nelle incognite h_i', h_i'' equazioni che si ottengono imponendo che in ogni istante i coefficienti di $\sin \omega_e t$ e di $\cos \omega_e t$ sono nulli. Le prime $2(n-1)$ equazioni ricavabili dalle equazioni di equilibrio delle $n-1$ campate risultano:

$$(1) \left[\begin{array}{l} \text{volano 1} \left\{ \begin{array}{l} h_1' \\ \text{valori incogniti} \\ h_1'' \end{array} \right. \\ \text{volano 2} \left\{ \begin{array}{l} h_2' = h_1' - \frac{J_1 \omega_e^2 h_1'}{R_1} + \frac{a_1 \omega_e h_1''}{R_1} - \frac{C}{R_1} \\ h_2'' = h_1'' - \frac{J_1 \omega_e^2 h_1''}{R_1} - \frac{a_1 \omega_e h_1'}{R_1} \\ h_n' = h_{n-1}' - \\ - \frac{\omega_e^2}{R_{n-1}} [J_1 h_1' + J_2 h_2' + \dots + J_{n-1} h_{n-1}'] + \\ + \frac{\omega_e}{R_{n-1}} [a_1 h_1'' + a_2 h_2'' + \dots + a_{n-1} h_{n-1}''] - \\ - \frac{C}{R_{n-1}} [1 + K_2' + K_3' + \dots + K_{n-1}'] \\ \text{volano n} \left\{ \begin{array}{l} h_n'' = h_{n-1}'' - \\ - \frac{\omega_e^2}{R_{n-1}} [J_1 h_1'' + J_2 h_2'' + \dots + J_{n-1} h_{n-1}''] - \\ - \frac{\omega_e}{R_{n-1}} [a_1 h_1' + a_2 h_2' + \dots + a_{n-1} h_{n-1}'] - \\ - \frac{C}{R_{n-1}} [K_2'' + K_3'' + \dots + K_{n-1}''] \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Dalle formule (1) risulta che, ammessi noti i valori di h_1' e h_1'' , i valori dei coefficienti di ampiezza dei volani successivi si possono ricavare in cascata, ottenendosi con semplici relazioni lineari, i valori dei coefficienti di un dato volano quando siano noti i coefficienti di tutti i precedenti.

Anzi se si sviluppano le formule e si esprime tutto in funzione di h_1', h_1'' si ricava che i coeffi-

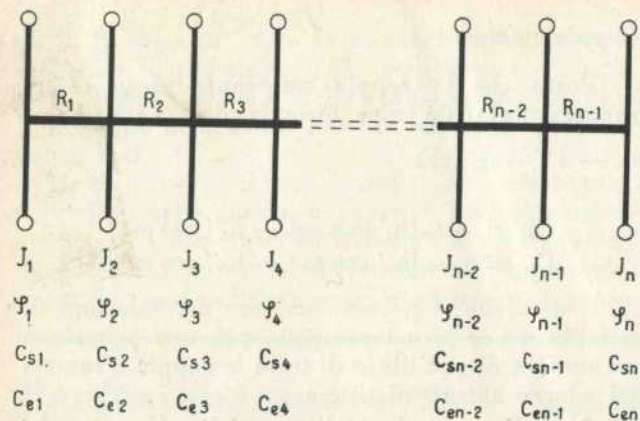


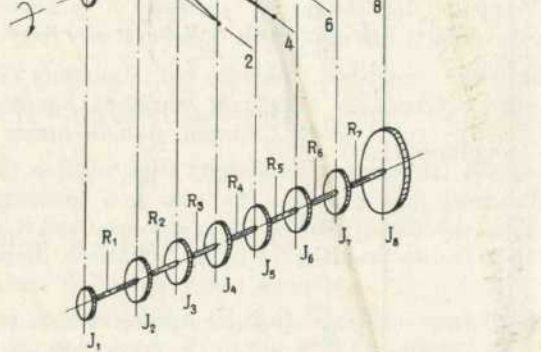
Fig. 1.

cienti di una campata generica sono dati dalle relazioni seguenti:

$$(2) \begin{cases} h_1' = A_1 h_1' + B_1 h_1'' - D_1 C \\ h_1'' = A_1'' h_1' + B_1'' h_1'' - D_1'' C \end{cases}$$

Cioè le ampiezze di oscillazione sono funzione lineare delle ampiezze del volano base e delle coppie eccitatrici.

Scriviamo ora le ultime due equazioni ricavate dall'equazione di equilibrio delle coppie esterne ed interne:



Ordine d'iniezione : 1-4-7-12-3-6-11-10-5-2-9-8

Componenti armoniche eccitatrici	Armonica	Simbolo	Volano						
			J ₂	J ₃	J ₄	J ₅	J ₆	J ₇	
9°	termine in seno	K ₉ ''	1	1	1	-1	-1	-1	
	termine in coseno	K ₉ '	-1	-1	-1	1	1	1	
12°	termine in seno	K ₁₂ '	2	2	2	2	2	2	
	termine in coseno	K ₁₂ ''	0	0	0	0	0	0	

$$(3) \begin{cases} \omega_e^2 [J_1 h_1' + J_2 h_2' + J_3 h_3' + \dots + J_n h_n'] + \\ + C [1 + K_1' + K_2' + K_3' + \dots + K_n'] - \omega_e [a_1 h_1'' + \dots + a_n h_n''] = 0 \\ \omega_e^2 [J_1 h_1'' + J_2 h_2'' + \dots + J_n h_n''] + \\ + C [K_2'' + K_3'' + \dots + K_n''] + \\ + \omega_e [a_1 h_1' + a_2 h_2' + \dots + a_n h_n'] = 0 \end{cases}$$

Utilizzando le relazioni (1) per sostituirle nelle (3) esprimendo tutto in funzione di h_1' e h_1'' si ottengono le equazioni risolutive seguenti:

$$(4) \begin{cases} A' h_1' + B' h_1'' - D' C \\ A'' h_1'' + B'' h_1' - D'' C \end{cases}$$

Cioè risulta che h_1' e h_1'' sono direttamente proporzionali alla coppia eccitatrice C.

Questa conclusione facilita il calcolo nel modo seguente. Si ammetta che la componente in $\cos \omega_e t$ del primo volano sia uguale all'unità e si assumano come incognite l'ampiezza in $\sin \omega_e t$, h_1'' ed il valore della coppia C.

Per sostituzione utilizzando le formule (1) si troveranno i valori delle varie ampiezze che saranno tutti caratterizzati dal fatto di essere funzione solo di h_1' e di C. Sostituendo nelle equazioni finali (4) e risolvendo il sistema si otterrà quindi:

— il valore della coppia C_x necessaria per ottenere l'ampiezza unitaria sul volano 1 per il termine in $\cos \omega_e t$.

— il valore che assume per tali condizioni l'ampiezza in " h_1'' ".

Però il valore effettivo della coppia C è noto e quindi in base alle leggi di proporzionalità tra ampiezze e coppie le ampiezze effettive del volano 1 saranno

$$(5) \begin{cases} h_1' = 1 \frac{C}{C_x} \\ h_1'' = h_x' \frac{C}{C_x} \end{cases}$$

Riprendendo allora le formule (1) si possono alla fine ottenere i valori effettivi delle ampiezze utilizzando i valori esatti di h_1' e h_1'' e di C.

Eseguendo infine il calcolo per vari valori di ω_e si ricaverà la curva di risonanza e quindi i valori delle sollecitazioni nei vari punti dell'albero motore. Poiché in pratica i sistemi oscillanti non muniti di particolari smorzatori non posseggono fattori di smorzamento molto forti risulta che:

- 1) la risonanza con smorzamento e la risonanza senza smorzamento si verificano praticamente per lo stesso valore della pulsazione ω_e .
- 2) il passaggio di fase da $+0$ a $-\pi$ avviene in un breve intervallo attorno al valore della pulsazione di risonanza ω_e .
- 3) la curva di risonanza con smorzamento coincide praticamente, all'infuori di un breve tratto

nell'intorno della ω_e di risonanza, con quella senza smorzamento.

Tali conclusioni permettono di semplificare ulteriormente il procedimento. Nelle formule risolutive (1) si porrà $a = 0$ e si ricaveranno i valori delle ampiezze. Per il valore ω_e per cui $C_x = 0$ per ottenere $h_1' = 1$ si ricalcherà la deformata tenendo conto dello smorzamento a. Si raccorderà infine il punto così stabilito con i due rami della curva senza smorzamento.

Nell'appendice sono state riportate per esteso le formule risolutive ed i risultati di un calcolo eseguito su un motore a 12 cilindri contrapposti Diesel per la 9^a e la 12^a armonica. Su tale motore sono stati eseguiti accurati rilievi sperimentali che hanno permesso di ricavare le curve di risonanza forzata per le due armoniche considerate in modo assai preciso. Quindi i dati di confronto sono notevolmente interessanti.

Appendice.

a) Formule risolutive nel caso di smorzamento

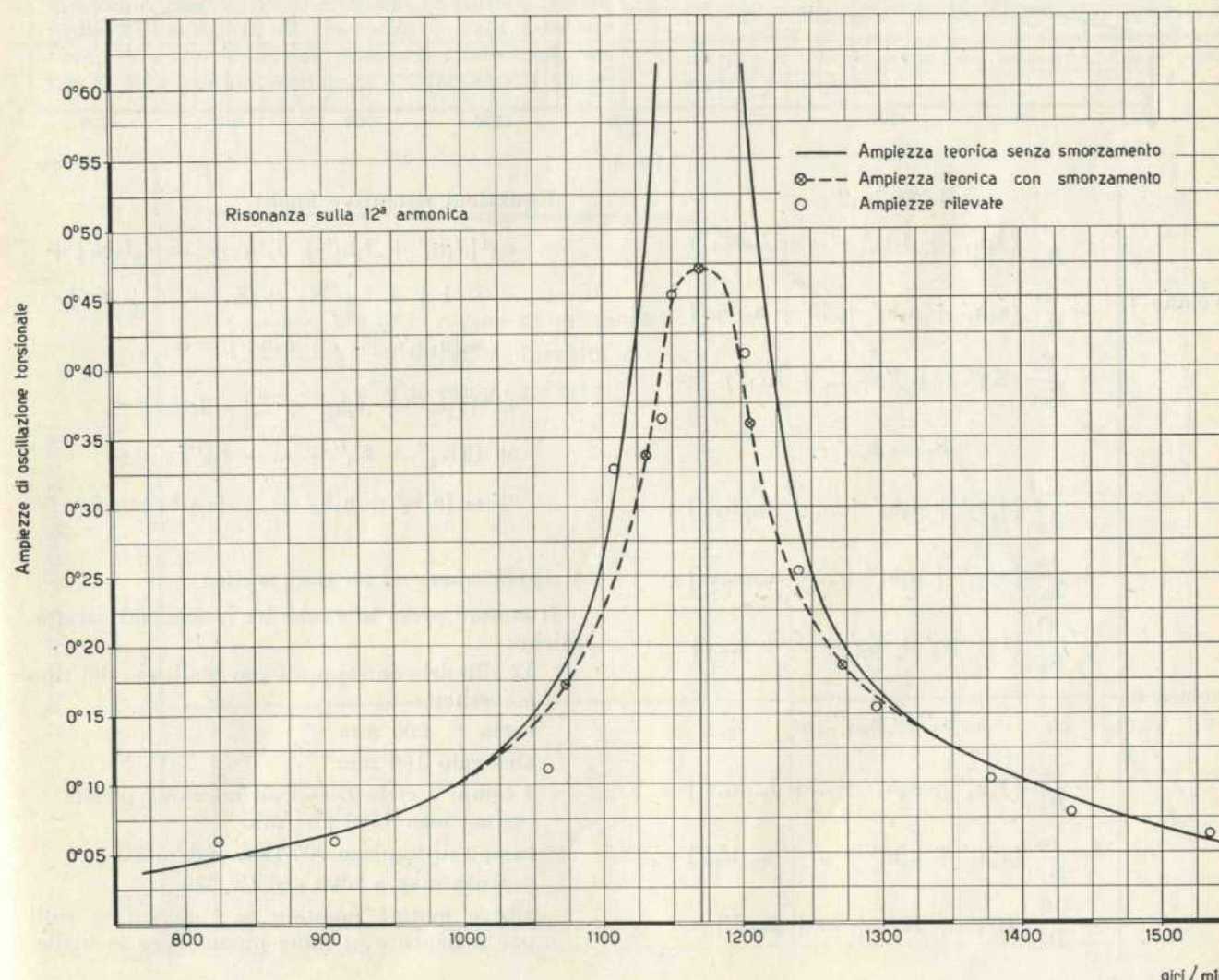
Per i simboli vedere quelli riportati nella trattazione precedente. Assumere come incogniti i valori della componente di ampiezza del volano 1

$$\text{volano 1} \begin{cases} h_1' \\ h_1'' \end{cases} \text{ valori incogniti}$$

$$\text{volano 2} \begin{cases} h_2' = h_1' - \frac{J_1 \omega_e^2 h_1'}{R_1} + \frac{a_1 \omega_e h_1''}{R_1} - \frac{C}{R_1} \\ h_2'' = h_1'' - \frac{J_1 \omega_e^2 h_1''}{R_1} - \frac{a_1 \omega_e h_1'}{R_1} \end{cases}$$

$$\text{volano } i \begin{cases} h_i' = h_{i-1}' - \\ - \frac{\omega_e^2}{R_{i-1}} (J_1 h_1' + J_2 h_2' + \dots + J_{i-1} h_{i-1}') + \\ + \frac{\omega_e}{R_{i-1}} (a_1 h_1'' + a_2 h_2'' + \dots + a_{i-1} h_{i-1}'') - \\ - \frac{C}{R_{i-1}} (1 + K_2' + K_3' + \dots + K_{i-1}') \end{cases}$$

Fig. 3.



giri/min

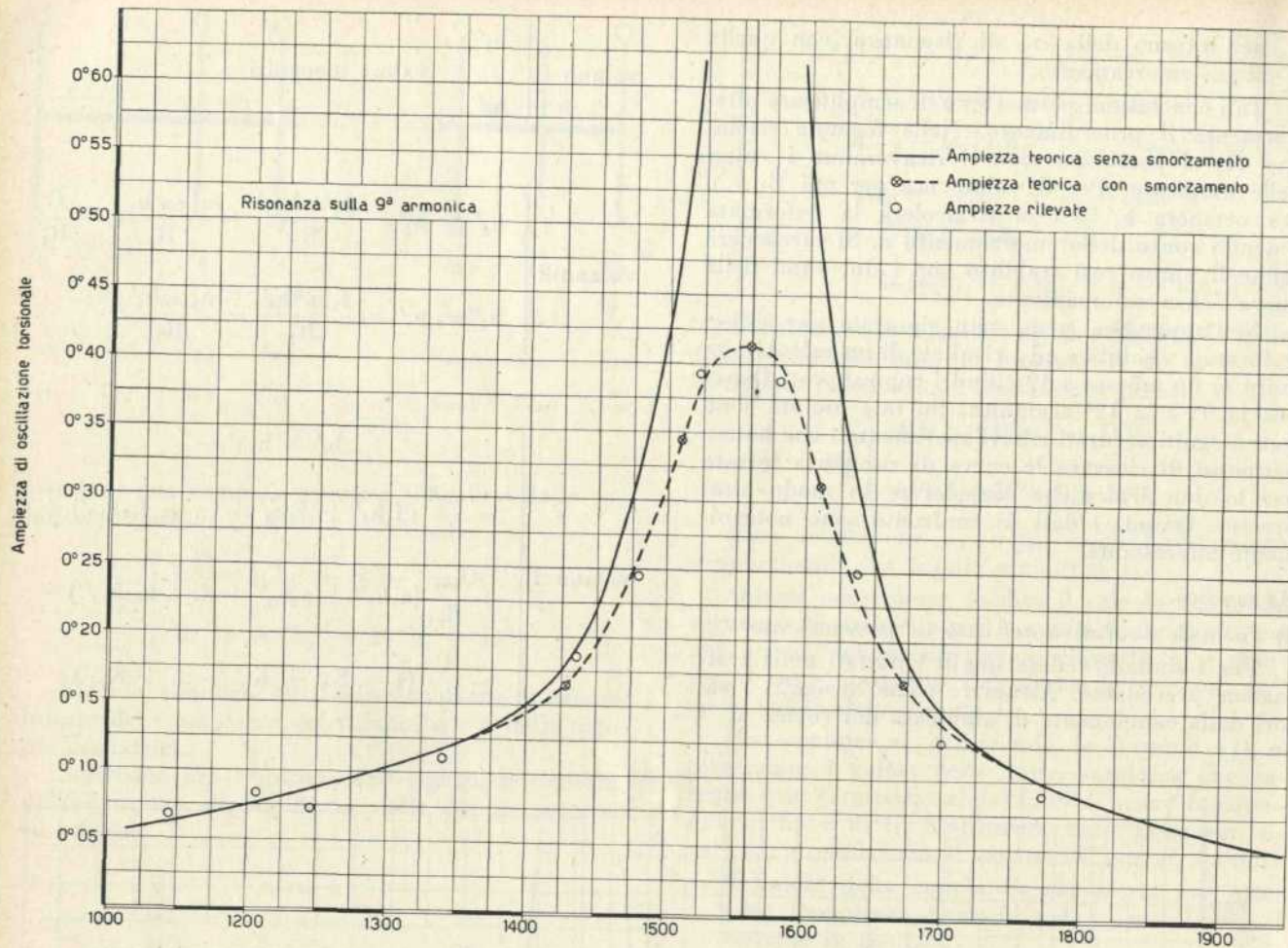


Fig. 4.

$$\begin{aligned}
 & h_i'' = h_{i-1}'' - \\
 & - \frac{\omega_e^2}{R_{i-1}} (J_1 h_1'' + J_2 h_2'' + \dots + J_{i-1} h_{i-1}'') - \\
 & - \frac{\omega_e}{R_{i-1}} (a_1 h_1' + a_2 h_2' + \dots + a_{i-1} h_{i-1}') - \\
 & - \frac{C}{R_{i-1}} (K_2'' + K_3'' + \dots + K_{i-1}'') \\
 \\
 & h_n' = h_{n-1}' - \\
 & - \frac{\omega_e^2}{R_{n-1}} [J_1 h_1' + J_2 h_2' + \dots + J_{n-1} h_{n-1}'] + \\
 & + \frac{\omega_e}{R_{n-1}} [a_1 h_1'' + a_2 h_2'' + \dots + a_{n-1} h_{n-1}''] - \\
 & - \frac{C}{R_{n-1}} [1 + K_2' + K_3' + \dots + K_{n-1}'] \\
 \\
 & h_n'' = h_{n-1}'' - \\
 & - \frac{\omega_e^2}{R_{n-1}} [J_1 h_1'' + J_2 h_2'' + \dots + J_{n-1} h_{n-1}''] - \\
 & - \frac{\omega_e}{R_{n-1}} [a_1 h_1' + a_2 h_2' + \dots + a_{n-1} h_{n-1}'] - \\
 & - \frac{C}{R_{n-1}} [K_2'' + K_3'' + \dots + K_{n-1}'']
 \end{aligned}$$

Equazioni risolutive finali:

$$\begin{aligned}
 & \omega_e^2 [J_1 h_1' + J_2 h_2' + J_3 h_3' + \dots + J_n h_n'] + \\
 & + C [1 + K_1' + K_2' + K_3' + \dots + K_n'] - \\
 & - \omega_e [a_1 h_1'' + \dots + a_n h_n''] = 0 \\
 \\
 & \omega_e^2 [J_1 h_1'' + J_2 h_2'' + \dots + J_n h_n''] + \\
 & + C [K_2'' + K_3'' + \dots + K_n''] + \\
 & + \omega_e [a_1 h_1' + a_2 h_2' + \dots + a_n h_n'] = 0
 \end{aligned}$$

b) Applicazione ad un caso pratico

Il motore preso in esame ha le seguenti caratteristiche:

- 12 cilindri contrapposti con biellismo del tipo a forchetta
- corsa 200 mm
- alesaggio 160 mm
- 4 tempi a ciclo Diesel ad iniezione diretta
- regime max 1500 giri/min
- campo di impiego 900-1500 giri/min
- potenza max a 1400 giri Cv 480
- albero motore montato su cuscinetti a rulli per il banco e al rame piombo per le bielle.

Il motore è munito di uno smorzatore di vibrazioni torsionali di tipo misto (dinamico ed attrito) però, allo scopo di esaminare il sistema libero, il calcolo ed i rilievi sperimentali sono stati eseguiti senza tale apparato. Per ragioni pratiche il volano di supporto del dispositivo smorzatore non è stato eliminato; quindi nel calcolo si è tenuto conto di questo volano supplementare.

Nei calcoli si è considerata unicamente la condizione di marcia a piena potenza e poiché nel campo di funzionamento le armoniche più pericolose risultano la 9ª e la 12ª (si fa riferimento alla base del ciclo non ai giri del motore) il calcolo è stato eseguito per queste due coppie eccitrici.

I valori delle coppie eccitrici sono stati ricavati dal diagramma del ciclo indicato ottenuto sperimentalmente.

I dati principali del sistema oscillante ridotto e del sistema di coppie eccitrici e smorzanti sono quelli riportati nella fig. 2 e Tabella 1.

Nei diagrammi 3-4 sono infine riportati i valori delle ampiezze del volano di estremità ottenuti sperimentalmente e col calcolo.

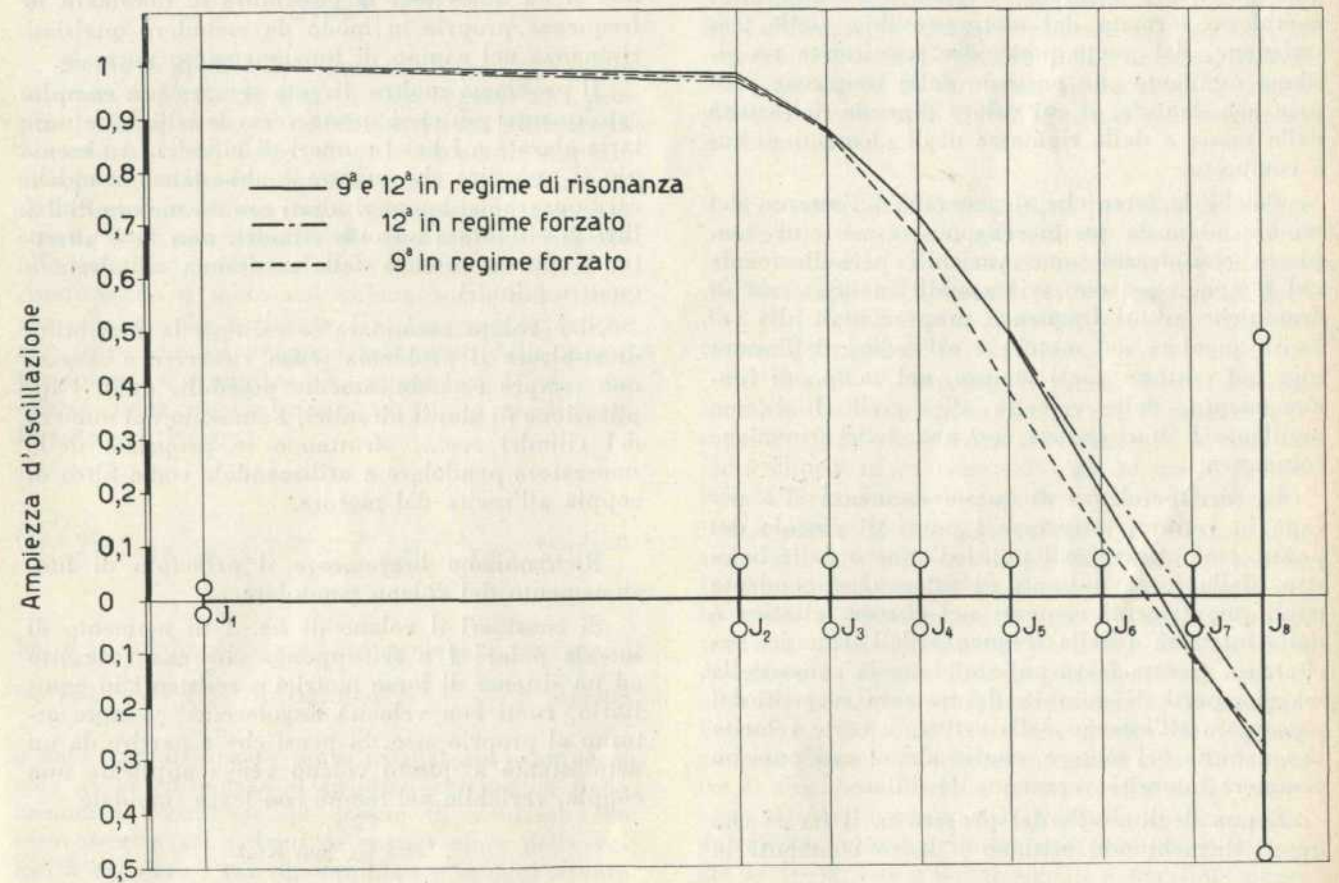
Da essi si nota appunto che l'effetto dello smorzamento è trascurabile all'infuori di uno stretto campo di giri attorno all'andatura di risonanza.

I risultati sperimentali concordano in modo soddisfacente con le curve teoriche. A titolo di controllo sull'andatura di risonanza è stata calcolata l'ampiezza con il sistema grafico tenendo conto dei lavori delle coppie eccitrici e smorzanti. I valori

Tabella 1.

	Simbolo	Valore numerico
Momento d'inerzia volano J_1	J_1	0,55 kg cm sec ²
Momento d'inerzia masse alterne e rotanti di una campata	$J_2 = J_3 = \dots = J_7$	9,15 kg cm sec ²
Momento d'inerzia volano motore	J_8	95,3 kg cm sec ²
Rigidezza estremità lato anteriore	R_1	$9,7 \cdot 10^6$ kg cm/rad
Rigidezza campate	$R_2 = R_3 = \dots = R_6$	$56,4 \cdot 10^6$ kg cm/rad
Rigidezza estremità del lato volano	R_7	$69,8 \cdot 10^6$ kg cm/rad
Coppia media indicata monocilindro	C_m	2640 kg cm
Rapporto ampiezza armonica 9a alla coppia media C_m	α_9	1,2
Rapporto ampiezza armonica 12a alla coppia media C_m	α_{12}	0,61
Ampiezza coppia 9a armonica	C_9	3170 kg cm
Ampiezza coppia 12a armonica	C_{12}	1610 kg cm
*Smorzamento per ognuno dei volani $J_2 - J_3 - J_4 - J_5 - J_6 - J_7$	a	700 kg cm sec

Fig. 5.



ottenuti sono praticamente coincidenti con quelli calcolati con il sistema proposto.

Per dimostrare le differenze nella forma delle deformate che si verifica anche in intorni vicini alla risonanza, in Fig. 5 sono riportate le deformate elastiche ottenute per i seguenti punti delle curve di risonanza:

$$\frac{\omega_e}{\omega_0} = 0,872 \text{ per la 9a armonica,}$$

$$\frac{\omega_e}{\omega_0} = 1,086 \text{ per la 12a armonica.}$$

Cioè un punto si trova sul ramo ascendente della curva di risonanza, il secondo sul ramo discendente. Su tale diagramma è riportata la deformata calcolata per $\frac{\omega_e}{\omega_0} = 1$. Assumendo per i tre casi un'ara-

piezza unitaria per il volano di estremità si nota che nella zona di massima sollecitazione le differenze delle ampiezze sono notevoli. La torsione della barra su cui si verifica il nodo, calcolata tenendo conto dell'ampiezza reale del volano d'estremità, assume i seguenti valori:

	k=9	k=12
Metodo esatto	0,00049	0,000934
Valutazione approssimata della deformazione	0,00064	0,00104
Scarto percentuale . .	+ 30 %	+ 12 %

Oscar Montabone

Una particolare applicazione del volano pendolare su una vettura da turismo

È abbastanza frequente nella pratica costruttiva l'applicazione di contrappesi pendolari come smorzatori delle vibrazioni torsionali degli alberi a gomito dei motori alternativi a combustione interna. In questo articolo si dà una descrizione sommaria di una particolare applicazione automobilistica di uno smorzatore di questo tipo, fatta non già con lo scopo di smorzare le vibrazioni torsionali degli alberi a gomito, intese nell'accezione comune di questo termine, ma con quello di filtrare la coppia all'uscita dal motore depurandola dall'armonica fondamentale.

In una autovettura a schema classico, cioè con motore e cambio disposti anteriormente e ponte rigido posteriore ancorato al telaio con balestre, il complesso formato dal motore-cambio, dalla trasmissione, dal ponte posteriore, costituisce un sistema oscillante che possiede delle frequenze proprie ben definite, il cui valore dipende dall'entità delle masse e delle rigidità degli elementi di cui è composto.

Poichè le forze che si generano all'interno del motore e che da questo vengono trasmesse al complesso considerato sono variabili periodicamente nel tempo, esse sono sviluppabili in una serie di armoniche aventi frequenze proporzionali alla velocità angolare del motore e all'ordine dell'armonica, ed esistono quasi sempre, nel campo di funzionamento, delle velocità alle quali il sistema oscillante è in risonanza con una delle armoniche componenti.

In corrispondenza di queste risonanze si scaricano in vettura, attraverso i punti di vincolo del ponte, cioè attraverso i punti d'attacco delle balestre, delle forze pulsanti di intensità dipendente dagli smorzamenti esistenti nel sistema elastico e dalla intensità e dalla frequenza dell'armonica eccitatrice. Queste forze pulsanti sono la causa della maggior parte dei rombi e dei tremolii avvertiti dal passeggero all'interno della vettura a certe velocità ben definite del motore, che in alcuni casi possono assumere intensità veramente fastidiose.

È uno degli assilli del progettista il far sì che questi disturbi non esistano o siano contenuti in

limiti molto ridotti; questo però costituisce sempre una meta abbastanza ardua da raggiungere poichè non si ha quasi mai la possibilità di dominare le frequenze proprie in modo da escludere qualsiasi risonanza nel campo di funzionamento normale.

Il problema inoltre diventa sempre più complicato quanto più ci si sposta verso le cilindrature unitarie elevate e i bassi numeri di cilindri. Ad esempio si può dire che mentre è abbastanza semplice raggiungere dei buoni risultati con un motore di 2-3 litri di cilindrata ad otto cilindri, non lo è altrettanto con un motore della medesima cilindrata a quattro cilindri.

Si è voluto esaminare se esisteva la possibilità di risolvere il problema senza ricorrere a sistemi non sempre economicamente possibili, quali l'applicazione di giunti idraulici, l'aumento del numero dei cilindri ecc..., sfruttando le proprietà dello smorzatore pendolare e utilizzandolo come filtro di coppia all'uscita dal motore.

Richiamiamo brevemente il principio di funzionamento del volano pendolare.

Si consideri il volano di fig. 1 di momento di inerzia polare J e si supponga che esso, soggetto ad un sistema di forze motrici e resistenti in equilibrio, ruoti con velocità angolare ω costante attorno al proprio asse. Si pensi che a partire da un dato istante a questo volano venga applicata una coppia, variabile nel tempo con legge sinusoidale

$$C = C_k \text{ sen } K\omega t$$